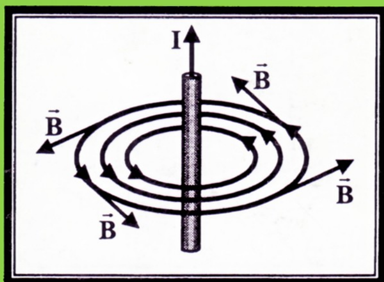
VAIDOTAS MOCKUS

# FIZIKOS ŽINYNAS MOKSLEIVIAMS

*  *  *



VAIDOTAS MOCKUS

# FIZIKOS ŽINYNAS MOKSLEIVIAMS

* * *



Šiauliai

2002

# TURINYS

## PRATARMĖ

Šiame žinyne nagrinėjamos visos mokyklinio fizikos kurso temos: mechanika, molekulinė fizika ir termodinamikos pagrindai, elektrodinamika, svyravimai ir bangos, reliatyvumo teorijos pagrindai, kvantinė fizika (modernioji fizika), optika, atomo ir branduolio fizika. Knygos pabaigoje pateikiamos fizikinės lentelės, kurių dažnai prireikia sprendžiant fizikos uždavinius. Leidinyje aiškiai, suprantamai ir glaustai išdėstytas visas pagrindinis mokyklinės fizikos kursas.

Knygoje ypatingas dėmesys skiriamas pagrindinių fizikos dėsnių, reiškinių bei sąvokų išsamiam paaiškinimui bei jų taikymui praktikoje.

Žinynas skiriamas vidurinės mokyklos mokiniams, jų mokytojams bei visiems, kas domisi fizika. Šia knyga taip pat sėkmingai galės naudotis ir aukštųjų mokyklų studentai, studijuojantys fiziką ir norintys prisiminti vidurinės mokyklos fizikos kursą.

Nuoširdžiai dėkoju mokytojui metodininkui P.Martinaičiui už vertingus patarimus ir pastabas.

Autorius

# ĮVADAS

● Visa, kas realiai egzistuoja pasaulyje, Žemėje ir už jos ribų, vadinama **materija**. Materija pasireiškia medžiaginėje formoje (įvairūs kūnai) ir laukų formoje (gravitacinis, elektrinis, magnetinis, elektromagnetinis laukai). Viena svarbiausių materijos savybių – jos kintamumas. Visokius materialiniame pasaulyje vykstančius kitimus vadiname **gamtos reiškiniais**.

● **Gamta** – oras, vanduo, žmonės, augalai, gyvūnai, Žemė, Saulė, planetos ... . Kitaip sakant, gamta – mus supantis pasaulis su visomis be galo įvairiomis savo apraiškomis.

● **Fizika** – pagrindinis mokslas apie gamtą. Ji tiria gamtos reiškinius: mechaninius, šiluminius, elektrinius, magnetinius, optinius. Fizika pasakoja apie tai, kas žinoma apie mus supantį pasaulį, kokiu būdu žmonės sužinojo tai, ką jie dabar žino, ir apie tai, ką jie sužino mūsų dienomis.

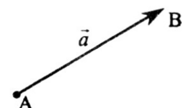
● Su gamtos reiškiniais (lietaus lašai krinta žemyn, žiemą užšąla vanduo, žaibai per audrą, vaivorykštės susidarymas lietui lyjant ir kt.) susipažįstame juos stebėdami. Reiškinius taip kaip stebime, atlikdami įvairius **bandymus**. Atliekant bandymus, naudojami matavimo prietaisai, liniuotės, matavimo cilindrai, termometrai ir kt.

● Reiškinių, kūnų ir medžiagų savybes apibūdina **fizikiniai dydžiai**: laikas, masė, tūris, temperatūra, greitis, pagreitis, jėga ir t.t. Fizikinius dydžius galima matuoti, jie turi matavimo vienetus. Išmatuoti kurį nors fizikinį dydį – tai palyginti jį su tokios pat rūšies dydžiu, laikomu matavimo vienetu.

● Svarbiausi dydžių sąryšiai, nusakantys materijos ir gamtos reiškinių savybes, vadinami **gamtos dėsniais**. Su fizikinių dydžių pagalba gamtos dėsnius galima aprašyti matematinėmis formulėmis. Patys fizikiniai dydžiai skirstomi į **skaliarinius** ir **vektorinius**.

Dydžiai, kurie neturi krypties ir kuriuos apibūdina tik skaičius, vadinami skaliarais, pavyzdžiui, masė, laikas, temperatūra ir kt.

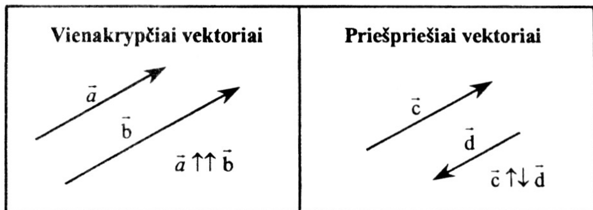
Dydžiai, kuriuos nusako ne tik skaitinė vertė (modulis), bet ir kryptis, vadinami vektoriniais, pavyzdžiui, greitis, pagreitis, jėga ir kt. Vektorinis dydis vaizduojamas atkarpa, kurios pradžia – tai tam tikras taškas, o pabaiga – smailė , nurodanti dydžio kryptį. Tokia kryptinė atkarpa vadinama **vektoriumi**.




Jeigu taškas A yra vektoriaus **pradžia**, o taškas B šio vektoriaus pabaiga, tai vektorius žymimas taip: $\overrightarrow{AB}$, arba $\vec{a}$; spindulio AB kryptis vadinama vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ **kryptimi**, o atkarpos AB ilgis – vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ **ilgiu.** Vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ ilgis žymimas $|\overrightarrow{AB}|$ arba $|\vec{a}|$.

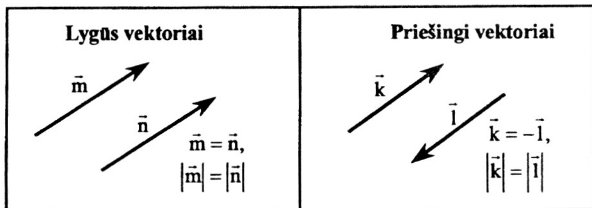
Vektoriai dažniausiai žymimi mažosiomis abėcėlės raidėmis, pavyzdžiui, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$, $\vec{f}$, $\vec{s}$ ir t.t.

Du nenuliniai vektoriai vadinami **kolineariaisiais,** jeigu jie yra vienoje tiesėje arba lygiagrečiose tiesėse. Kolinearieji vektoriai gali būti **vienakrypčiai** ir **priešpriešiai**.




**Lygiais** vektoriais vadinami kolinearieji vienakrypčiai vektoriai, kurių ilgiai vienodi.

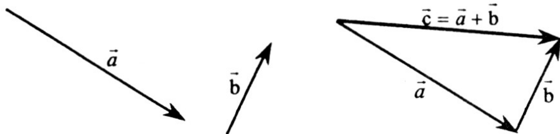
**Priešingais** vadinami kolinearieji priešpriešiai vektoriai, kurių ilgiai vienodi.



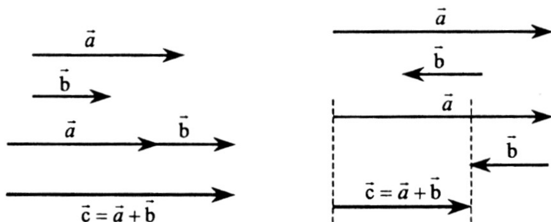

* * *

**Dviejų vektorių** $\vec{a}$ **ir** $\vec{b}$ **suma** vadinamas toks vektorius $\vec{c}$, kurio pradžia sutampa su vektoriaus $\vec{a}$ pradžia, o pabaiga – su vektoriaus $\vec{b}$ pabaiga.

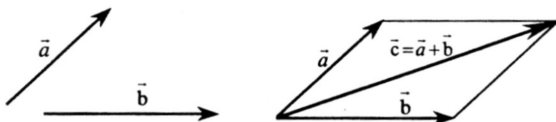
**Dviejų vektorių sudėties trikampio taisyklė:** norint rasti dviejų nenulinių vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ sumą reikia nuo vektoriaus $\vec{a}$ pabaigos atidėti vektorių, lygų vektoriui $\vec{b}$. Vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ suma yra vektorius, kurio pradžia sutampa su vektoriaus $\vec{a}$ pradžia, o pabaiga – su vektoriaus $\vec{b}$ pabaiga.




Pagal šią taisyklę galima sudėti ir kolinearius vektorius, nors juos sudėjus trikampis ir negaunamas.

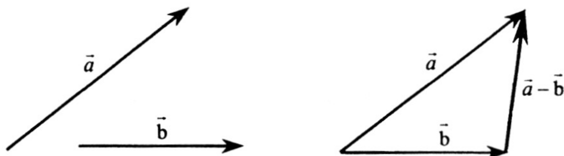



Du nekolinearius vektorius taip pat galima sudėti pagal **lygiagretainio taisyklę:** dviejų nekolinearių vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ suma yra vektorius, vaizduojamas lygiagretainio, kurio dvi gretimos kraštinės yra šie vektoriai, įstrižaine, einančia iš minėtų vektorių bendros pradžios.

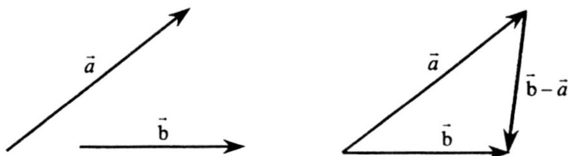



**Vektorių** $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ **skirtumu** $\vec{a} - \vec{b}$ vadinama vektoriaus $\vec{a}$ ir vektoriui $\vec{b}$ priešingo vektoriaus ($-\vec{b}$) suma, t.y. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$.

**Vektorių atimties taisyklė:** norint rasti vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ skirtumą, reikia nuo vektoriaus $\vec{a}$ pradžios atidėti vektorių, lygų vektoriui $\vec{b}$; vektorius, kurio pradžia yra vektoriaus $\vec{b}$ pabaiga, o pabaiga – vektoriaus $\vec{a}$ pabaiga ir yra vektorius $\vec{a} - \vec{b}$.

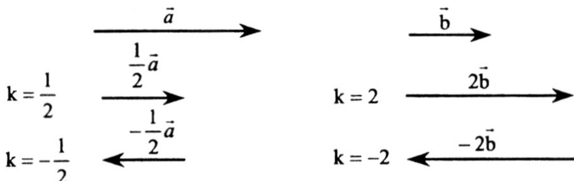


Norint rasti vektorių $\vec{b}$ ir $\vec{a}$ skirtumą, reikia nuo vektoriaus $\vec{b}$ pradžios atidėti vektorių, lygų vektoriui $\vec{a}$; vektorius, kurio pradžia yra vektoriaus $\vec{a}$ pabaiga, o pabaiga – vektoriaus $\vec{b}$ pabaiga ir yra vektorius $\vec{b}-\vec{a}$.




**Nenulinio vektoriaus $\vec{a}$ ir skaičiaus $k \neq 0$ sandauga** vadinamas vektorius $k\vec{a}=\vec{b}$, kurio ilgis $|k||\vec{a}|$; vektoriai $\vec{a}$ ir $k\vec{a}$ yra vienakrypčiai, kai $k > 0$, priešpriešiai, kai $k < 0$.

Nulinio vektoriaus ir bet kurio skaičiaus sandauga laikomas nulinis vektorius.




Kad ir kokie būtų skaičius k ir vektorius $\vec{a}$, **vektoriai $\vec{a}$ ir $k\vec{a}$ kolinearūs.** $(-1)\vec{a}$ yra vektoriui $\vec{a}$ priešingas vektorius, t.y.

$$\boxed{(-1)\vec{a}=-\vec{a}.}$$

* * *

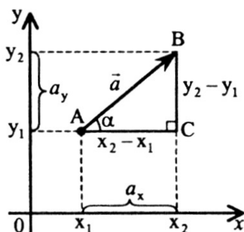
Vektoriaus $\vec{a}\{x; y\}$ ilgį galima apskaičiuoti taikant formulę

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2};}$$

čia x, y – vektoriaus $\vec{a}$ koordinatės.

* * *

Jei plokštumos vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ pradžios A koordinatės yra $(x_1; y_1)$, o galo B koordinatės yra $(x_2; y_2)$, tai jo koordinatės yra $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$. Iš stačiojo trikampio ABC, taikydami Pitagoro teoremą, galime rasti vektoriaus $\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$ ilgį:

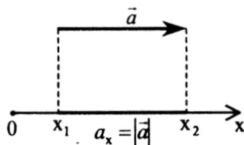



$$|\overrightarrow{AB}|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2, \text{t.y.}$$

$$\boxed{|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}.$$

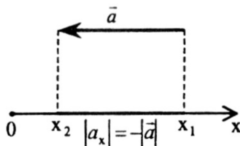
Vektoriaus $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ projekcija į x ašį yra $\boxed{a_x = x_2 - x_1,}$ o projekcija į y ašį yra $\boxed{a_y = y_2 - y_1.}$

Iš brėžinio matyti, kad $a_x = |\vec{a}| \cdot \cos\alpha$ ; čia α – kampas, kurį sudaro vektorius $\vec{a}$ su teigiamuoju x ašies pusašiu. Vektoriaus $\vec{a}$ ilgis yra $\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.}$

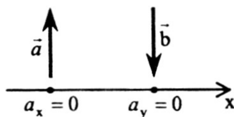



Jei vektorius $\vec{a}$ yra lygiagretus x ašiai ir jo kryptis sutampa su x ašies kryptimi, tai vektoriaus $\vec{a}$ projekcija į x ašį yra teigiama

$a_x = |\vec{a}| = x_2 - x_1$; čia $x_1$ – vektoriaus $\vec{a}$ pradžios koordinatė, $x_2$ – vektoriaus $\vec{a}$ galo koordinatė.

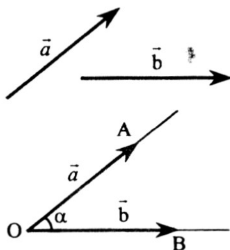



Jei vektorius $\vec{a}$ yra lygiagretus x ašiai, o jo kryptis yra priešinga x ašies krypčiai, tai vektoriaus $\vec{a}$ projekcija į x ašį yra neigiama ir lygi $a_x = -|\vec{a}| = x_2 - x_1$.



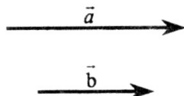

Jei vektorius statmenas x ašiai, tai jo projekcija į šią ašį lygi nuliui.

Norėdami rasti kampą tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$, vektorius atidedame iš vieno taško O.

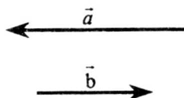



Kampu tarp vektorių $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ir $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ vadinamas kampas tarp spindulių OA ir OB, t.y. kampas AOB.

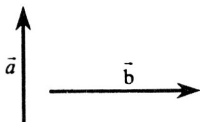
Kitaip sakant, kampas tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ – tai kampas tarp jų krypčių. Kampas tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ žymimas taip: $\angle(\vec{a}, \vec{b})$. Taigi $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \alpha$.

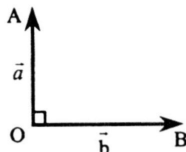



Jei vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ vienakrypčiai, tai $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0°$.



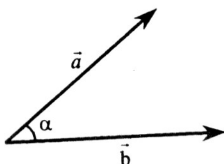

Jei vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ yra priešpriešiai, tai $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 180°$.



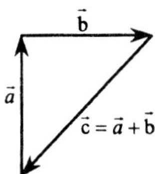

Jei kampas tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ lygus 90°, tai vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ yra **statmeni** (**ortogonalūs**). Žymime: $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Taigi $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90°$, kai $\vec{a} \perp \vec{b}$ ir, atvirkščiai, jei $\vec{a} \perp \vec{b}$, tai $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90°$.




Jei vektoriai $\vec{a}\{x_1; y_1\}$ ir $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ yra plokštumoje, tai kampo α tarp jų kosinusui apskaičiuoti taikoma formulė:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}.$$

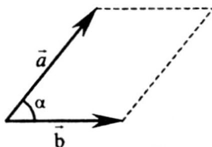



Jei vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ sudaro statų kampą ($\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90°$), o šių vektorių suma yra vektorius $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, tai vektoriaus $\vec{c}$ ilgiui rasti galime taikyti Pitagoro teoremą:

$|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$, t.y. $|\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2}$ .

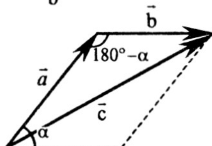
* * *

Jei vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ sudaro kampą $\alpha$, o šių vektorių suma yra vektorius $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, tai vektoriaus $\vec{c}$ ilgiui rasti galime taikyti **kosinusų teoremą**:




$$|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(180° - \alpha) =$$

$$= \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha}, \text{ t.y.}$$




$$\boxed{|\vec{c}| = \sqrt{|a|^2 + |\vec{b}|^2 + 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha}\ .}$$

* * *

# I. MECHANIKA

## 1. KINEMATIKA

### 1.1. PAGRINDINĖS SĄVOKOS

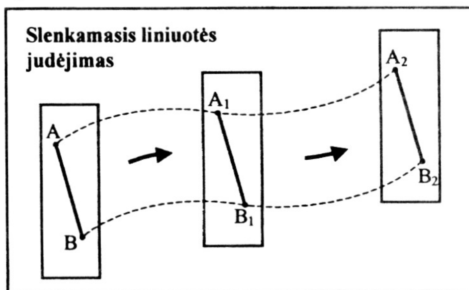
- **Mechanika** – fizikos skyrius, kuriame nagrinėjama paprasčiausia materijos judėjimo forma – **mechaninis judėjimas.** Mechaniniu kūno judėjimu vadiname jo padėties erdvėje kitimą kitų kūnų atžvilgiu.

- **Pagrindinis mechanikos uždavinys** yra nustatyti kūno padėtį erdvėje bet kuriuo laiko momentu.

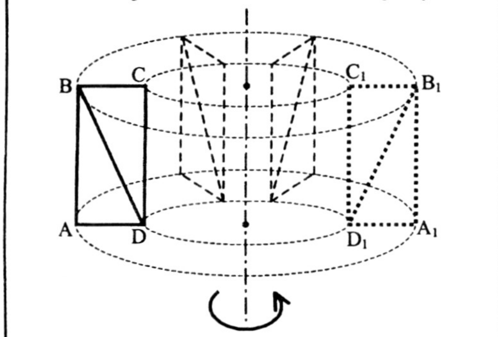
- Mechaninį judėjimą apibūdinančių dydžių ir jų tarpusavio sąryšį nagrinėja mechanikos skyrius, kuris vadinamas **kinematika**. Kinematika nagrinėja kūnų judėjimą neatsižvelgdama į tą judėjimą sukeliančias priežastis (jėgas, kūnų sąveiką ir kt.).

- Mechaninis judėjimas skirstomas į slenkamąjį, sukamąjį ir svyruojamąjį.

Kūno judėjimą, kai visi jo taškai juda vienodai, vadiname **slenkamuoju**. Vadinasi, kai kūnas slenka, visi jo taškai brėžia vienodas trajektorijas. Todėl pakanka nagrinėti vieno kurio nors taško judėjimą.



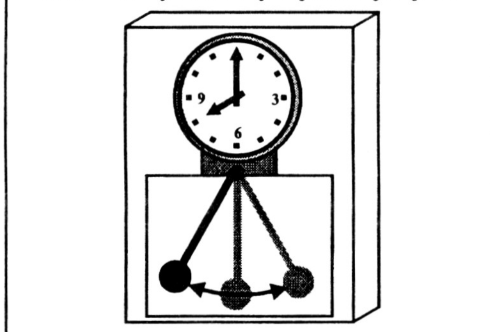

Kūno judėjimas apie kurią nors nejudamą ašį, kai visi jo taškai brėžia apskritimus, kurių centrai yra sukimosi ašyje, vadinamas **sukamuoju** judėjimu.




**Stačiakampio formos kūno sukamasis judėjimas**

Bet kuri besisukančio kūno tiesė BD nėra lygiagreti pati sau.

Periodiškai besikartojantis judėjimas, kai kūnas pakaitomis juda tai į vieną, tai į kitą pusę, vadinamas **svyruojamuoju** judėjimu. Svyruojamajam judėjimui (svyravimui) būdingas kartojimasis laike. Svyruojamojo judėjimo pavyzdžiai: laikrodžio švytuoklės judėjimas, siuvimo mašinos adatos judėjimas, gitaros stygos judėjimas ir kt.




**Laikrodžio švytuoklės svyruojamasis judėjimas**

Kūno, kurio matmenų esamomis judėjimo sąlygomis galima nepaisyti, vadiname **materialiuoju tašku**.

Pavyzdžiui, materialiuoju tašku galime laikyti vandenyne plaukiantį laivą; plentu judantį automobilį ir pan.

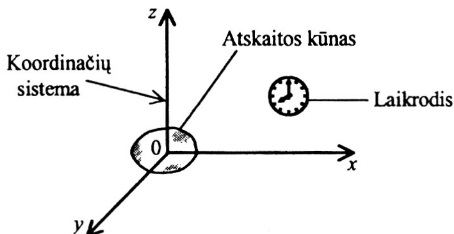
Kūno arba materialiojo taško padėtį galima nurodyti tik kurio nors kito kūno atžvilgiu.

- Kūnas, kurio atžvilgiu nagrinėjamas kito kūno judėjimas, vadinamas **atskaitos kūnu**.

Pavyzdžiui, jeigu automobilio judėjimą autostrada nagrinėsime kurio nors pakelėje augančio medžio atžvilgiu, tai tas medis šiuo atveju ir bus atskaitos kūnas.

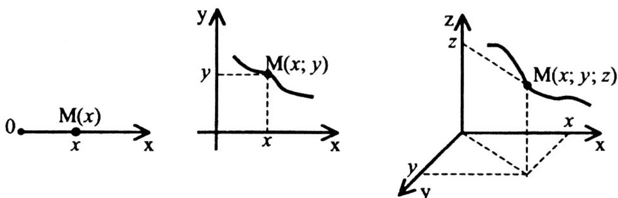
Atskaitos kūnas pasirenkamas laisvai. Dažniausiai atskaitos kūną susiejame su kurio nors Žemės tašku. Per pasirinktą atskaitos kūną išvedamos koordinačių ašys. Tuomet kūno padėtį nusako koordinatės.

- Atskaitos kūnas, su juo susieta koordinačių sistema ir prietaisas laikui skaičiuoti sudaro **atskaitos sistemą**, kurios atžvilgiu ir nagrinėjamas kūno judėjimas.




Paprasčiausia koordinačių sistema yra **Dekarto koordinačių sistema**. Joje kūno padėtį dažnai (jei nekreipiamas dėmesys į kūno matmenis ir formą) galima nagrinėti kaip materialiojo taško M padėtį.

Jei materialus taškas M juda tiese, jo padėtį nusako viena koordinatė, plokštumoje – dvi koordinatės, erdvėje – trys koordinatės:




- Bet kuris judėjimas yra reliatyvus, t.y. priklauso nuo to, kurios atskaitos sistemos atžvilgiu jis nagrinėjimas.

**1 pavyzdys,** tam tikru greičiu plaukiančioje motorinėje valtyje sėdintis žmogus juda ant kranto augančių medžių atžvilgiu; tačiau pačios valties ir joje esančių daiktų atžvilgiu žmogus nejuda.

**2 pavyzdys,** judančio traukinio vagone sėdintis žmogus juda Žemės atžvilgiu, tačiau paties vagono atžvilgiu žmogus nejuda.

Reliatyvus ne tik kūno judėjimas, bet ir rimtis. Jeigu kurio nors atskaitos sistemos atžvilgiu kūnas juda, tai visada galima nurodyti tokią atskaitos sistemą, kurios atžvilgiu šis kūnas nejuda (yra rimties būsenoje). Pavyzdžiui, judančiame automobilyje sėdintis žmogus juda su Žeme susietos koordinačių sistemos atžvilgiu, tačiau yra rimties būsenoje su pačiu automobiliu susietos koordinačių sistemos atžvilgiu; arba ant Žemės esantys pastatai nejuda Žemės atžvilgiu, o Saulės atžvilgiu juda kartu su pačia Žeme.

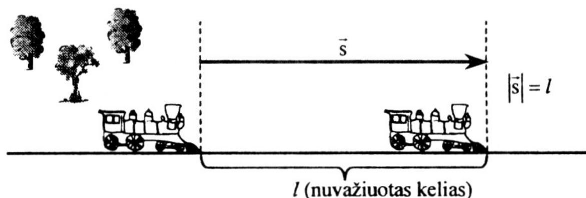
Linija, kuria juda kūnas, vadinama **trajektorija.** Pavyzdžiui, kampu į horizontą mesto kūno judėjimo trajektorija yra **parabolė**; vertikaliai žemyn mesto kūno judėjimo trajektorija yra **tiesė** ir pan. Pagal trajektorijos formą judėjimas yra **tiesiaeigis** ir **kreivaeigis**. Kūno judėjimo trajektorija taip pat priklauso nuo atskaitos sistemos

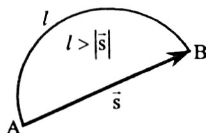
pasirinkimo. Pavyzdžiui, tiesiai ir tolygiai sraigtasparnio sraigto menties kurio nors taško judėjimo trajektorija malūnsparnio korpuso atžvilgiu yra apskritimas, o Žemės atžvilgiu – sraigtinė linija.

- Kūno (materialiojo taško) **poslinkiu** (poslinkio vektoriumi) vadinama kryptinė tiesės atkarpa, jungianti pradinę kūno padėtį su galine jo padėtimi ir žymimas $\vec{s}$ . Poslinkis – vektorinis dydis; poslinkio vektorius $\vec{s}$ nukreiptas iš taško A į tašką B.

Trajektorija
Poslinkis
A B
$\vec{s}$

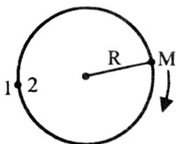
Trajektorijos ilgis yra lygus kūno nueitam keliui. Poslinkio vektoriaus modulis ir nueitas kelias yra lygūs, kai materialaus taško judėjimo kryptis nekinta, o judėjimo trajektorija yra tiesė. Pavyzdžiui, jei traukinys juda tiesiame kelio ruože, tai traukinio poslinkio vektoriaus modulis lygus nuvažiuotam kelio ilgiui.



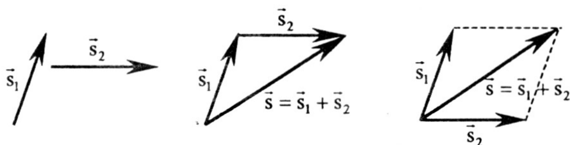

Jei materialiojo taško judėjimo trajektorija nėra tiesė, tai jo poslinkio vektoriaus modulis yra mažesnis už nueitą kelią. Pastebėkime, kad kelias ir poslinkis yra skirtingos sąvokos.

**1 pavyzdys.** Sakykime, nuo Žemės paviršiaus vertikaliai aukštyn metame kamuolį. Pasiekęs maksimalų aukštį H, kamuolys vėl leidžiasi žemyn ir pagaliau nukrinta ant Žemės. Kamuolio nueitas kelias lygus dvigubam pakilimo aukščiui, t.y. $\ell = 2H$ , o poslinkis lygus nuliui.




**2 pavyzdys.** Kai materialusis taškas M nueina vieną R spindulio apskritimą, tai jo kelias $\ell = 2\pi R$ , o poslinkis $S = 0$.

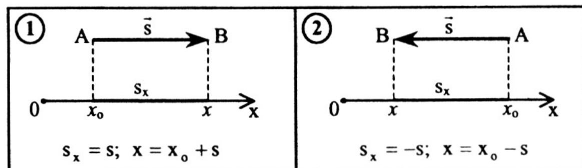
Poslinkių vektoriai sudedami geometriškai, remiantis vektorių sudėties taisyklėmis (trikampio taisykle arba lygiagretainio taisykle).




Poslinkio vektoriaus projekcijos į koordinačių ašis gali būti išreikštos jo galo ir pradžios koordinačių skirtumais. Sakykime, materialiojo taško poslinkio vektoriaus $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$ pradžios koordinatės yra $(x_0; y_0)$, o galo – $(x; y)$ ir poslinkio vektorius nėra lygiagretus koordinačių ašims. Poslinkio vektoriaus $\vec{s}$ projekcija į Ox ašį yra $S_x$, o projekcija į Oy ašį yra $S_y$.

| | |
|---|---|
| ① $s_x > 0,$ $s_y > 0.$ <br> $s_x = x - x_0;\ x = x_0 + s_x,$ <br> $s_y = y - y_0;\ y = y_0 + s_y.$ | ② $s_x < 0,$ $s_y > 0.$ <br> $s_x = x_0 - x;\ x = x_0 - s_x,$ <br> $s_y = y - y_0;\ y = y_0 + s_y.$ |
| ③ $s_x > 0,$ $s_y < 0.$ <br> $s_x = x - x_0;\ x = x_0 + s_x,$ <br> $s_y = y_0 - y;\ y = y_0 - s_y.$ | ④ $s_x < 0,$ $s_y < 0.$ <br> $s_x = x_0 - x;\ x = x_0 - s_x,$ <br> $s_y = y_0 - y;\ y = y_0 - s_y.$ |

Projekcija laikoma teigiama, jeigu nuo vektoriaus pradžios projekcijos prie jo galo projekcijos reikia eiti ašies kryptimi, ir neigiama – priešingu atveju. Sakykime, poslinkio vektoriaus $\vec{s}$ pradžios koordinatės yra $(x_0; y_0)$, o galo – $(x; y)$ ir vektorius $\vec{s}$ lygiagretus x ašiai. Skiriame du atvejus:

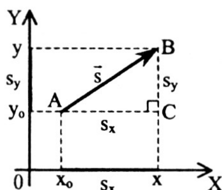


Bet kokio dydžio galinės ir pradinės vertės skirtumas žymimas graikiška raide Δ (delta) ir vadinamas šio dydžio **pokyčiu**.

Taigi poslinkio vektoriaus projekcija į koordinačių ašį lygi atitinkamos koordinatės pokyčiui ( $\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$, $\Delta z = z - z_0$ ).

Išnagrinėkime kelis kūno judėjimo plokštumoje pavyzdžius.

**1 pavyzdys.** Tarkime, kad plokštumoje XOY juda materialusis taškas. Pradinė taško padėtis yra taškas A, kurio koordinatės yra $x_0$ ir $y_0$, t.y. $A(x_0; y_0)$. Galinė padėtis – taškas B, kurio koordinatės yra x ir y, t.y. $B(x; y)$. Rasime materialaus taško poslinkio vektoriaus $\vec{s}$ modulį. Iš taškų A ir B nuleiskime statmenis į koordinačių ašis Ox ir Oy.



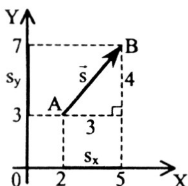

Poslinkio vektoriaus s projekcijos į šias ašis atitinkamai yra:

$$s_x = x - x_0,$$

$$s_y = y - y_0.$$

Iš paveikslo matyti, kad trikampis ABC – statusis, todėl poslinkio vektoriaus $\vec{s}$ modulį galime rasti, pritaikę šiam trikampiui Pitagoro teoremą. Kadangi $AC = s_x$, $CB = s_y$, tai $s^2 = s_x^2 + s_y^2$, t.y.

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}.$$



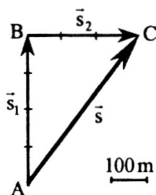

Sakykime, taško A koordinatės yra $x_0 = 2$, $y_0 = 3$, t.y. $A(2; 3)$, o taško B koordinatės yra $x = 5$, $y = 7$, t.y. $B(5; 7)$. Materialaus taško poslinkio vektoriaus

$\vec{s} = \overrightarrow{AB}$ projekcijos į Ox ir Oy ašis yra $s_x = 5 - 2 = 3$, $s_y = 7 - 3 = 4$.

Tada poslinkio vektoriaus $\vec{s}$ modulis randamas taip:

$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$, t.y. $s = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

**2 pavyzdys.** Automobilis nuvažiavo gatve 400 m, po to pasuko dešinėn į skersgatvį ir nuvažiavo dar 300 m. Laikydami, kad gatve ir skersgatviu automobilio judėjimo trajektorija yra tiesė, raskite automobilio nuvažiuotą visą kelią $\ell$ ir poslinkį s.




Pasirinkime mastelį ir nubraižykime brėžinį.

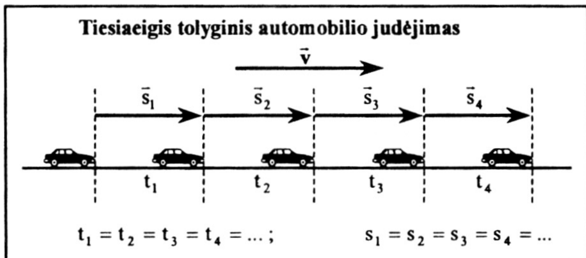
Pasirinktu masteliu atidedame 400 m ilgio atkarpą ir nurodome rodykle automobilio poslinkio kryptį iš taško A į tašką B. Stačiu kampu į dešinę nuo taško B atidedame 300 m ilgio atkarpą (2 langeliai atitinka 100 m ilgio atkarpą) ir nurodome rodykle poslinkio kryptį iš taško B į tašką C. Automobilio nuvažiuotas kelias $\ell = s_1 + s_2$, t.y. $\ell = 400\ \text{m} + 300\ \text{m} = 700\ \text{m}$. Automobilio poslinkio vektorius $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$, o šio vektoriaus modulį randame iš stačiojo trikampio ABC, taikydami jam Pitagoro teoremą: $s^2 = s_1^2 + s_2^2$, $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$, $s = \sqrt{400^2 + 300^2} = \sqrt{2500} = 500$ m. Taigi $\ell = 700$ m, $s = 500$ m.

* * *

## 1.2. TOLYGINIS TIESIAEIGIS JUDĖJIMAS

Pats paprasčiausias yra tolyginis tiesiaeigis judėjimas.

**Tolyginiu tiesiaeigiu judėjimu** vadiname tokį judėjimą, kai kūno poslinkiai per lygius laiko tarpus yra vienodi. Tiesiaeigio judėjimo trajektorija yra **tiesė**.




Kūno padėties kitimą apibūdina **greitis** $\vec{v}$. Greitis yra vienas iš fizikinių dydžių, apibūdinančių kūno judėjimą.

Tolyginio tiesiaeigio judėjimo **greičiu** vadinamas dydis, lygus kūno poslinkio per bet kurį laiko tarpą ir to laiko tarpo didumo santykiui:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$$

Greitis – vektorinis dydis, jo kryptis sutampa su poslinkio vektoriaus kryptimi. SI sistemoje tolyginio tiesiaeigio judėjimo greičio vienetas yra $1\frac{m}{s}$ $\left([v] = \frac{1m}{1s} = 1\frac{m}{s}\right)$, t.y. toks tolyginio tiesiaeigio judėjimo greitis, kai kūnas per vieną sekundę nueina kelią, lygų vienam metrui.

Dažnai greitis matuojamas kitais nesisteminiais vienetais, pavyzdžiui $\frac{cm}{s}$, $\frac{km}{h}$.

Nesisteminių greičio matavimo vienetų ryšys su SI sistemos greičio matavimo vienetu $\left(1\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$:

1 centimetras per sekundę $\left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right) = 10^{-2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

**Pavyzdžiui,** $6\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 6 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}06\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

| |
|---|
| 1 kilometras per valandą $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) = \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = \frac{1}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. |

**Pavyzdžiui,** $36\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{36000}{3600}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$,

arba pagal greičio vienetų sąryšio formulę

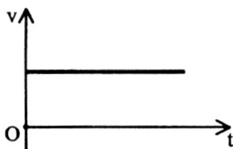
$$36\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \cdot \frac{1}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

| |
|---|
| 1 metras per sekundę $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = \frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = \frac{3600}{1000}\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. |

**Pavyzdžiui,**

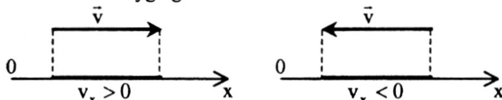
$$5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\frac{5}{1000}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = 5 \cdot \frac{3600}{1000}\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \cdot 3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 18\,\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Kai kūnas juda tiesiai ir tolygiai, jo greitis nepriklauso nuo laiko: $\vec{v} = \text{const}$. Nubraižykime tolyginio tiesiaeigio judėjimo greičio modulio priklausomybės nuo laiko grafiką:

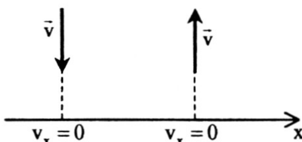



Greičio vektoriaus $\vec{v}$ projekcija gali būti teigiama arba neigiama. Greičio vektoriaus $\vec{v}$ projekcija teigiama, kai vektoriaus $\vec{v}$ kryptis sutampa su pasirinkta x ašies kryptimi ir – neigiama, jei vektoriaus $\vec{v}$ kryptis priešinga pasirinktai x ašies krypčiai.

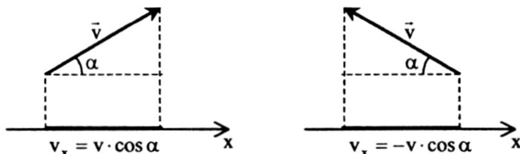
- Greičio vektorius lygiagretus x ašiai.



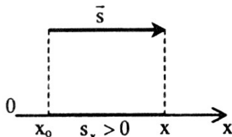
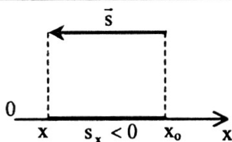

- Greičio vektorius statmenas x ašiai:




- Greičio vektorius sudaro su x ašimi kampą α.




Tolyginio tiesiaeigio judėjimo poslinkio vektoriaus $\vec{s}$ projekcija yra laikoma teigiama, kai poslinkio vektoriaus kryptis sutampa su pasirinkta x ašies kryptimi, ir neigiama – priešingu atveju.

| ① | ② |
| --- | --- |
|   |   |
| $s_x = s$ ; $x = x_0 + s$ | $s_x = -s$ ; $x = x_0 - s$ |
| čia $x_0$ – kūno pradinė koordinatė, $x$ – kūno galinė koordinatė, $s_x$ – poslinkio vektoriaus projekcija. | čia $x_0$ – kūno pradinė koordinatė, $x$ – kūno galinė koordinatė, $s_x$ – poslinkio vektoriaus projekcija. |

Lygybę $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$ galime užrašyti projekcijomis į pasirinktą ašį (pavyzdžiui, x): $\boxed{v_x = \frac{s_x}{t}.}$

Žinome, kad $\boxed{s_x = x - x_0;}$ čia $x_0$ – kūno pradinė koordinatė pradiniu laiko momentu (kai pradedama judėjimo laiko atskaita), $x$ – kūno koordinatė praėjus laikui t nuo judėjimo pradžios.

Vadinasi, $\boxed{v_x = \frac{x - x_0}{t},}$ arba $\boxed{x = x_0 + v_x \cdot t.}$

Taigi tolygiai ir tiesiai judančio kūno koordinatė bet kuriuo laiko momentu t apskaičiuojama pagal formulę

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_x \cdot t;} \qquad (1)$$

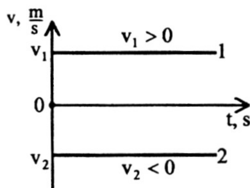
čia $x_0$ – pradinė koordinatė laiko momentu $t = 0$.

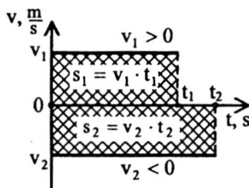
Jei greičio vektoriaus $\vec{v}$ kryptis sutampa su pasirinkta x ašies kryptimi, tai greičio vektoriaus projekcija į šią ašį lygi greičio vektoriaus moduliui ir yra teigiama, t.y. $v_x = v$ ir $v > 0$. Tada (1) lygtis taip atrodo $\boxed{x(t) = x_0 + v \cdot t.}$

Jei greičio vektoriaus $\vec{v}$ kryptis priešinga pasirinktai x ašies krypčiai, tai greičio vektoriaus projekcija į šią ašį lygi greičio vektoriaus moduliui su priešingu ženklu, t.y. ji neigiama: $v_x = -v$. Šiuo atveju (1) lygtis taip atrodo $\boxed{x(t) = x_0 - v \cdot t\ .}$

Tolygiai judančio kūno greitis laikui bėgant nekinta.

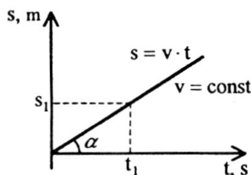
Todėl tiesiai ir tolygiai judančio kūno greičio priklausomybės nuo laiko grafikas yra tiesė, lygiagreti laiko ašiai. Kūno poslinkio modulis lygus plotui stačiakampio, kurio kraštinių ilgiai yra atitinkamos laiko ir greičio reikšmės.



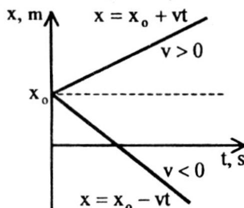




Nubraižykime tiesiai ir tolygiai judančio kūno poslinkio ir koordinatės priklausomybės nuo laiko grafikus.

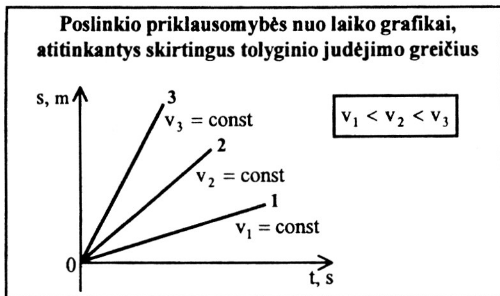
**Tolygiai ir tiesiai judančio kūno poslinkio priklausomybės nuo laiko grafikas yra tiesė**




**Tolygiai ir tiesiai judančio kūno koordinatės priklausomybės nuo laiko grafikas yra tiesė**

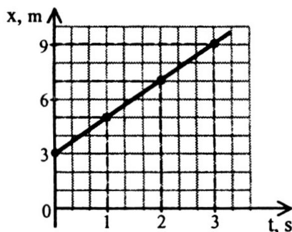


Iš poslinkio priklausomybės nuo laiko grafiko matyti, kad tiesės polinkio kampo α tangentas yra $tg\alpha = \frac{s_1}{t_1} = v = const$ . Šis tiesės poslinkio kampas priklauso nuo greičio. Kuo didesnis kampas α, tuo greičiau juda kūnas, t.y. tuo didesnis jo greitis.




**Poslinkio priklausomybės nuo laiko grafikai, atitinkantys skirtingus tolyginio judėjimo greičius**

**Pavyzdys.** Materialusis taškas juda tiesiai ir tolygiai. Jo koordinatės priklausomybės nuo laiko lygtis yra $x = 3 + 2t$ koordinatė x išreikšta metrais, o laikas – sekundėmis. Nubraižysime judėjimo grafiką (koordinatės priklausomybės nuo laiko) ir apskaičiuosime materialiojo taško koordinatę laiko momentu t = 2 s.




| t, s | x, m |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 1 | 5 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |

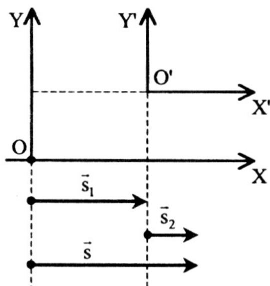
Kai t = 2 s, tai $x = 3 + 2 \cdot 2 = 7$ m .

## 1.3. JUDĖJIMO RELIATYVUMAS

**Judėjimo reliatyvumas.** Jau buvo minėta, kad bet kurio kūno judėjimas yra reliatyvus, t.y. įvairių atskaitos sistemų atžvilgiu to paties judančio kūno trajektorija, greitis, poslinkis gali būti skirtingi.

Pavyzdžiui, ežeru plaukiančioje motorinėje valtyje sėdintis keleivis nejuda valties atžvilgiu, o ant kranto augančių medžių atžvilgiu jis juda. Tačiau, jei palei upę eina plentas ir juo važiuoja automobilis, kurio greitis lygus motorinės valties greičiui, tai automobilio atžvilgiu motorinė valtis, tiek joje sėdintis keleivis, nejuda. Taip pat minėjome, kad reliatyvus ne tik kūno judėjimas, bet ir rimtis.

Kūno poslinkiai (greičiai) skirtingose atskaitos sistemose susiję vienas su kitu. Ryšį tarp jų nusako poslinkių (greičių) sudėties taisyklės.




Jei $\vec{s}$ – kūno poslinkis nejudančios koordinačių sistemos (YOX), susietos su Žeme atžvilgiu,

$\vec{s}_1$ – judančios sistemos (Y'OX') poslinkis nejudančios sistemos (YOX) atžvilgiu,

$\vec{s}_2$ – kūno poslinkis judančios sistemos atžvilgiu, tai **poslinkių sudėties taisyklė** užrašoma taip:

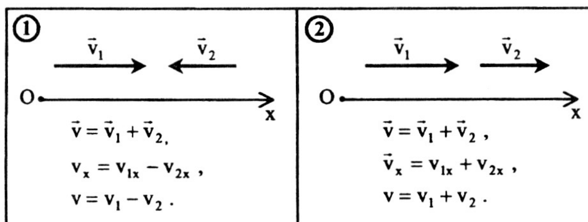
$$\boxed{\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2.}$$

**Greičių sudėties taisyklė:** kūno greitis nejudančios koordinačių sistemos atžvilgiu lygus geometrinei sumai dviejų greičių: kūno greičio judančios koordinačių sistemos atžvilgiu ir pačios judančios sistemos greičio nejudančios sistemos atžvilgiu:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2;}$$

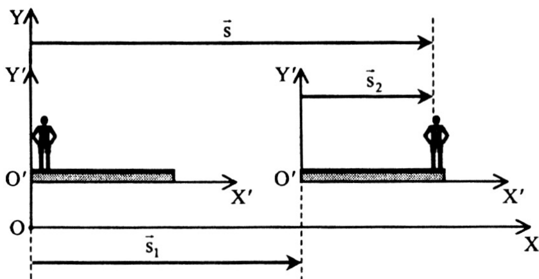
Užrašant projekcijomis, $v_x = v_{1x} + v_{2x}$.

Greičių sudėties paprasčiausi atvejai:




**1 pavyzdys.** Sakykime, upės tėkmės kryptimi plaukia plaustas. Plausto greitis lygus $\vec{v}_1$. Išilgai plausto upės tėkmės kryptimi eina žmogus. Žmogaus greitis plausto atžvilgiu lygus $\vec{v}_2$. Nejudančią koordinačių sistemą XOY susiekime su Žeme, o judančią X'O'Y' – su plaustu. Rasime žmogaus greitį $\vec{v}$ Žemės atžvilgiu (nejudančios atskaitos sistemos, susietos su Žeme, atžvilgiu).

Tarkime, kad praėjus laikui t, plausto poslinkis Žemės atžvilgiu lygus $\vec{s}_1$, o žmogaus poslinkis plausto atžvilgiu per tą patį laiką t lygus $\vec{s}_2$. Tada žmogaus poslinkis $\vec{s}$ Žemės atžvilgiu per tą patį laiką t randamas remiantis poslinkių sudėties taisykle: $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$.



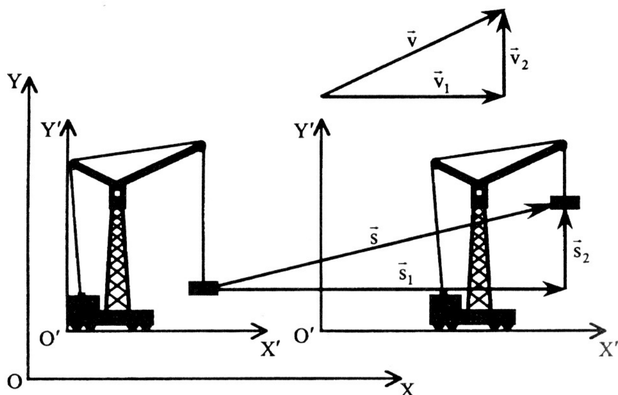
Vadinasi, žmogaus poslinkis Žemės atžvilgiu (nejudančios atskaitos sistemos atžvilgiu) lygus geometrinei sumai dviejų poslinkių: plausto poslinkio Žemės atžvilgiu (plausto poslinkio nejudančios atskaitos sistemos atžvilgiu) ir žmogaus poslinkio plausto atžvilgiu (žmogaus poslinkio judančios atskaitos sistemos atžvilgiu).

Abi lygybės $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ puses padaliję iš laiko t $(t \neq 0)$, gauname lygybę $\frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t}$. Kadangi $\frac{\vec{s}}{t} = \vec{v}$, $\frac{\vec{s}_1}{t} = \vec{v}_1$, $\frac{\vec{s}_2}{t} = \vec{v}_2$, tai $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Taigi žmogaus greitis $\vec{v}$ nejudančioje atskaitos sistemoje (susietoje su Žeme) lygus sumai dviejų greičių: plausto greičio $\vec{v}_1$ nejudančioje atskaitos sistemoje ir žmogaus greičio $\vec{v}_2$ judančioje atskaitos sistemoje (susietoje su plaustu).

Išnagrinėkime judėjimo pavyzdį, kai poslinkių vektoriai $\vec{s}_1$ ir $\vec{s}_2$ (taip pat ir greičių vektoriai $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$) sudaro statųjį kampą.

**2 pavyzdys.** Bokštinis kranas juda bėgiais tiesiai ir tolygiai ir tuo pačiu metu kelia į viršų krovinį. Nejudančią koordinačių sistemą XOY susiekime su Žeme, o judančią koordinačių sistemą X'O'Y' – su krano platforma.

Krovinio poslinkį judančioje atskaitos sistemoje, susietoje su krano platforma, pažymėkime $\vec{s}_1$, o pačios platformos (su platforma susietos judančios atskaitos sistemos) poslinkį nejudančioje atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme, pažymėkime $\vec{s}_2$. Tada, remiantis poslinkių sudėties taisykle, krovinio poslinkis nejudančioje atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme, lygus $\boxed{\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2}$.




Kadangi poslinkiai $\vec{s}_1$, $\vec{s}_2$ ir $\vec{s}$ įvyko per vieną ir tą patį laiką t, tai gautosios lygybės abi puses padaliję iš t $(t \neq 0)$, gauname:

$$\frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t}, \quad \text{arba} \quad \boxed{\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,} \quad \text{t.y.}$$

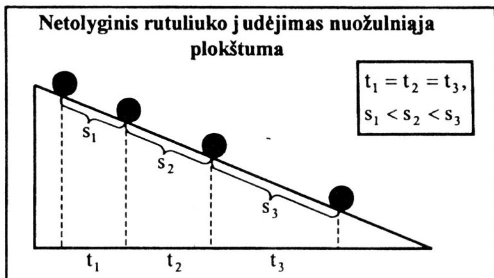
krovinio greitis nejudančioje atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme, yra lygus sumai dviejų greičių: krovinio greičio judančioje atskaitos sistemoje, susietoje su platforma, ir pačios judančios atskaitos sistemos greičio nejudančios sistemos atžvilgiu.

Kadangi greičių ir poslinkių kryptys sudaro statųjį kampą, tai vektoriniams statiesiems trikampiams pritaikę Pitagoro teoremą, gauname:

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}\,, \qquad v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}\,.$$

## 1.4. NETOLYGINIS JUDĖJIMAS

Tolyginis judėjimas palyginti retai pasitaiko. Dažniausiai kūnai juda netolygiai. Toks judėjimas, kai kūno poslinkiai per vienodus laiko tarpus nėra lygūs, vadinamas **netolyginiu judėjimu.**




Vadinasi, kai kūnas juda netolygiai, jo greitis yra nepastovus $(v \neq \text{const})$. Pavyzdžiui, netolygiai juda traukiniai, automobiliai, autobusai ir t.t.

Nagrinėdami netolyginį judėjimą dažnai vartojame vidutinio greičio sąvoką. Norint apskaičiuoti kūno netolyginio judėjimo vidutinį greitį, reikia kūno visą nueitą kelią padalyti iš viso judėjimo laiko:

$$v_{vid} = \frac{\text{visas nueitas kelias}}{\text{visas judėjimo laikas}},$$ arba $$v_{vid} = \frac{\ell}{t};$$

čia $\ell$ – nueitas kelias, t – laikas, sugaištas tam keliui nueiti.

**1 pavyzdys.** Jei automobilis pirmuosius $\ell_1 = 30$ km nuvažiavo per $t_1 = 15$ min (pastoviu $v_1 = \frac{30\text{ km}}{\frac{1}{4}\text{h}} = 120\frac{\text{km}}{\text{h}}$ greičiu), o likusius $\ell_2 = 30$ km, esant dideliam eismui gatvėje, nuvažiavo per $t_2 = 45$ min ( pastoviu $v_2 = \frac{30\text{ km}}{\frac{3}{4}\text{h}} = 40\frac{\text{km}}{\text{h}}$ greičiu), tai vidutinis

automobilio greitis $v_{vid} = \frac{\ell}{t} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_1 + t_2} = \frac{30\text{km} + 30\text{km}}{0{,}25\text{h} + 0{,}75\text{h}} = 60\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

**2 pavyzdys.** Žinoma, kad automobilis pirmąją pusę kelio važiavo $v_1 = 40\frac{\text{km}}{\text{h}}$ greičiu, o antrąją – $v_2 = 60\frac{\text{km}}{\text{h}}$ greičiu . Rasime automobilio vidutinį greitį.

**Sprendimas.** Sakykime, pirmąją pusę kelio automobilis nuvažiavo per laiką $t_1$. Tada jo greitis važiuojant pirmąją pusę kelio buvo $v_1 = \frac{\frac{s}{2}}{t_1} = \frac{s}{2t_1}$ greičiu. Antrąją pusę kelio jis nuvažiavo per laiką $t_2$. Vadinasi, jo greitis važiuojant antrąją pusę kelio buvo $v_2 = \frac{\frac{s}{2}}{t_2} = \frac{s}{2t_2}$. Visas automobilio judėjimo laikas lygus

$$t_v = t_1 + t_2 = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right).$$

Kadangi automobilio nuvažiuotas visas kelias lygus s, tai vidutinis greitis randamas taip:

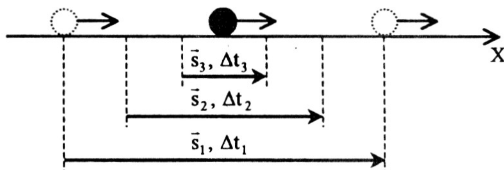
$$v_{vid} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2};$$

$$v_{vid} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 40}{100} = 48\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

* * *

Be vidutinio greičio, nagrinėjant netolyginį judėjimą, reikia žinoti momentinį greitį. Kūno greitis kuriuo nors momentu arba kuriame nors trajektorijos taške vadinamas **momentiniu greičiu**.

Momentinis greitis lygus pakankamai mažo poslinkio trajektorijos ruože, kuriam priklauso tas taškas, ir mažo laiko tarpo, per kurį atliekamas tas poslinkis, santykiui.




Momentinis greitis dažnai apibrėžiamas kaip riba, prie kurios artėja kūno vidutinis greitis, neapibrėžtai mažinant laiko tarpą $\Delta t$ :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Momentinį greitį rodo automobilio spidometras.

## 1.5. TOLYGIAI KINTAMAS JUDĖJIMAS. PAGREITIS

Paprasčiausia netolyginio judėjimo rūšis yra tolygiai kintamas judėjimas.

Judėjimas, kai kūno greitis per bet kuriuos lygius tarpus pakinta vienodai, vadinamas **tolygiai kintamu judėjimu.**

Dydis, apibūdinantis greičio kitimo spartą, vadinamas **pagreičiu.**

Tolygiai kintamai judančio kūno **pagreičiu** vadinamas pastovus dydis, lygus kūno greičio pokyčio ir laiko, per kurį tas pokytis įvyko, santykiui:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t},$$ arba $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t}$, kur $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ yra greičio pokytis per laiką t.

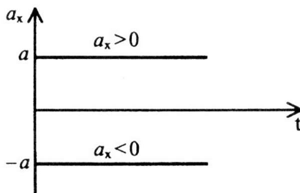
Projekcijomis į pasirinktą ašį ši lygybė užrašoma taip:

$$a_x = \frac{v_x - v_{ox}}{t}.$$

Pagreitis – vektorinis dydis. Pagreičio vienetas SI sistemoje yra $1\frac{m}{s^2}$, t.y. pagreitis tokio tolygiai kintamai judančio kūno, kai per 1 s jo greitis pakinta $1\frac{m}{s}$.

Jei kūnas juda tiesiai ir tolygiai kintamai, tai $a = \text{const}$.

Pagreičio priklausomybės nuo laiko grafikas yra tiesė, lygiagreti laiko ašiai:




Pagreičio vektorius $\vec{a}$ nukreiptas išilgai trajektorijos (tiesės). Jei pagreičio ir greičio vektoriai $\vec{a}$ ir $\vec{v}$ yra vienakrypčiai $(\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v})$, tai judėjimas yra tolygiai greitėjantis, o kai priešpriešiai $(\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v})$, – tolygiai lėtėjantis. Abiem atvejais kūno greitis

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \ ;$$

čia $\vec{v}_0$ – pradinio greičio vektorius.

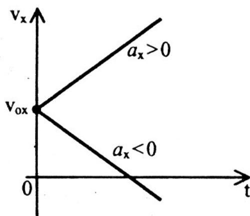
Kūno greičio projekcija pasirinktoje koordinačių ašyje (pavyzdžiui, x) užrašoma taip:

$$v_x = v_{ox} + a_x t \ .$$

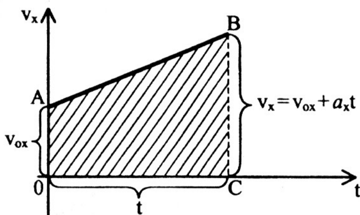
Analogiškai užrašomos kūno greičio projekcijos į kitas dvi koordinačių ašis.

Kai $a_x > 0$, kūno greitis tolygiai didėja, t.y. kūnas juda **tolygiai greitėdamas**. Kai $a_x < 0$, kūno greitis mažėja, t.y. kūnas juda **tolygiai lėtėdamas**.

Kadangi tolygiai kintamai judančio kūno greičio priklausomybė nuo laiko išreiškiama tiesine funkcija, tai šios funkcijos grafikas yra tiesė:




Naudojantis tolygiai greitėjančiai judančio kūno greičio priklausomybės nuo laiko grafiku, nesunkiai galime apskaičiuoti kūno poslinkį per laiką t. Šis poslinkis lygus užbrūkšniuotos trapecijos OABC plotui. Trapecijos pagrindai yra $v_{ox}$ ir $v_x$, o aukštinė lygi t, todėl trapecijos OABC plotas



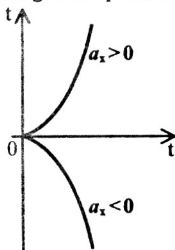
lygus $\boxed{s_x = \frac{v_{ox} + v_x}{2} \cdot t}$. Bet $v_x = v_{ox} + a_x \cdot t$, todėl

$$s_x = \frac{v_{ox} + v_{ox} + a_x \cdot t}{2} \cdot t = \frac{2v_{ox} + a_x \cdot t}{2} \cdot t = v_{ox}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Taigi $\boxed{s_x = v_{ox}t + \frac{a_x t^2}{2}}$.

Tolygiai greitėjančio judėjimo atveju $a_x > 0$, o tolygiai lėtėjančio judėjimo atveju $a_x < 0$.

Tiesiaeigio tolygiai kintamo judėjimo poslinkio s priklausomybės nuo laiko t grafikas pavaizduotas paveiksle:




Šios priklausomybės grafikas yra parabolės dalis, kai $t > 0$.

Tuo atveju, kai nežinomas judėjimo laikas, galime naudotis kita poslinkio skaičiavimo formule, kurią gauname spręsdami lygčių sistemą:

$$\begin{cases} s_x = \frac{v_{ox} + v_x}{2} \cdot t, & (1) \\ v_x = v_{ox} + a_x t. & (2) \end{cases}$$

Iš sistemos antrosios lygties išreiškiame judėjimo laiką $t = \frac{v_x - v_{ox}}{a_x}$. Šią laiko išraišką įstatome į sistemos (1) lygtį ir

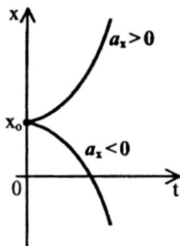
gauname $s_x = \frac{v_x + v_{ox}}{2} \cdot \frac{v_x - v_{ox}}{a_x} = \frac{v_x^2 - v_{ox}^2}{2a_x}$.

Taigi $\boxed{s_x = \frac{v_x^2 - v_{ox}^2}{2a_x},}$ arba $\boxed{v_x^2 - v_{ox}^2 = 2a_x s_x.}$ Iš šios formulės galime rasti kūno greitį laiko momentu t:

$$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2a_x s_x \quad \text{arba} \quad v_x = \sqrt{v_{ox}^2 + 2a_x s_x}.$$

Jau žinome, kad koordinatė bet kuriuo laiko momentu išreiškiame taip: $x = x_0 + s_x$. Kadangi kintamo judėjimo atveju $s_x = v_{ox}t + \frac{a_x t^2}{2}$, tai tolygiai kintamo judėjimo koordinatės x priklausomybė nuo laiko t išreiškiama lygtimi $\boxed{x = x_0 + v_{ox}t + \frac{a_x t^2}{2},}$ čia $x_0$ – kūno pradinė koordinatė.

Koordinatės priklausomybės nuo laiko grafikas taip pat yra parabolės dalis, kai $t > 0$.




Tiesiaeigio tolygiai kintamo judėjimo vidutinis greitis $v_{vid} = \frac{s}{t}$.

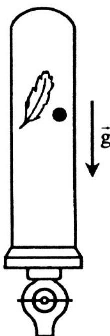
Bet $s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$, todėl $v_{vid} = \frac{\frac{v_0 + v}{2} \cdot t}{t} = \frac{v_0 + v}{2}$. Taigi tolygiai

kintamo judėjimo vidutinis greitis lygus pusei pradinio ir galinio greičių sumos pusei:

$$v_{vid} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

## 1.6. LAISVASIS KŪNŲ KRITIMAS. LAISVOJO KRITIMO PAGREITIS

Tolygiai kintamo judėjimo pavyzdys yra laisvasis kūno kritimas ar vertikaliai aukštyn mesto kūno judėjimas. Apskritai **laisvasis kritimas** – tai kūno, veikiamo tik sunkio jėgos (Žemės traukos jėgos), judėjimas. Toks kritimas įmanomas tik tuštumoje (vakuume), kur nėra oro. 1853 m. italų mokslininkas Galileo Galilėjus nustatė, kad nesant oro pasipriešinimo visi kūnai, nepriklausomai nuo jų masės, krinta ant Žemės vienodu pagreičiu $\vec{g}$, nukreiptu vertikaliai žemyn. Šį pagreitį laisvai krintantiems kūnams suteikia Žemės traukos jėga (sunkio) jėga. Tas pagreitis vadinamas **laisvojo kritimo pagreičiu.** Pavyzdžiui, vamzdyje, iš kurio išsiurbtas oras, vienodu pagreičiu krinta skirtingų masių kūnai: tiek plunksna, tiek švino gabaliukas.




Laisvojo kritimo pagreitis priklauso tik nuo aukščio virš jūros lygio ir nuo geografinės platumos.

Jis kinta nuo $9{,}83\,\frac{m}{s^2}$ iki $9{,}78\,\frac{m}{s^2}$. Sprendžiant uždavinius, laisvojo kritimo pagreitis laikomas lygiu $g = 9{,}8\,\frac{m}{s^2}$.

Jei kūnas juda tik vertikaliai (aukštyn arba žemyn), tai jo padėčiai nurodyti užtenka tik vienos koordinatės y.

Aprašydami tokį judėjimą, pasirenkame vieną koordinatinę ašį OY, nukreiptą vertikaliai aukštyn arba žemyn. Nepriklausomai nuo ašies OY krypties, laisvojo kritimo pagreičio vektorius $\vec{g}$ visada nukreiptas vertikaliai žemyn.

Laisvasis kūnų kritimas arba vertikaliai aukštyn (žemyn) greičiu $v_0$ mesto kūno judėjimas bendru atveju aprašomas lygtimis:

$$y = h = h_0 + v_{oy}t + \frac{g_y t^2}{2}, \quad (1)$$

$$v_y = v_{oy} + g_y t, \quad (2)$$

$$v_y^2 = v_{oy}^2 + 2g_y(h - h_0). \quad (3)$$

(1) lygtis nusako vertikaliai aukštyn arba žemyn judančio kūno koordinatę (aukštį) bet kuriuo laiko momentu t, skaičiuojant nuo judėjimo pradžios pradiniu laiko momentu, kai $t = 0$, kūno pradinė koordinatė $y = h_0$.

(2) lygtis nusako judančio kūno greitį, praėjus laikui t nuo judėjimo pradžios. Pradiniu laiko momentu, kai $t = 0$, kūno greitis $v_y = v_{oy}$.

(3) lygtis nusako kūno greitį bet kuriame trajektorijos (tiesės) taške.

Jeigu Oy ašis nukreipta į apačią, tai laisvojo kritimo pagreičio vektoriaus $\vec{g}$ projekcija į tą ašį yra teigiama $(g_y > 0)$, o jeigu OY ašis nukreipta į viršų, tai laisvojo kritimo pagreičio vektoriaus $\vec{g}$ projekcija į tą ašį yra neigiama $(g_y < 0)$. Pradinio greičio vektoriaus $\vec{v}_0$ ir greičio tam tikru laiko momentu vektoriaus $\vec{v}$ projekcijos yra teigiamos, kai šių vektorių kryptys sutampa su pasirinkta OY ašies kryptimi, ir neigiamos, jeigu vektorių $\vec{v}_0$ ir $\vec{v}$ kryptys yra priešingos pasirinktai OY ašies krypčiai.

## 1.7. VERTIKALIAI AUKŠTYN IR ŽEMYN MESTO KŪNO JUDĖJIMAS

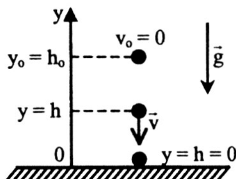
Išnagrinėsime visus būdingus kūno judėjimo vertikaliai aukštyn arba žemyn atvejus.

① Sakykime, kūnas laisvai krinta iš pradinio aukščio $h_o$. Pastebėkime, kad šiuo atveju kūno judėjimas yra tolygiai greitėjantis. Kūno pagreitis lygus laisvojo kritimo pagreičiui: $a = g$. OY ašį nukreipkime į viršų (OY ašies kryptis priešinga judėjimo krypčiai). Tada $g_y = -g$, $v_y = -v$, $v_o = 0$. (1), (2) ir (3) lygtys laisvajam kūno kritimui atrodys taip:

$$y = h = h_o - \frac{gt^2}{2}, \quad (4)$$

$$v = g\,t, \quad (5)$$

$$v^2 = 2g(h - h_o). \quad (6)$$




Kadangi nukritimo žemėn momentu y = h = 0, o $t = t_{max}$ ($t_{max}$ – visas kūno kritimo laikas), tai iš (4) lygties randame aukštį $h_o$, iš kurio krinta kūnas ir kūno kritimo laiką $t_{max}$:

$$h_o = \frac{g \cdot t_{max}^2}{2}; \qquad t_{max} = \sqrt{\frac{2h_o}{g}}.$$

Kūno greitį v praėjus laikui t nuo judėjimo pradžios nusako (5) lygtis:

$$v = g \cdot t.$$

Kūnas laisvai krinta tolygiai greitėdamas (pagreičiu g) didžiausią greitį $v_{max}$ pasiekia nukritimo žemėn momentu, kai $t = t_{max}$:

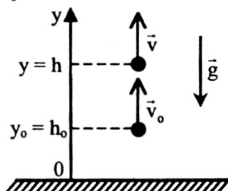
$$v_{max} = g \cdot t_{max} = g\sqrt{\frac{2h_o}{g}} = \sqrt{2g \cdot h_o}.$$

Taigi $\boxed{v_{max} = \sqrt{2g \cdot h_o}}$.

Kūno poslinkį per laiką t galime rasti iš (4) lygties:

$$\boxed{s = h_o - h = \frac{gt^2}{2}}.$$

② Vertikaliai aukštyn pradiniu greičiu $v_o$ mestas kūnas juda tolygiai lėtėdamas pagreičiu $a = -g$. Vertikaliai aukštyn mesto kūno atveju $v_{oy} = v_o$, $v_y = v$, $g_y = -g$ ir (1), (2), (3) judėjimo lygtys atrodys taip:



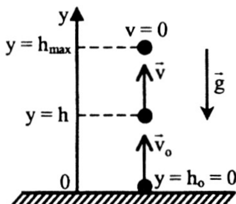

$$y = h = h_o + v_o t - \frac{gt^2}{2}, \quad (7)$$

$$v = v_o - g\,t, \quad (8)$$

$$v^2 = v_o^2 - 2g(h - h_o); \quad (9)$$

čia $v_o$ – pradinis greitis, kuriuo mestas kūnas; $h_o$ – aukštis, iš kurio mestas kūnas (skaičiuojant nuo Žemės paviršiaus); v – kūno greitis laiko momentu t; h – aukštis, į kurį pakyla kūnas per laiką t.

Jei kūnas mestas pradiniu greičiu $v_o$ nuo Žemės paviršiaus ($y_o = h_o = 0$), tai (7) ir (9) lygtys supaprastėja ir toks judėjimas aprašomas lygtimis:




$$y = h = v_o t - \frac{gt^2}{2}, \quad (10)$$

$$v = v_o - g\,t, \quad (11)$$

$$v^2 = v_o^2 - 2gh; \quad (12)$$

Aukščiausiame pakilimo taške, kai $y = h_{max}$ (čia $h_{max}$ – maksimalus kūno pakilimo aukštis, skaičiuojant nuo Žemės paviršiaus) ir $v = 0$, iš (12) lygties randame, kad

$$\boxed{h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}.}$$

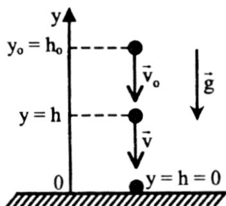
Jei pažymėsime $t_{h_{max}}$ – laiką, per kurį vertikaliai aukštyn mestas kūnas pasiekia maksimalų aukštį, tai iš (11) lygties, kai $t = t_{h_{max}}$ ir $v = 0$, gauname:

$$\boxed{t_{h_{max}} = \frac{v_0}{g}.}$$

Užrašykime dar vieną formulę, kurią gauname iš (10) – (12) lygčių:

$$\boxed{h = \frac{v_0 + v}{2}t.}$$

③ Vertikaliai žemyn pradiniu greičiu $v_0$ mestas kūnas juda tolygiai greitėdamas pagreičiu $a$ = g. Šiuo atveju $v_{oy}$= $-v_0$, $v_y$ = - v, $g_y$ = - g ir (1), (2), (3) judėjimo lygtys atrodo taip:




$$\boxed{\begin{aligned} &y = h = h_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \\ &-v = -v_0 - gt, \\ &(-v)^2 = (-v_0)^2 - 2g(h - h_0); \end{aligned}}$$

Šias lygtis pertvarkę, gauname:

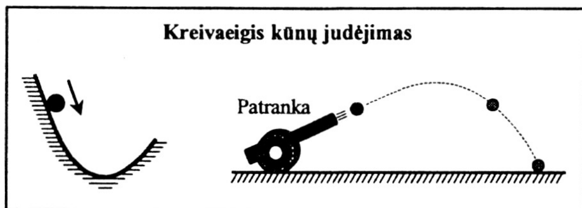
$$y = h = h_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad (13)$$

$$v = v_0 + gt, \quad (14)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2g(h_0 - h) \quad (15)$$

## 1.8. KREIVAEIGIS JUDĖJIMAS. JUDĖJIMAS APSKRITIMU

**Kreivaeigis judėjimas.** Gamtoje ir technikoje dažnas judėjimas, kai trajektorija yra ne tiesė, o kreivė (pavyzdžiui, apskritimas, elipsė, hiperbolė, parabolė ir kt.). Taip juda planetos, dirbtiniai Žemės palydovai, mašinų ir mechanizmų dalys, transporto priemonės posūkiuose, kampu į horizontą mestas nuo stalo nuriedėjęs kamuolys, laikrodžio minutinės rodyklės galas ir t.t.



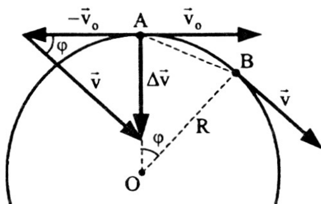

Kūno judėjimas apskritimu – kreivaeigio judėjimo atvejis, kai trajektorijos kreivumo spindulys R nekinta. Tolygiai apskritimu judančio kūno linijinio greičio modulis nekinta, kinta tik jo kryptis. Kreive judančio kūno linijinis greitis $\vec{v}$ bet kuriame trajektorijos taške nukreiptas liestine tam taškui. Kadangi greičio kryptis visą laiką kinta, tai apskritimu judantis kūnas visada juda su pagreičiu. Pagreitis – vektorinis dydis, todėl mums reikia žinoti jo kryptį ir modulį.

Kaip žinome, pagreitis išreiškiamas formule $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$ arba

$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{t}$.

Pagreičio $\vec{a}$ ir greičio pokyčio $\Delta\vec{v}$ vektorių kryptys sutampa.

Sakykime, kūnas juda R spindulio apskritimu (žr. paveikslą).




Tam tikru laiko momentu taške A jo greitis yra $\vec{v}_0$, po labai trumpo laiko tarpo taške B jo greitis yra $\vec{v}$. Tada kūno pagreitis

$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

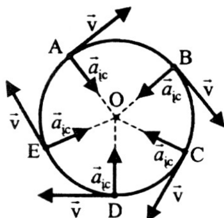
Jeigu laiko tarpas labai mažas, tai kampas φ irgi labai mažas. Greičio pokyčio vektorius $\Delta\vec{v}$ nukreiptas į apskritimo centrą, dėl to ir pagreičio vektorius $\vec{a}$ nukreiptas į apskritimo centrą. Šis pagreitis vadinamas **įcentriniu.**

Esant mažam laiko tarpui, taškai A ir B yra arti vienas kito, o lankas AB sutampa su styga AB. Lanko AB ilgis lygus kūno nueitam keliui, kai į tašką nubrėžtas spindulys pasisuka kampu φ. Iš panašių trikampių galime užrašyti:

$\frac{\Delta\vec{v}}{AB} = \frac{\vec{v}}{R}$. Bet $AB = v \cdot t$, todėl $\frac{\Delta\vec{v}}{v \cdot t} = \frac{\vec{v}}{R}$, arba $\boxed{a_{įc} = \frac{v^2}{R}}$.

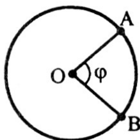
Ši formulė išreiškia įcentrinio pagreičio modulį.

Įcentrinis pagreitis išreiškia greičio krypties kitimo spartą ir nukreiptas į apskritimo centrą.

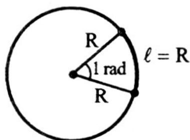



Taigi tolygiai apskritimu kūnas juda pagreičiu, kuris nukreiptas išilgai spindulio į apskritimo centrą ir kurio modulis lygus $\frac{v^2}{R}$.

Kūno judėjimui apskritimu aprašyti įvedamas **spindulio posūkio kampas φ.**



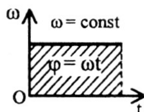

Tai kampas, kuriuo per laiką t pasisuka judantį tašką su sukimosi centru (apskritimo centru) jungiąs spindulys. Posūkio kampas φ matuojamas **radianais** (rad).




**Vieno radiano kampas** yra centrinis kampas, besiremiantis į lanką, kurio ilgis $\ell$ lygus apskritimo spinduliui R. Kai $\ell = R$, tai $1\ \text{rad} = \frac{\ell}{R}$. Jeigu lanko ilgis lygus apskritimo ilgiui $(\ell = 2\pi R)$, tai $360° = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi\ \text{rad}$. Taigi $1\ \text{rad} \approx 57°18'$.

Pagal posūkio kampą galima nustatyti besisukančio kūno padėtį. Judėjimui apskritimu apibūdinti įvedama kampinio greičio sąvoka.

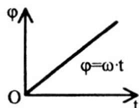
Tolygiai apskritimu judančio taško kampiniu greičiu $\omega$ vadinamas į tą tašką nubrėžto spindulio posūkio kampo $\varphi$ ir laiko t, per kurį įvyko tas posūkis, santykis:




$$\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t}.}$$

Iš šios lygybės pats posūkio kampas

$$\boxed{\varphi = \omega \cdot t.}$$

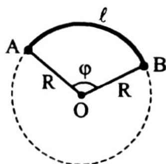



Kampinio greičio matavimo vienetas yra radianas per sekundę: $[\,\omega\,] = 1\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Tolygiai apskritimu judančio taško linijinio greičio v modulis lygus nueito kelio $\ell$ ir laiko, per kurį tas kelias buvo nueitas, santykiui:

$$\boxed{v = \frac{\ell}{t}.}$$

Apskritimu judančio linijinio greičio vektorius $\vec{v}$ nukreiptas liestine duotajame apskritimo taške. Pastebėkime, kad judėjimo apskritimu atveju, kelias $\ell$ lygus apskritimo lanko ilgiui.




Sakykime, per laiką t spindulys R pasisuko kampu $\varphi$, o pats judantis taškas per tą laiką nuėjo kelią, lygų apskritimo lanko ilgiui $\ell$. Posūkio kampas $\varphi$ ir apskritimo lanko ilgis $\ell$ susiję lygybe

$$\boxed{\ell = R \cdot \varphi\,;}$$

čia R – apskritimo spindulys.

Kūno tolyginio judėjimo atveju jo linijinis greitis ir kampinis greitis susiję taip:

$$v = \frac{\ell}{t} = \frac{R \cdot \varphi}{t} = R \cdot \omega \text{. Taigi } \boxed{v = R \cdot \omega}.$$

Tolygiai apskritimu judančio taško **apsisukimo periodu** vadinamas laiko tarpas, per kurį kūnas apsisuka vieną kartą (žymimas raide T). Apsisukimo periodą T galima apskaičiuoti pagal formules:

$$\boxed{T = \frac{t}{N}} \quad \text{arba} \quad \boxed{T = \frac{2\pi R}{v};}$$

čia t – laikas, per kurį kūnas apsisuka N kartų; v – kūno judėjimo linijinis greitis.

Dydis, atvirkščias sukimosi periodui, vadinamas **sukimosi dažniu** ir žymimas raide n. Taigi

$$\boxed{n = \frac{1}{T}.}$$

Sukimosi dažnis n – apsisukimų skaičius per laiko vienetą. Dažnio vienetai – $1\ \frac{aps}{s} = \frac{1}{s}$; dažnai naudojamas vienetas yra $1\ \frac{aps}{min}$.

Per vieną apsisukimo periodą judančio taško posūkio kampas φ lygus $2\pi$ rad, todėl $2\pi = \omega \cdot T$. Taigi

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \quad \text{ir} \quad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.}$$

Tolygiai apskritimu judančio kūno linijinį greitį galima skaičiuoti pagal formules:

$$\boxed{v = \frac{2\pi R}{T}} \quad \text{arba} \quad \boxed{v = 2\pi R n.}$$

Tolygiai apskritimu judančio kūno įcentrinį pagreitį $a_{įc}$ taip pat galima išreikšti per apsisukimo periodą T ir sukimosi dažnį n:

$$\boxed{a_{įc} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 R n^2.}$$

Kadangi $a_{įc} = \frac{v^2}{R}$ ir $v = \omega \cdot R$, tai $a_{įc} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R} = \omega^2 \cdot R$.

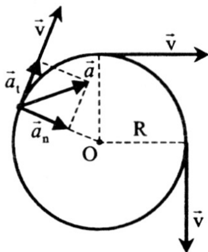
Taigi tolygiai apskritimu judančio kūno įcentrinį pagreitį $a_{įc}$ ir kampinį greitį $\omega$ sieja lygybė:

$$a_{įc} = \omega^2 \cdot R .$$

Jei kūnas juda apskritimu netolygiai, tai kinta ne tik kūno linijinio greičio kryptis, bet ir modulis. Jau žinome, kad kūnas juda apskritimu visada tam tikru pagreičiu (net ir tolyginio judėjimo apskritimu atveju!). Netolygiai apskritimu judančio kūno pagreitis susideda iš **liestinio** (**tangentinio**) pagreičio $\vec{a}_t$ ir **įcentrinio** (**normalinio**) pagreičio $\vec{a}_n$, t.y. $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$. Jo modulis

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} .$$

Tolygiai apskritimu judančio kūno $a_t = 0$, $a = a_n = \frac{v^2}{R}$.




Liestinis pagreitis parodo greičio dydžio kitimo spartą $(a_t = v'_t)$ ir nukreiptas trajektorijos liestine. Įcentrinis pagreitis išreiškia greičio krypties kitimo spartą ir nukreiptas į trajektorijos kreivumo centrą (nagrinėjamu atveju – į apskritimo centrą).

Kai kūnas sukasi netolygiai, jo kampinio greičio $\omega$ kitimo spartą apibūdina kampinis pagreitis:

$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (tiksliau – kampinio pagreičio modulis lygus kampinio greičio išvestinei laiko atžvilgiu $(\varepsilon = \omega'_t)$.

Kai $\varepsilon = const$ , kūnas juda apskritimu tolygiai greitėjančiai.

Sukamojo judėjimo lygčių ir grafikų forma analogiška slenkamojo judėjimo lygčių ir grafikų formai.

| | Slenkamasis judėjimas | Sukamasis judėjimas |
|---|---|---|
| Tolyginis judėjimas | $v = const,\ a = 0$<br>$s = vt$ | $\omega = const,\ \varepsilon = 0$<br>$\varphi = \omega t$ |
| Tolygiai kintamas judėjimas | $a = const,\ v = v_0 + at,$<br>$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ | $\varepsilon = const,\ \omega = \omega_0 + \varepsilon t,$<br>$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ |

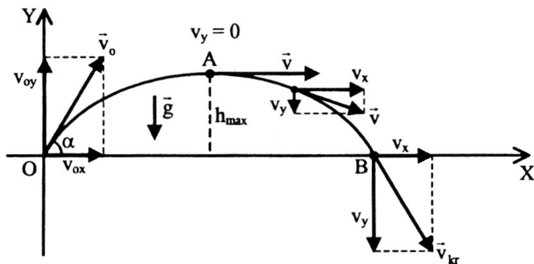
* * *

# 1.9. KAMPU Į HORIZONTĄ MESTO KŪNO JUDĖJIMAS. HORIZONTALIAI MESTO KŪNO JUDĖJIMAS

Išnagrinėsime kelis būdingus kreivaeigio judėjimo atvejus.

① **Kampu į horizontą mesto kūno judėjimas:**

Sakykime, kūnas metamas į horizontą kampu α ir pradiniu greičiu $v_0$.




Kampu į horizontą mesto kūno judėjimo trajektorija – **parabolė.**

OX ašies kryptimi kūnas juda tolygiai greičiu $v_{ox} = v_0 \cdot \cos\alpha$, o OY ašies kryptimi kūnas juda tolygiai kintamai pradiniu greičiu $v_{oy} = v_0 \sin\alpha$ ir pagreičiu $a_y = -g$, čia α – kampas, kurį sudaro pradinis greičio vektorius $\vec{v}_0$ su OX ašimi, $v_{ox}$ – pradinio greičio vektorius $\vec{v}_0$ horizontaliosios dedamosios projekcija $v_{oy}$ – pradinio greičio vektoriaus $\vec{v}_0$ vertikaliosios dedamosios $\vec{v}_{oy}$ projekcija į OY ašį. Todėl judėjimo lygtys šiuo atveju atrodo taip:

$$\begin{cases} x = v_{ox} \cdot t, \\ y = v_{oy} \cdot t + \dfrac{g_y t^2}{2}, \\ v_y = v_{oy} + g_y \cdot t. \end{cases}$$

Kadangi $v_{ox} = v_o\cos\alpha$, $v_{oy} = v_o\sin\alpha$, $g_y = -g$, tai kampu į horizontą mesto kūno judėjimas aprašomas lygtimis:

$$\begin{cases} x = v_o \cdot t\cos\alpha, & (1) \\ y = v_o \cdot t\sin\alpha - \dfrac{gt^2}{2}, & (2) \\ v_y = v_o\sin\alpha - gt. & (3) \end{cases}$$

Trajektorijos lygtį (kreivės, kuria juda kūnas, lygtį) galime gauti taip: iš (1) lygties išreikškime laiką $t = \dfrac{x}{v_o \cdot \cos\alpha}$ ir įstatykime šią išraišką į (2) lygtį vietoje t; gausime:

$$y = v_o \cdot \frac{x}{v_o\cos\alpha} \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_o^2\cos^2\alpha}, \text{ arba}$$

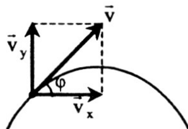
$$y = xtg\alpha - \frac{g}{2v_o^2\cos^2\alpha} \cdot x^2$$ – **parabolės lygtis**.

Lygtis, siejanti kūno koordinates, vadinama **trajektorijos lygtimi** (laiko joje nėra).

Kūno greitį bet kuriame trajektorijos (parabolės) taške randame remdamiesi formule

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},}$$

čia $v_x = v_{ox}$, $v_y = v_{oy} - gt$.




Šis greitis nukreiptas liestine į trajektoriją duotajame taške.

Greičio vektoriaus kryptis laisvai pasirinktame taške apibrėžiama kampu φ, kurį sudaro greičio vektorius $\vec{v}$ su OX ašimi:

$$\boxed{tg\varphi = \frac{v_y}{v_x}, \quad \varphi = arctg\frac{v_o\sin\alpha - gt}{v_o\cos\alpha}.}$$

Rasime, kiek laiko kūnas kilo iki maksimalaus aukščio $h_{max}$. Pažymėkime šį laiką $t_1$.

Aukščiausiame kūno pakilimo taške A: $v_y = 0$, o $t = t_1$, todėl laiką $t_1$, per kurį kūnas pakyla į maksimalų aukštį $h_{max}$, rasime iš (3) lygties:

$$0 = v_o \sin\alpha - g\, t_1; \text{ iš čia}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{v_o \sin\alpha}{g}.} \quad (4)$$

Maksimalų kūno pakilimo aukštį $h_{max}$ rasime iš (2) lygties įrašę į ją reikšmes $y = y_{max} = h_{max}$, $\quad t = t_1 = \dfrac{v_o \sin\alpha}{g}$:

$$h_{max} = v_o \sin\alpha \cdot t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = v_o \sin\alpha \cdot \frac{v_o \sin\alpha}{g} - \frac{g \cdot \dfrac{v_o^2 \sin^2\alpha}{g^2}}{2} =$$

$$= \frac{v_o^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{v_o^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_o^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Taigi $\boxed{h_{max} = \dfrac{v_o^2 \sin^2\alpha}{2g}.}$ (5)

Kritimo taške B: $y = 0$, $x = s$ (čia $s$ – lėkio nuotolis). Įrašę reikšmę $y = 0$ į (2) lygtį randame visą kūno lėkio laiką (visą kūno judėjimo laiką) $t_v$:

$$0 = v_o \sin\alpha \cdot t_v - \frac{g t_v^2}{2}; \qquad \boxed{t_v = \frac{2 v_o \sin\alpha}{g}.}$$

Matome, kad $\boxed{t_1 = \dfrac{t_v}{2}}$, t.y. kiek laiko kūnas kilo į maksimalų aukštį iki taško A, tiek pat laiko jis ir leidosi iki taško B.

Įrašę $x = s$ ir $t_v = \dfrac{2 v_o \sin\alpha}{g}$ į (1) lygtį, gauname

$$s = v_0 \cos\alpha \cdot t_v = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2}{g} \sin\alpha \cos\alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Taigi $\boxed{s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.}$

Lėkio nuotolis maksimalus, kai $\sin 2\alpha = 1$, t.y. , kai $\alpha = 45°$.

Taigi $\boxed{s_{max} = \frac{v_0^2}{g}.}$

Kūno kritimo greitis (greitis nukritimo žemėn momentu):

$$v_{kr} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2};$$

čia $v_x = v_0 \cos\alpha$, o

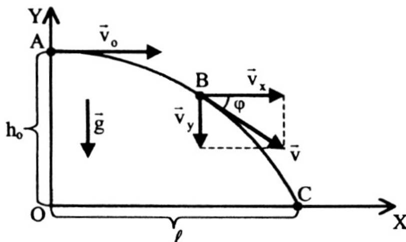
$$v_y = v_0 \sin\alpha - g\,t = v_0 \sin\alpha - g\frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = -\,v_0 \sin\alpha.$$

Taigi $\boxed{v_{kr} = \sqrt{v_0^2\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right)} = v_0.}$

Vadinasi, **kūno pradinis greitis $v_0$ lygus kritimo greičiui $v_{kr}$.**

## ② Horizontaliai mesto kūno judėjimas.

Sakykime, iš aukščio $h_0$ pradiniu greičiu $v_0$ horizontaliai metamas kūnas. Kūno judėjimui aprašyti išsirinkime stačiakampę koordinačių sistemą XOY.



Kūno judėjimo trajektorija yra **parabolės šaka.** Horizontaliai mesto kūno judėjimą galima išskaidyti į du nepriklausomus judėjimus:

1) tiesiaeigį tolyginį judėjimą, vykstantį horizontalia (OX ašies) kryptimi; šio judėjimo greitis $v_x$ lygus pradiniam greičiui $v_o$ , kuriuo metamas kūnas: $v_x = v_o$ .

2) tiesiaeigį greitėjantį judėjimą kryptimi, priešinga pasirinktai OY ašies krypčiai, arba, kitaip sakant, laisvąjį kūno kritimą iš pradinio aukščio $h_o$ pagreičiu g $(v_{oy} = 0)$.

Kūno judėjimas aprašomas lygtimis:

OX: $x = x_o + v_{ox} t$ ,

OY: $y = y_o + \frac{g_y^2 t^2}{2}$ .

Kadangi mūsų atveju pradinė koordinatė $x_o = 0$ ir $y_o = h_o$ , be to, $v_{ox} = v_o$ , $g_y = -g$ , tai lygtys atrodys taip:

$x = v_o \cdot t$ ,  (1)

$y = h_o - \frac{gt^2}{2}$ . (2)

Rasime kūno lėkio nuotolį $\ell$ (atstumą nuo koordinačių pradžios iki kritimo taško).

Kritimo taške C koordinatė x įgyja didžiausią reikšmę, kuri lygi kūno lėkio nuotoliui $(x = \ell)$; laikas t taip pat yra maksimalus: $t = t_{max}$ ; čia $t_{max}$ – visas kūno lėkio laikas.

Taigi (1) lygtis, užrašyta kritimo taškui C, atrodys taip: $\ell = v_o \cdot t_{max}$ .

Remiantis judesių nepriklausomybės dėsniu, kiek laiko kūnas lekia horizontaliai, tiek pat laiko jis laisvai krinta vertikaliai žemyn.

Kritimo taške C koordinatė $y = 0$, $t = t_{max}$ ir (2) lygtis taip atrodo:

$0 = h_o - \frac{g t_{max}^2}{2}$. Iš šios lygties lėkio laikas $t_{max} = \sqrt{\frac{2h_o}{g}}$.

Tada lėkio nuotolis $\ell = v_o \cdot \sqrt{\frac{2h_o}{g}}$.

Kūno greitis bet kuriame trajektorijos taške (pavyzdžiui, taške B) randamas pagal formulę

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Kadangi $v_x = v_o$, $v_y = -gt$, tai $v = \sqrt{v_o^2 + g^2 t^2}$.

Kampą φ, kurį greičio vektorius $\vec{v}$ sudaro su OX ašimi, tangentas randamas taip:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{v_y}{v_x}.$$

Tada pats kampas $\varphi = \mathrm{arctg}\frac{v_y}{v_x} = \mathrm{arctg}\frac{-gt}{v_o}$.

* * *

# 2. DINAMIKOS PAGRINDAI

## 2.1. JĖGA. JĖGŲ SUDĖTIS

Ankstesniame kinematikos skyriuje įvedėme kūno tiesiaeigio netolyginio judėjimo sąvoką. Jei kūnas juda netolygiai, tai jo greičio modulis laikui bėgant kinta, t.y. kūnas juda su pagreičiu. Tačiau aprašydami kūnų judėjimą, nesigilinome į greičio kitimo priežastis. Kūno greičio kitimo priežastis (pagreičio atsiradimo priežastis) nagrinėja mechanikos dalis, vadinama **dinamika.**

Kitaip sakant, dinamika nagrinėja kūnų sąveikos įtaką mechaniniam judėjimui. Mechaninio poveikio ar kūnų sąveikos matas yra **jėga.** Jėga – vektorinis dydis, dėl kurio kinta judėjimo greitis arba kūnas deformuojamas. Vadinasi, **jėga yra kūnų pagreičio arba deformacijos atsiradimo priežastis.** Kadangi jėga yra vektorinis dydis, tai ji apibūdinama **didumu (moduliu)** ir **kryptimi.** Jėgos vienetas – **niutonas (N).** Vieno niutono jėga suteikia 1 kg masės kūnui $1\ \frac{m}{s^2}$ pagreitį. Jėga matuojama **dinamometru.**

Mechanikoje nagrinėjamos gravitacinės (visuotinės traukos jėga, sunkio jėga), tamprumo bei trinties jėgos. Jos skirstomos į išorines ir vidines. Išorines jėgas sąlygoja nagrinėjamai sistemai nepriklausantys kūnai. Uždara (izoliuota) vadinama tokia kūnų sistema, kurios neveikia jėgos arba jų veikimas kompensuojasi. Vidinės jėgos – tai sistemos kūnų tarpusavio sąveikos jėgos.

Jei kūną (materialųjį tašką veikia kelios jėgos $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, ..., $\vec{F_n}$, tai jų poveikį galima pakeisti **atstojamąja jėga:**

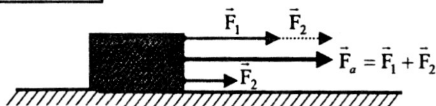
$$\boxed{\vec{F}_{ast} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n}\ .}$$

Taigi atstojamoji jėga lygi visų kūną (materialųjį tašką) veikiančių jėgų geometrinei sumai (vektorinei sumai).

Jėgos sudedamos remiantis vektorių sudėties taisyklėmis (trikampio arba lygiagretainio). Sudėti jėgas – tai dvi ar kelias materialųjį tašką ar kūną veikiančias jėgas pakeisti vienos, atstojamosios, jėgos veikimu. Sakykime, kūną veikia dvi jėgos. Skiriame kelis būdingus atvejus:

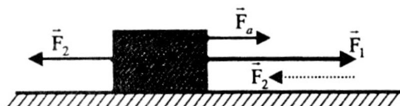
① Kai abi jėgos veikia kūną ta pačia kryptimi, jų didumas yra sudedamas. Atstojamosios jėgos $\vec{F_a}$ kryptis yra tokia pati, kaip ir abiejų veikiančių jėgų, o modulis (didumas) lygus abiejų kūną veikiančių jėgų $\vec{F_1}$ ir $\vec{F_2}$ modulių (didumų) sumai:

$$F_a = F_1 + F_2.$$



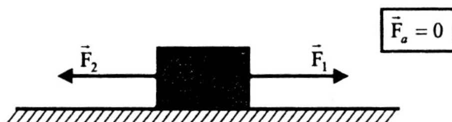

② Kai abi jėgos veikia kūną priešingomis kryptimis, tai iš didesnės jėgos didumo atimamas mažesnis didumas. Atstojamosios jėgos $\vec{F_a}$ kryptis sutampa su didesnės jėgos kryptimi.

$$F_a = F_1 - F_2, \text{ kai } F_1 > F_2.$$

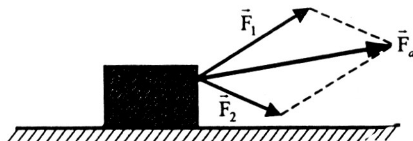



Kai kūną veikia dvi vienodo didumo, bet priešingų krypčių jėgos, $(F_1 = F_2)$ tai jų poveikiai kompensuojasi (panaikina vienas kitą)

– nusistovi vadinamoji **jėgų pusiausvyra**; šių jėgų atstojamoji jėga $\vec{F}_a$ lygi nuliui $\left(\vec{F}_a = 0\right)$.




③ Kai kūną veikia skirtingų krypčių jėgos, tai jų atstojamoji jėga $\vec{F}_a$ sutampa su lygiagretainio, kurio kraštinės sudarytos iš kūną veikiančių jėgų, įstrižaine (atstojamoji jėga $\vec{F}_a$ randama remiantis vektorių sudėties lygiagretainio taisykle).



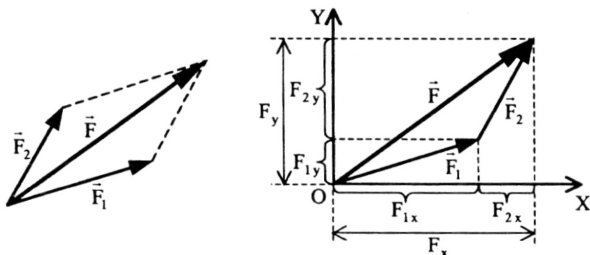

Sprendžiant fizikos uždavinius, algebriniai veiksmai paprastesni negu geometriniai. Todėl paprasčiau atlikinėti veiksmus ne su vektoriais, o jų projekcijomis.

Jei kūną veikia kelios jėgos $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, ..., $\overrightarrow{F_n}$, tai atstojamosios jėgos projekcijos koordinačių ašyse lygios atskirų jėgų projekcijų sumai, t.y.

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx}, \qquad F_y = F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny},$$
$$F_z = F_{1z} + F_{2z} + \ldots + F_{nz}.$$

Pavyzdžiui, jei kūną veikia dvi jėgos $\overrightarrow{F_1}$ ir $\overrightarrow{F_2}$, tai atstojamosios jėgos $\vec{F}$ projekcijos į koordinačių ašis OX ir OY randamos taip:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x}\ ;\ F_y = F_{1y} + F_{2y}\ .$$

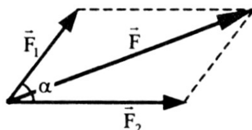



Atstojamosios jėgos modulį randame remdamiesi Pitagoro teorema:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}\ .$$

Jei žinome, kad jėgos $\vec{F_1}$ ir $\vec{F_2}$ sudaro kampą α, tai atstojamosios jėgos $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ modulį randame taip:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos\alpha}\ .$$




## 2.2. KŪNŲ INERTIŠKUMAS. MASĖ. TANKIS

Jei kūnas juda su pagreičiu, tai mes visuomet rasime kitą kūną arba kitus kūnus, kurie tą pagreitį sukelia. Jau išsiaiškinome, kad jėga yra vektorinis dydis, kuris apibūdina, kaip vienas kūnas veikia kitą kūną, keisdamas jo greitį, t.y. suteikdamas jam pagreitį. Taigi, kai sakoma, kad kūną veikia jėga, tai reiškia, kad tą kūną veikia kitas kūnas. Tačiau sąveikos metu kūno įgytas pagreitis priklauso ne tik nuo

kūną veikiančios jėgos dydžio (arba kūną veikiančių jėgų atstojamosios dydžio), bet ir nuo paties kūno savybės, kuri vadinama **inertiškumu**. Kūno savybė išlaikyti nepakitusią būseną, kol jo neveikia išorinės jėgos, vadinama inertiškumu. Kūno greičiui pakeisti apibrėžti dydžiu $\Delta \vec{v}$ reikia tam tikro laiko. Kuo tas laikas ilgesnis, tuo kūnas inertiškesnis. Pavyzdžiui, tam kad sustabdyti pastoviu greičiu važiuojančius lengvąjį automobilį ir sunkvežimį veikiant juos ta pačia pakankamai didele priešingos krypties jėga, reikia skirtingo laiko: sunkvežimiui reikia daugiau laiko. Vadinasi, sunkvežimis yra inertiškesnis už automobilį.

Fizikinės kūnų savybės apibūdinamos fizikiniais dydžiais. Kai kalbame apie slenkamąjį judėjimą, kūno inertiškumui apibūdinti fizikoje naudojamas dydis, vadinamas **mase**. Taigi kūno masė yra jo inertiškumo matas.

Iš dviejų kūnų inertiškesnis yra tas, kurio masė yra didesnė. Pavyzdžiui, sunkvežimis yra inertiškesnis už lengvąjį automobilį, nes sunkvežimio masė yra didesnė; jei pastoviu greičiu judančius lengvąjį automobilį ir sunkvežimį paveiksime vienodo dydžio pastovia jėga, tai sunkvežimis sąveikos metu įgys mažesnį pagreitį, negu lengvasis automobilis.

SI sistemoje masės vienetas yra **kilogramas (kg).** 1 kg apytiksliai lygus 15° C temperatūros 1 $\ell$ gryno vandens masei. Tarptautiniu masės etalonu laikomas 39 mm skersmens ir 39 mm aukščio cilindras, pagamintas iš platinos ir iridžio lydinio, kurio masę susitarta laikyti 1 kilogramu. Kai kūno greitis nedidelis (Niutono mechanika), jo masė nepriklauso nuo greičio. Kūno masė lygi visų jį sudarančių dalelių masei, t.y. **masė adityvi** (masės sudedamos). Kai

du ar daugiau kūnų sujungiami į vieną, jų masės sudedamos. Materialiųjų taškų sistemos **masės centras** (inercijos centras) – taškas, kuriame tarytum sukaupta sistemos masė. Šio taško koordinatės:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{m}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{m}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{m};$$

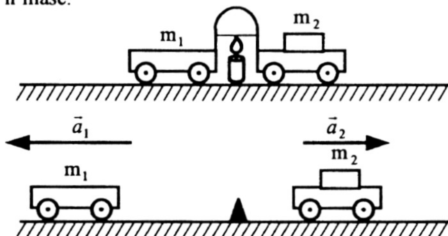
čia $m_i$ – i-ojo taško masė, $x_i$, $y_i$, $z_i$ – i-ojo taško koordinatės, n– materialiųjų taškų skaičius, m – sistemos masė.

Praktiškai kūno masė matuojama, sveriant kūną. Tačiau kūno masę galima nustatyti ir pagal kūnų sąveiką. Bandymai rodo, kad dviejų sąveikaujančių kūnų pagreičių modulių santykis lygus atvirkščiam jų masių santykiui:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1};$$

Šioje lygybėje $m_1$ ir $m_2$ – sąveikaujančių masės, $a_1$ ir $a_2$ – šių kūnų pagreičių moduliai.

Pavyzdžiui, sąveikaujančių vežimėlių pagreičiai nukreipti priešingomis kryptimis, o jų modulių santykis pastovus ir lygus atvirkščiam vežimėlių masių santykiui, t.y. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$; čia $a_1$, $m_1$ – pirmojo vežimėlio pagreitis ir masė; $a_2$, $m_2$ – antrojo vežimėlio pagreitis ir masė.



Jei vieno iš sąveikaujančių kūnų masė lygi etalono masei $m_\alpha$ ir masės etalono įgytas pagreitis yra $a_\alpha$, tai kito sąveikoje dalyvaujančio kūno masę $m_k$, galime rasti iš lygybės:

$\frac{a_k}{a_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_k}$; čia $a_k$ – nežinomos masės kūno įgytas pagreitis.

Taigi $m_k = \frac{a_\alpha}{a_k} m_\alpha$. Kadangi etalono masė lygi vienetui, tai

$$\boxed{m_k = \frac{a_\alpha}{a_k}.}$$

Vadinasi, išmatavę masės etalono pagreitį $a_\alpha$ ir kūno pagreitį $a_k$, galime nustatyti kūno masę $m_k$.

Vienos medžiagos kūnų masės bei tūrio santykis yra pastovus dydis ir gali būti tos medžiagos charakteristika. Tas pastovus dydis vadinamas **medžiagos tankiu** (žymimas graikiška raide ρ).

Norint nustatyti medžiagos tankį, reikia kūno masę padalyti iš jo tūrio:

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}.}$$

Tankio matavimo vienetas yra **kilogramas kubiniam metrui:**

$$[\rho] = 1\frac{kg}{m^3}.$$

Tankis parodo, kam lygi 1 $m^3$ medžiagos masė.

Pavyzdžiui, alavo tankis yra $7290\frac{kg}{m^3}$. Tai reiškia, kad 1 $m^3$ alavo masė yra 7290 kg.

Dažnai tankis išreiškiamas **gramais kubiniam centimetrui:**

$$\boxed{1\frac{g}{cm^3} = 10^3\frac{kg}{m^3}.}$$

**Pavyzdžiui,** $5\frac{g}{cm^3} = 5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} = 5000\frac{kg}{m^3}$.

Įvairių medžiagų tankiai nurodomi lentelėse.

Jei žinomas kūno tūris V ir medžiagos, iš kurios pagamintas tas kūnas, tankis $\rho$, tai galime rasti kūno masę m:

$$\boxed{m = \rho \cdot V}.$$

## 2.3. NIUTONO DĖSNIAI

Dinamikos pagrindą sudaro trys Niutono dėsniai, kuriuos XVII a. pabaigoje suformulavo Izaokas Niutonas.

Pirmasis Niutono dėsnis nusako sąlygas, kada kūnas nejuda arba juda tiesiai ir tolygiai.

**Pirmasis Niutono dėsnis** teigia, kad egzistuoja tokios atskaitos sistemos (vadinamos inercinėmis), kurių atžvilgiu kūnai juda tiesiai ir tolygiai (išlaiko pastovų greitį) arba yra rimties būsenoje, kai jų neveikia kiti kūnai (arba kitų kūnų poveikiai kompensuojasi).

Sprendžiant uždavinius, daug patogesnė pirmojo Niutono dėsnio formuluotė yra tokia: kai kūną veikiančių jėgų vektorinė suma arba jų projekcijų algebrinė suma lygi nuliai, kūnas nejuda arba juda tiesiai ir tolygiai:

$$\boxed{\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + ... + \vec{F_n} = 0}.$$

Remiantis pirmuoju Niutono dėsniu, lengva paaiškinti, kodėl ant siūlo pakabintas rutuliukas nejuda. Mat jį veikiančios jėgos (siūlo tamprumo jėga ir Žemės traukos jėga – sunkio jėga) kompensuoja (atsveria) viena kitą, t.y. $\vec{F_t} + \vec{F_s} = 0$ ir rutuliukas yra rimties būsenoje. Tačiau, jei siūlą perkirpsime, tai rutuliukas akimirksniu

nukris ant stalo, veikiamas tiktai sunkio jėgos. Dabar Žemės traukos jėgos neatsveria kita jėga ir rutuliukas juda vertikaliai žemyn tolygiai greitėjančiai su pagreičiu, lygiu laisvojo kritimo pagreičiui $g = 9{,}8\,\frac{m}{s^2}$.




Remiantis pirmuoju Niutono dėsniu, galima paaiškinti, kodėl ledo ritulys, slysdamas labai lygiu ledu, toli nuskrieja beveik pastoviu greičiu. Taip atsitinka dėl to, kad ledo ritulį veikiančios jėgos kompensuoja viena kitą.

Žinoma, galų gale ritulys sustoja dėl trinties tarp jo ir ledo. Jeigu trinties nebūtų, tai ritulys judėtų tiesiai ir tolygiai neribotai ilgą laiką (taip teigia pirmasis Niutono dėsnis).

Reiškinys, kai kūnas išlaiko pastovų judėjimo greitį arba rimties būseną, kai jo neveikia kiti kūnai arba kitų kūnų poveikiai kompensuojasi, vadinamas **inercija**. Inercijos reiškinį 1609 metais atrado italų mokslininkas Galileo Galilėjus.

Iš inercijos juda kulka, išlėkusi iš šautuvo vamzdžio; slidininkas, nusileidęs nuo kalno. Visi žinome, kad staiga stabdant autobusą jo keleiviai iš inercijos ir toliau juda ir pasvyra į priekį. Kai autobusas staiga pradeda važiuoti, jo keleiviai stengiasi išlaikyti rimties būseną ir pasvyra atgal.

Pirmasis Niutono dėsnis dažnai vadinamas **inercijos dėsniu**. Kūnų rimtis ir judėjimas yra reliatyvūs. Vienas ir tas pats kūnas gali

būti rimties būsenoje vienoje atskaitos sistemoje **arba** judėti su pagreičiu kitoje atskaitos sistemoje. Pavyzdžiui, važiuojančiame autobuse sėdintys keleiviai yra rimties būsenoje atskaitos sistemoje, susietoje su autobusu, o atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme, visi keleiviai juda.

Atskaitos sistemos, kurių atžvilgiu kūnas nejuda $(\vec{v} = 0)$ arba juda tiesiai ir tolygiai $(\vec{v} = \text{const})$, vadinamos **inercinėmis**. Taigi pirmasis Niutono dėsnis galioja tik inercinėse atskaitos sistemose. Tokios sistemos pavyzdys yra heliocentrinė sistema: jos centre yra Saulė, o koordinačių ašys nukreiptos į kurias nors tris žvaigždes. Tokia atskaitos sistema naudojama dangaus kūnų mechanikos ir kosmonautikos uždaviniuose. Daugeliui mechaninių reiškinių nagrinėti pakanka geocentrines atskaitos sistemos, kurios pradžia siejama su Žemės centru ar konkrečiu jos paviršiaus tašku. Tokią atskaitos sistemą galima laikyti inercine.

Bet kuri kita atskaitos sistema, pastoviu greičiu $(\vec{v} = \text{const})$ judanti inercinės atskaitos sistemos atžvilgiu, taip pat yra inercinė.

Antrasis Niutono dėsnis nusako ryšį tarp kūną veikiančios jėgos, kūno masės ir pagreičio, kuriuo kūnas juda.

**Antrasis Niutono dėsnis** teigia, kad pagreitis, kuriuo juda kūnas, yra tiesiog proporcingas kūną veikiančiai jėgai ir atvirkščiai proporcingas to kūno masei:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.}$$

Šis dėsnis dažniausiai užrašomas taip:

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}.}$$

Vadinasi, kūną veikianti jėga lygi jo masės ir tos jėgos jam suteikto pagreičio sandaugai.

Lygybė $\vec{F} = m\vec{a}$ rodo, kad pagreičio kryptis visada sutampa su kūną veikiančios jėgos kryptimi. Paprastai kūną veikia ne viena, bet kelios jėgos. Jei kūną vienu metu veikia kelios jėgos $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$, tai į antrojo Niutono dėsnio matematinę išraišką įeinanti jėga $\vec{F}$ yra visų kūną veikiančių jėgų atstojamoji:

$$\vec{F}_{atst} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n .$$

Taigi bendru atveju antrasis Niutono dėsnis formuluojamas taip: pagreitis, kuriuo juda kūnas, yra tiesiog proporcingas kūną veikiančių jėgų atstojamajai ir atvirkščiai proporcingas to kūno masei:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{atst}}{m} .$$

Tada $\vec{F}_{atst} = m\vec{a}$ .

Sprendžiant dinamikos uždavinius, antrasis Niutono dėsnis dažniausiai užrašomas ne tik vektorinėje formoje, bet ir projekcijomis į pasirinktą ašį arba ašis (pavyzdžiui, OX, OY):

$$OX: \quad F_x = m \cdot a_x \text{, arba } F_{1x} + F_{2x} + ... + F_{nx} = m \cdot a_x ,$$

$$OY: \quad F_y = m \cdot a_y \text{, arba } F_{1y} + F_{2y} + ... + F_{ny} = m \cdot a_y .$$

Jėgos matavimo vienetas SI sistemoje – **niutonas** (N): $[F] = 1\,N = 1\,\frac{kg \cdot m}{s^2}$.

Taigi vieno niutono jėga suteikia 1 kg masės kūnui $1\,\frac{m}{s^2}$ pagreitį.

**Pavyzdys.** Automobilis, kurio masė lygi 5 t pajuda iš vietos pagreičiu $0{,}6\,\frac{m}{s^2}$. Apskaičiuosime automobilio variklio traukos jėgą, jeigu automobilio ratų trinties į kelią koeficientas lygus 0,04.

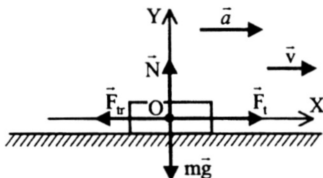
Duota: $m = 5\ t = 5 \cdot 10^3\ kg$ Rasti: $\vec{F}_t = ?$

$v_o = 0$

$a = 0{,}6\ \frac{m}{s^2}$

$\mu = 0{,}04$

$g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$.




**Sprendimas.**

Automobilio judėjimas yra tiesiaeigis tolygiai greitėjantis $(a > 0)$. Automobilį veikia keturios jėgos: sunkio jėga $m\vec{g}$, atramos (kelio) reakcijos jėga $\vec{N}$, variklio traukos jėga $\vec{F}_t$ ir trinties jėga $\vec{F}_{tr}$. Teigiamąja OX ašies kryptimi laikysime automobilio judėjimo kryptį, o OY nukreipsime vertikaliai aukštyn (statmenai į kelią). Kadangi automobilio judėjimas yra tolygiai greitėjantis, tai pagreičio vektorius nukreiptas į judėjimo pusę ir sutampa su ašies OX kryptimi.

Rašome antrąjį Niutono dėsnį vektorinėje formoje:

$\vec{N} + \vec{F}_t + m\vec{g} + \vec{F}_{tr} = m\vec{a}$ .

Projekcijomis į OX ir OY ašis šis dėsnis užrašomas taip:

OX: $N_x + F_{tx} + mg_x + F_{tr\,x} = ma_x$,

OY: $N_y + F_{ty} + mg_y + F_{tr\,y} = ma_y$ .

Kadangi $N_x = 0$, $F_{tx} = F_t$, $mg_x = 0$, $F_{tr\,x} = -F_{tr}$, $a_x = a$ ir $N_y = N$, $F_{ty} = 0$, $mg_y = -mg$, $F_{tr\,y} = 0$, $a_y = 0$, tai

OX: $F_t - F_{tr} = ma$ (1)

OY: $N - mg = 0$ (2)

Iš (2) lygties randame, kad $N = mg$.

Trinties jėga $F_{tr} = \mu N = \mu mg$.

Iš (1) lygties randame traukos jėgą:

$F_t = F_{tr} + ma$, t.y. $F_t = \mu mg + ma = m(\mu g + a)$.

$$F_t = 5 \cdot 10^3 \text{ kg}\left(0{,}04 \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \approx 5 \cdot 10^3 \text{ N} = 5 \text{ kN}.$$

**Atsakymas.** 5 kN.

Bet kuris vieno kūno poveikis kitam yra abipusis.

**Trečiasis Niutono dėsnis** teigia, kad kūnai veikia vienas kitą vienodo modulio ir priešingų krypčių jėgomis, t.y.

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21};}$$

čia $\vec{F}_{12}$ – jėga, kuria pirmąjį kūną veikia antrasis kūnas, $\vec{F}_{21}$ – jėga, kuria antrąjį kūną veikia pirmasis.

**Jei rutulys 1 veikia rutulį 2 kokia nors jėga, tai rutulys 2 veikia rutulį 1 tokia pat didumo priešingos krypties jėga:**

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},} \qquad \boxed{F_{12} = F_{21}.}$$

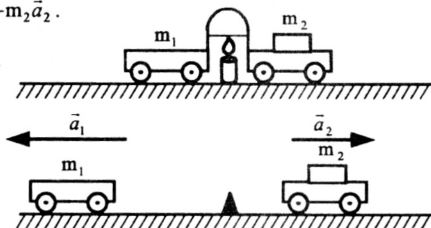



Šios jėgos atsiranda poromis ir **nukreiptos viena tiese**. Svarbu pabrėžti, kad šios jėgos veikia skirtingus kūnus (pridėtos prie skirtingų kūnų) ir todėl **negali atsverti (kompensuoti) viena kitos.** Kūnams sąveikaujant atsirandančios jėgos yra **vienodos prigimties**.

Pateiksime kelis Niutono dėsnio pasireiškimo pavyzdžius.

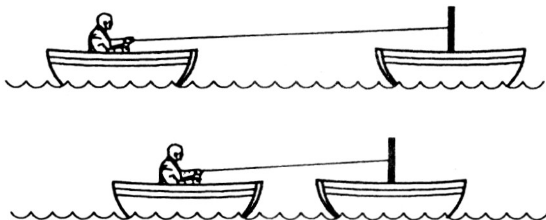
① Jau nagrinėjome dviejų skirtingos masės vežimėlių sąveiką. Rašėme, kad sąveikos metu vežimėliai įgyja pagreičius $a_1$ ir $a_2$, kurių santykis lygus atvirkščiam jų masių $m_1$ ir $m_2$ santykiui, t.y.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$. Šią lygybę galime užrašyti taip: $m_1 a_1 = m_2 a_2$, arba $m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2$.




Remiantis antruoju Niutono dėsniu, jėga, kuria pirmąjį vežimėlį veikia antrasis vežimėlis, lygi $\vec{F}_{12} = m_1 \vec{a}_1$, o jėga, kuria antrąjį vežimėlį veikia pirmasis, lygi $\vec{F}_{21} = m_2 \vec{a}_2$. Taigi $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Šių jėgų moduliai lygūs: $F_{12} = F_{21}$.

② Jei pirmojoje valtyje sėdintis žmogus trauks virvę, pririštą prie antrosios valties, tai valtys pradės artėti viena prie kitos. Pagal trečiąjį Niutono dėsnį, kokia jėga žmogus veikia antrąją valtį, tokia pat jėga antroji valtis veikia pirmąją valtį. Kadangi šios jėgos yra priešingų krypčių, tai abi valtys artėja viena prie kitos.



## 2.4. VISUOTINĖS TRAUKOS DĖSNIS. GRAVITACIJOS KONSTANTA IR JOS MATAVIMAS

Jėgos, kuriomis visi kūnai traukia vienas kitą, vadinamos **visuotinės traukos jėgomis**, arba **gravitacinėmis jėgomis.** Yra žinoma, kad kūnas gali judėti greitėjančiai tik jėgos veikiamas. Gravitacijos jėga kūnams, laisvai krintantiems arti Žemės paviršiaus, suteikia $9{,}8\,\frac{m}{s^2}$ pagreitį.

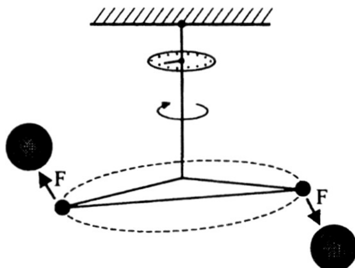
Šis pagreitis, kaip žinome, vadinamas laisvojo kritimo pagreičiu $\left(g \approx 9{,}8\,\frac{m}{s^2}\right)$. Gravitacijos jėga veikia Žemėje, bet gali kilti klausimas: ar Žemė yra vienintelė vieta, kur veikia gravitacijos jėga, ar ji veikia visoje Visatoje? Tai rūpėjo ir I.Niutonui. Iki Niutono buvo manoma, kad tik Žemė turi savybę traukti prie savęs kūnus. 1667 m. Niutonas iškėlė hipotezę, kad apskritai tarp visų Visatos kūnų veikia tarpusavio traukos jėgos . Jis pasirinko tirti sistemą Žemė – Mėnulis ir įrodė, kad jėga, laikanti mėnulį orbitoje aplink Žemę ir suteikianti Mėnuliui įcentrinį pagreitį, – tai ta pati jėga, kuri traukia kūną arti Žemės paviršiaus. Niutonui pavyko taip pat parodyti, kad kūnų tarpusavio traukos jėga priklauso nuo abiejų kūnų masės ir nuo atstumo tarp jų.

1687 m. Niutonas suformulavo **visuotinės traukos dėsnį**, kuris teigia, kad visi kūnai traukia vienas kitą jėga, kurios modulis tiesiog proporcingas jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcingas atstumo tarp jų kvadratui. Šios jėgos modulis:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2};}$$

čia $m_1$, $m_2$ – kūnų masės, r – atstumas tarp kūnų centrų, G – gravitacijos konstanta.

Į visuotinės traukos dėsnio matematinę išraišką įeinanti konstanta G buvo nustatyta bandymu. Pirmasis gravitacijos konstantą G išmatavo 1798 m. anglų chemikas Henris Kevendišas įtaisu, vadinamu **sukamosiomis svarstyklėmis.** Kevendišo svarstyklių veikimas schemiškai atvaizduotas paveiksle:

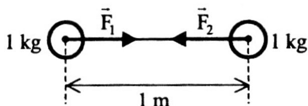



Kevendišas matavo traukos jėgą tarp kūnų, kurių masės žinomos. Jis pritvirtino prie dviejų metrų ilgio strypo priešingų galų du švino rutuliukus (5 cm skersmens ir 775 g masės). Strypą pakabino ant plonos vielos. Prie šių rutuliukų galima priartinti du didelius švino rutulius (20 cm skersmens ir 49,5 kg masės). Mažuosius rutuliukus traukė prie didžiųjų traukos jėga, kuri vertė strypą kartu su viela pasisukti. Taigi vielos pasukimo kampą galima laikyti jėgos, veikiančios tarp didžiųjų ir mažųjų rutulių, matu. Šiuo bandymu Kevendišas nustatė gravitacijos konstantos G vertę, kuri tik 1 % skiriasi nuo šiuo metu žinomos vertės.

Gravitacijos konstanta yra lygi

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Gravitacijos konstantos skaitinė vertė lygi dviejų 1 kg masės kūnų, nutolusių vienas nuo kito per 1 m, tarpusavio traukos jėgai.




$$G = \frac{Fr^2}{m_1 \cdot m_2}.$$

Visuotinės traukos dėsnis galioja materialiesiems taškams ir vienalyčiams rutulio formos kūnams. Tuomet r – atstumas tarp rutulių centrų.

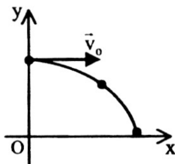
Gravitacinės jėgos priklauso tik nuo sąveikaujančių materialiųjų taškų koordinačių.

Visuotinės traukos dėsnis yra dangaus kūnų mechanikos (mokslo apie planetų judėjimą) pagrindas. Remiantis šiuo dėsniu milžinišku tikslumu nustatoma dangaus kūnų padėtis dangaus skliaute, apskaičiuojamos jų judėjimo trajektorijos; taip pat galima apskaičiuoti planetų bei jų palydovų masę. Visuotinės traukos dėsniu galima paaiškinti tokius reiškinius kaip potvyniai ir atoslūgiai vandenynuose bei jūrose.

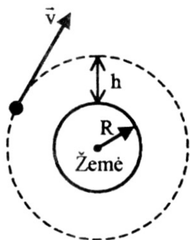
Šis dėsnis taip pat taikomas dirbtinių Žemės palydovų ir kitų tarpplanetinių automatinių aparatų judėjimui nagrinėti.

## 2.5. DIRBTINIŲ ŽEMĖS PALYDOVŲ JUDĖJIMAS. KOSMINIAI GREIČIAI

Kaip žinome, horizontaliai mesto kūno judėjimo trajektorija yra parabolės šaka. Parabolės kreivumas priklauso nuo greičio, kuriuo kūnas išmetamas.




Horizontaliai pradiniu greičiu $v_0$ mestas kūnas, judėdamas parabole, visą laiką krinta.




Parinkus atitinkamą greičio vertę, horizontaliai mestą kūną galima priversti judėti aplink Žemę apskritimu – padaryti kūną **dirbtiniu Žemės palydovu (DŽP)**.

Tuomet kūnas judės spindulio $R+h$ apskritimu, kur h – atstumas nuo Žemės, R – Žemės spindulys. Apskaičiuosime aukštyje h apskritimu judančio kūno greitį. Kūno pagreitis

$$a = \frac{v^2}{R+h};$$

Tą pagreitį suteikia visuotinės traukos jėga (gravitacijos jėga) $F = G\frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$, kur M – Žemės masė, m – palydovo masė. Pagal antrąjį Niutono dėsnį $F = ma = m \cdot \frac{v^2}{R+h} = \frac{mv^2}{R+h}$. Gauname lygybę $\frac{mv^2}{R+h} = G\frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$. Iš šios lygybės randame palydovo greitį aukštyje h virš Žemės paviršiaus:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}.$$

Žemės palydovu gali tapti bet kokios masės kūnas. Jei palydovas leidžiamas netoli Žemės paviršiaus $(h = 0)$, tai šis greitis lygus

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R}}.$$

Prie Žemės paviršiaus palydovo pagreitis tiksliai lygus g:

$$g = \frac{F}{m} = G\frac{M}{R^2}.$$

Taigi $v = \sqrt{G\frac{M}{R^2} \cdot R} = \sqrt{gR}$,

$$v = \sqrt{9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ m} \approx 7{,}9 \cdot 10^3\ \frac{m}{s} \approx 7{,}9\ \frac{km}{s}.$$

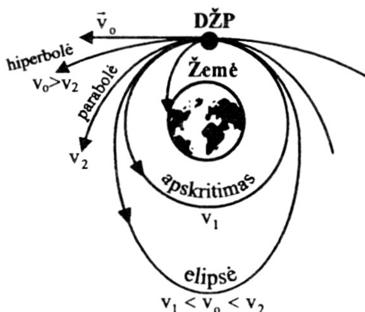
Šis greitis vadinamas **pirmuoju kosminiu greičiu** ir žymimas $v_1$. Taigi pirmasis kosminis greitis lygus $v_1 \approx 7{,}9\ \frac{km}{s}$. Tokiu greičiu arti Žemės paviršiaus paleistas kūnas tampa dirbtiniu Žemės palydovu ir skrieja apskritimine orbita netoli Žemės paviršiaus.

Jei kūnui suteiksime greitį

$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = v_1 \cdot \sqrt{2} \approx 11{,}2\ \frac{km}{s}$, tai kūnas įveiks Žemės traukos jėgą ir nutols nuo jos be galo dideliu atstumu. Šį greitį vadiname **antruoju kosminiu greičiu**. Antrasis kosminis greitis didesnis už pirmąjį kosminį greitį $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ karto. Antrasis kosminis greitis dar vadinamas **paraboliniu greičiu**. Kūnui suteikus pradinį greitį $v_o$ lygų antrajam kosminiam greičiui $v_2$ $(v_o = v_2)$, jo judėjimo trajektorija Žemės atžvilgiu bus **parabolė**.

Jei pradinis greitis $v_o$ tenkina sąlygą $v_1 < v_o < v_2$, tai kosminis aparatas juda aplink Žemę **elipse**.

Kuo didesnis kūno pradinis greitis $v_o$, tuo labiau elipsė yra ištempta. Jei kūnui suteiksime pradinį greitį $v_o$, didesnį už antrąjį kosminį greitį $(v_o > v_2)$, tai kūno judėjimo trajektorija bus **hiperbolė**.




Didžiausias pradinis greitis, kurį suteikus kūnui šis įveikia Saulės trauką ir palieka Saulės sistemą, vadinamas **trečiuoju kosminiu greičiu** ir žymimas $v_3$. Arti Žemės paviršiaus $v_3 = 16{,}6\,\frac{km}{s}$.

1957 m. spalio 4 dieną pirmą kartą žmonijos istorijoje rusų mokslininkams pavyko suteikti 83,6 kg masės kūnui pirmąjį kosminį greitį ir šis kūnas tapo pirmuoju dirbtiniu Žemės palydovu. Šis palydovas pakilo į 947 km aukštį virš Žemės paviršiaus ir skrido 92 dienas.

1957 m. lapkričio 3 dieną buvo paleistas antrasis dirbtinis Žemės palydovas, kurio masė buvo 308,3 kg. Šio palydovo kabinoje buvo apgyvendintas šuo Laika. Palydovas orbitoje išbuvo 5 mėnesius 11 dienų; jo pakilimo aukštis virš Žemės labiausiai nutolusiame orbitos taške (apogėjuje) buvo 1671 km, o perigėjuje – 225 km. Trečiasis dirbtinis Žemės palydovas paleistas 1958 m. gegužės 15 dieną. Jo masė buvo 1327 kg, o skrydžio trukmė – 22 mėnesiai.

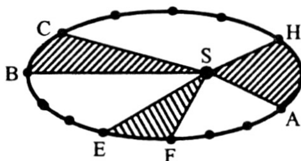
* * *

## 2.6. KEPLERIO DĖSNIAI

**Keplerio dėsniai.** 1609 – 1611 metais Johanas Kepleris paskelbė tris savo garsiuosius planetų judėjimo dėsnius.

**Pirmasis Keplerio dėsnis:** kiekviena planeta skrieja aplink Saulę elipse, kurios viename iš židinių (visų planetų jis bendras) yra Saulė.

**Antrasis Keplerio dėsnis:** planetos spindulys – vektorius per lygius laiko tarpus nubrėžia lygius plotus.




**Trečiasis Keplerio dėsnis:** planetų skriejimo aplink Saulę žvaigždinių periodų kvadratai proporcingi jų orbitų didžiųjų pusašių kubams:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Niutonas 1687 metais pagrindė empirinius Keplerio dėsnius visuotinės traukos dėsniu.

- **Apibendrintas trečiasis Keplerio dėsnis**

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)}$$

$m_1$ ir $m_2$ – aplink skriejančių kūnų masės,

$M_1$ ir $M_2$ – centrinių kūnų masės.

Žemės didysis pusašis yra vidutinis atstumas tarp Žemės ir Saulės centrų ir lygus 149597870 km arba apytiksliai 150 mln. km.

Šis atstumas vadinamas **astronominiu vienetu**.

## 2.7. SUNKIO JĖGA

Visuotinės traukos jėgos pavyzdys – **sunkio jėga**, t.y. jėga, kuria Žemė traukia kūnus. Ji priklauso nuo kūno masės. Sunkio jėgą skaičiuojame remdamiesi formule

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{g};}$$ čia m – kūno masė,

g – laisvojo kritimo pagreitis.

Sunkio jėga nukreipta į Žemės centrą. Jeigu kūną veikia tik sunkio jėga (o visos kitos atsvertos), tai kūnas šios jėgos veikiamas įgyja laisvo kritimo pagreitį g:

$$\boxed{g = G\frac{M}{R^2};}$$

čia G – gravitacijos konstanta, M – Žemės masė, R – Žemės spindulys.

Pastebėkime, kad laisvojo kritimo pagreičio dydis nepriklauso nuo kūno masės m.

Jo dydis priklauso nuo geografinės platumos ir aukščio nuo Žemės paviršiaus, pavyzdžiui, ašigalyje $g = 9{,}83\,\frac{m}{s^2}$, $\varphi = 45°$ platumoje $g = 9{,}80\,\frac{m}{s^2}$, pusiaujyje $g = 9{,}78\,\frac{m}{s^2}$. Mūsų geografinėje platumoje $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$. Arti Žemės paviršiaus kūną veikia pastovi sunkio jėga. Todėl jos veikiamas kūnas krinta tolygiai greitėdamas. Tačiau kuo didesnis kritimo greitis, tuo labiau trukdo atmosfera. Nuo to momento, kai pasipriešinimo jėgos dydis prilygsta sunkio dydžiui, kūnas krinta tolygiai. Taip krinta rutuliukas skystyje, parašiutininkas ore ir pan.

**Prie Žemės paviršiaus kūną veikia sunkio jėga:**

$$\boxed{F = G\frac{M \cdot m}{R^2};}$$

čia R – Žemės spindulys, ( $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m ); M – Žemės masė, ( $M = 5{,}96 \cdot 10^{24}$ kg ); m – kūno masė, G – gravitacijos konstanta.

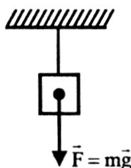
**Žemės traukos jėga, sunkio jėga ir jos suteiktas laisvojo kritimo pagreitis aukštyje h nuo Žemės paviršiaus randami taip:**

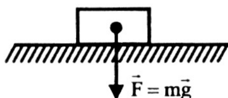
$$F = G\frac{M \cdot m}{(R+h)^2}, \qquad g = G\frac{M}{(R+h)^2};$$

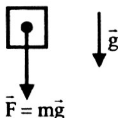
čia M – Žemės masė, R – Žemės spindulys, m – kūno masė, G – gravitacijos konstanta.

Svarbu pabrėžti, kad sunkio jėga veikia **patį kūną** ir nukreipta vertikaliai žemyn.

Sunkio jėgos vaizdavimas brėžiniuose:



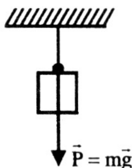



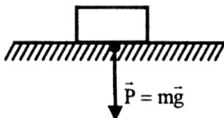

Kai kūnas laisvai krinta pagreičiu g, tuomet sunkio jėga nepakinta, tarsi kūnas būtų rimties būsenos.

## 2.8. KŪNO SVORIS. NESVARUMAS. PERKROVA

**Kūno svoriu** – vadiname jėgą, kuria Žemės traukiamas kūnas veikia atramą arba pakabą. Taigi svorio jėga veikia atramą (pakabą), o ne patį kūną.

Kūno svorio vaizdavimas brėžiniuose:




Kūno svoris nėra pastovus dydis. Skiriame kelis atvejus.

① Kai atrama (pakaba) ir ant jos padėtas (pakabintas) m masės kūnas Žemės atžvilgiu nejuda arba juda tiesiai ir tolygiai (pavyzdžiui, m masės kūnas yra nejudančiame lifte arba tas pats m masės kūnas leidžiasi liftu tolygiai), tai kūno svorio jėgos modulis lygus sunkio jėgos moduliui, t.y.

$$\boxed{P = F_s = mg.}$$

② Kai atrama (pakaba) ir ant jos padėtas (pakabintas) m masės kūnas juda tam tikru pagreičiu $\vec{a}$, kūno svorio jėgos modulis nelygus sunkio jėgos moduliui.

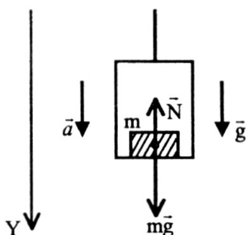
**(2a)** Kai kūno pagreičio $\vec{a}$ kryptis sutampa su laisvojo kritimo pagreičio $\vec{g}$ kryptimi (pavyzdžiui, m masės kūnas leidžiasi liftu pagreičiu $a$), tai kūno svorio jėgos modulis

$$\boxed{P = m(g - a),}\ \text{t.y.}$$

jis mažesnis už sunkio modulį, kai $a < g$ ir lygus 0, kai $a = g$ (**nesvarumas**).

**Pavyzdžiui**, jei m masės kūnas leidžiasi liftu pagreičiu $a$, tai kūną veikia dvi jėgos – sunkio jėga $m\vec{g}$ ir lifto grindų tamprumo jėga (atramos reakcijos jėga) $\vec{N}$.

Rašome antrąjį Niutono dėsnį:




$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$$

arba projekcijomis vertikalioje Y ašyje

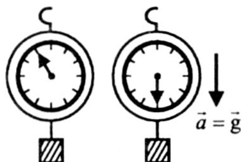
$$ma_y = mg_y + N_y.$$

Iš brėžinio matome, kad $a_y = a$, $g_y = g$, $N_y = -N$. Tada $ma = mg - N$ ir $N = mg - ma$, arba $N = m(g - a)$.

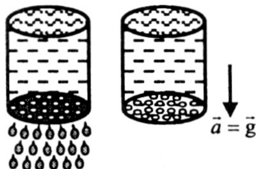
Pagal trečiąjį Niutono dėsnį tamprumo jėgos modulis N lygus svorio jėgos moduliui P: N = P. Taigi

$$\boxed{P = m(g - a)}$$

Kai kūnas laisvai krinta pagreičiu $a = g$ tuomet kūno svoris pasidaro lygus nuliui – kūnas nespaudžia atramos, netempia pakabos (kūnas yra nesvarus): $P = m(g - a)$;

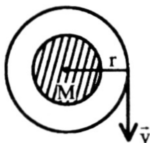



**Pavyzdžiui**, laisvai krintančio dinamometro rodyklė sustoja ties skaitmeniu 0.




Iš laisvai krintančio indo, kurio dugnas skylėtas, vanduo nebėga.

Nesvarumo būseną patiria dirbtiniai palydovai. Palydovo įcentrinis pagreitis lygus jo laisvojo kritimo pagreičiui:




$a_{įc.} = g$, t.y. $\frac{v^2}{r} = G\frac{M}{r^2}$;

čia r – palydovo apskritiminės orbitos spindulys,

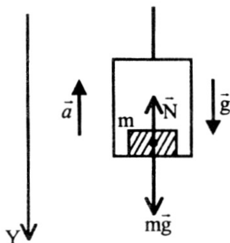
M – Žemės masė.

**(2b)** Kai kūno pagreičio $\vec{a}$ kryptis priešinga laisvojo kritimo pagreičio $\vec{g}$ krypčiai, tai svorio jėgos modulis yra

$$\boxed{P = m(g + a),}$$

t.y. jis visada didesnis už sunkio jėgos modulį.

**Pavyzdžiui,** jei m masės kūnas yra pagreičiu $a$ kylančiame lifte, tai kūną veikia dvi jėgos – sunkio jėga $m\vec{g}$ ir lifto grindų tamprumo jėga (atramos reakcijos jėga) $\vec{N}$.




Remiantis antruoju Niutono dėsniu

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$$

arba projekcijomis vertikalioje Y ašyje

$$ma_y = mg_y + N_y$$

Kadangi $a_y = -a$, $g_y = g$, $N_y = -N$, tai $-ma = mg - N$, iš čia $N = mg + ma$, arba $N = m(g + a)$.

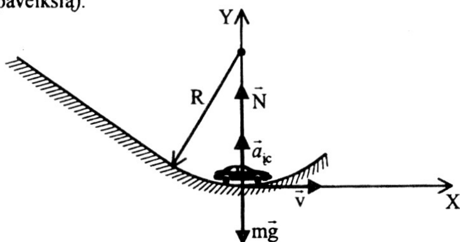
Pagal trečiąjį Niutono dėsnį tamprumo jėgos modulis N lygus svorio jėgos moduliui P. Taigi N = P. Vadinasi,

$$\boxed{P = m(g + a).}$$

Toks kūno svorio padidėjimas dėl atramos ar pakabos judėjimo vadinamas **perkrova**. Ją patiria kosmonautai, lakūnai, vairuotojai, kai jie juda dideliais pagreičiais.

Kai kūnas juda apskritimu, tai kūno svoris taip pat kinta.

Sakykime, automobilis nusileidžia nuo kalno ir juda įgaubtu kelio ruožu. Rasime automobilio svorį žemiausiame trajektorijos taške (žr. paveikslą).




Įgaubtame kelio ruože automobilio įcentrinis pagreitis $\vec{a}_{įc}$ nukreiptas į apskritimo centrą; jo kryptis sutampa su pasirinkta OY ašies kryptimi. Automobilį veikia dvi jėgos: sunkio jėga $m\vec{g}$ (m – automobilio masė) ir atramos (kelio) reakcijos jėga $\vec{N}$. Antrasis Niutono dėsnis užrašomas taip:

$$\vec{N} = m\vec{g} = m\vec{a}_{įc} .$$

Projekcijomis į OY ašį šis dėsnis atrodo taip:

$$OY: \ N - mg = ma_{įc} .$$

Iš šios lygybės randame atramos reakcijos jėgą:

$$N = mg + ma_{įc} .$$

Slidininko įcentrinis pagreitis randamas pagal formulę $a_{įc} = \frac{v^2}{R}$, čia v – slidininko greitis, R – apskritimo spindulys (kelio kreivumo spindulys).

Taigi $N = mg + ma_{įc} = m(g + a_{įc}) = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$.

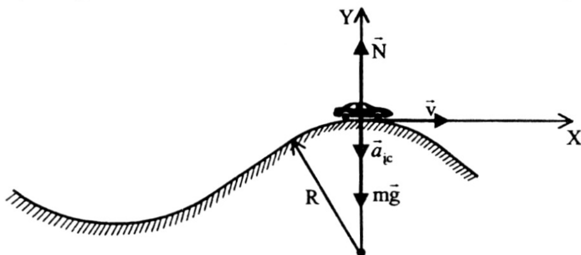
Remiantis trečiuoju Niutono dėsniu, atramos reakcijos jėgos modulis lygus slidininko svorio moduliui:

$$P = N.$$

Vadinasi, automobilio svoris $P = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$, arba $P = mg + \frac{mv^2}{R}$.

Kai automobilis juda horizontaliu kelio ruožu, tai automobilio svoris $P = mg$. Matome, kad automobiliui judant įgaubtu kelio ruožu jo svoris padidėja dydžiu $\frac{mv^2}{R}$.

Kai automobilis juda iškilu kelio ruožu, tai įcentrinis pagreitis $\vec{a}_{įc}$ taip pat nukreiptas į apskritimo centrą. Šiuo atveju vektoriaus $\vec{a}_{įc}$ kryptis yra priešinga OY ašies krypčiai, todėl jo projekcija į OY ašį yra neigiama.




Antrasis Niutono dėsnis projekcijomis į OY ašį užrašomas taip:

OY: $N - mg = -ma_{įc}$.

Iš šios lygybės $N = mg - ma_{įc} = m(g - a_{įc})$.

Bet $a_{įc} = \frac{v^2}{R}$, todėl $N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)$.

Remiantis trečiuoju Niutono dėsniu, automobilio svoris $P = N$ ir $P = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)$, arba $P = mg - \frac{mv^2}{R}$.

Kai automobilis juda horizontaliu kelio ruožu, tai automobilio svoris $P = mg$. Matome, kad automobiliui judant iškilu kelio ruožu, jo svoris sumažėja dydžiu $\frac{mv^2}{R}$.

## 2.9. TRINTIES JĖGA. TRINTIES KOEFICIENTAS

**Trinties jėga.** Trinties yra kelios rūšys: slydimo, rimties, riedėjimo, trintis skysčiuose ir dujose.

Trinties atsiradimo priežastis – kūnų paviršiaus nelygumai ir besiliečiančių kūnų molekulių tarpusavio trauka.

Jėga, atsirandanti vienam kūnui judant kito kūno paviršiumi ir nukreipta priešinga judėjimui kryptimi, vadinama **slydimo trinties jėga**.

Slydimo trinties jėga ($F_{tr}$) apskaičiuojama remiantis formule

$$\boxed{F_{tr} = \mu N;}$$

čia $\mu$ – slydimo trinties koeficientas, N – atramos reakcijos (slėgio) jėga.

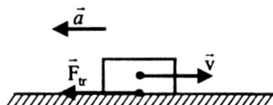
Slydimo trinties koeficientas $\mu_0$ priklauso nuo besiliečiančių paviršių medžiagos, jų apdorojimo kokybės bei kūnų reliatyvaus judėjimo greičio.

Kai kūnas slysta kito kūno paviršiumi tiesiai ir tolygiai ($v = const$), tai trinties jėgos modulis lygus kūną veikiančios jėgos moduliui:




$\vec{F}_{tr} = -\vec{F}$, kai $v = const$.
$F_{tr} = F$.

Trinties jėgos sukeliamas pagreitis priešingas greičio krypčiai:




**Judančio kūno (traukinio, automobilio) stabdymo laikas ir kelias:**

$$t = \frac{mv_o}{F_{tr}}; \qquad s = \frac{mv_o^2}{2F_{tr}}.$$

Kadangi $F_{tr} = \mu mg$, tai

$$t = \frac{v_o}{\mu g}, \quad \text{ir} \quad s = \frac{v_o^2}{2\mu g}.$$

**Rimties trinties jėga** – tai jėga, kuri neleidžia pajudinti kūno iš vietos. Rimties trinties jėgos modulis visuomet lygus moduliui jėgos, veikiančios kūną lygiagrečiai jo sąlyčio su kitu kūnu paviršiui, o kryptis priešinga tos jėgos krypčiai. Kūnas išjudinamas, kai jį veikianti išorinė jėga viršija tam tikrą vertę $\mathbf{F_{max}}$. Ji lygi rimties trinties jėgos maksimaliai vertei $F_{tr.\,max}$.

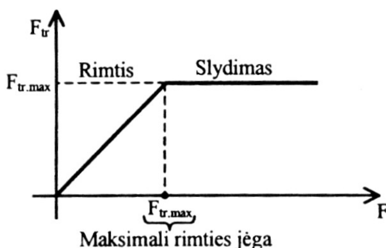
Maksimalios rimties trinties jėgos modulis proporcingas kūno slėgimo jėgos moduliui:

$$F_{tr.max} = \mu_0 N;$$

čia $\mu_0$ – rimties trinties koeficientas, kuris priklauso nuo besiliečiančių paviršių medžiagos, jų apdorojimo kokybės ir kitų veiksnių.

Slydimo trinties koeficientas $\mu < \mu_0$.

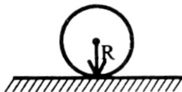
Trinties jėgos modulio priklausomybės nuo veikiančios išorinės jėgos modulio grafikas:




Kai kūnas juda skystyje ar dujose, rimties trinties jėgos nėra. Pavyzdžiui, plūduriuojantį kūną išjudinti galima labai silpna jėga. Trinties jėga skystyje ar dujose tiesiog proporcinga kūno greičiui (kai greitis mažas) arba jo kvadratui (kai greitis didelis) ir priklauso nuo aplinkos savybių, kūno formos bei matmenų.

**Riedėjimo trinties jėga** R kartų mažesnė už slydimo trinties jėgą. Riedėjimo trinties jėga:

$$F_{tr} = \mu \frac{N}{R};$$




čia N – slėgimo jėga, $\mu$ – trinties koeficientas, R – riedančio kūno spindulys.

## 2.10. TAMPRUMO JĖGA. HUKO DĖSNIS

Sąveikaudami kūnai visada deformuojasi. Pagrindinės deformacijos rūšys yra **tempimo** bei **gniuždymo** deformacijos. Tempimo arba gniuždymo deformacijos dydis apibūdinamas kūno **absoliutiniu pailgėjimu**.

$$\Delta\ell = \ell - \ell_0 \,;$$

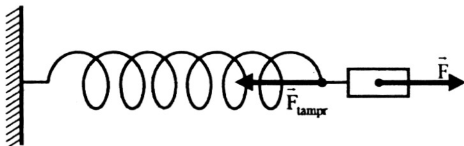
čia $\ell_0$ – pradinis kūno ilgis (ilgis iki deformacijos),

$\ell$ – kūno ilgis po deformacijos.

Įvedama taip pat ir kūno santykinio pailgėjimo sąvoka. **Santykinis pailgėjimas** $\varepsilon$ yra kūno absoliutinio pailgėjimo $\Delta\ell$ ir pradinio ilgio $\ell_0$ santykis:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}.$$

Deformuojantis kūnui, atsiranda **tamprumo jėga** – kūnas stengiasi atstatyti savo formą ir tūrį. Taigi tamprumo jėga yra deformuojantis kūnui atsirandanti jėga, kurios kryptis priešinga deformuojamo kūno dalelių poslinkiui. Sakykime, spyruoklę veikia išorinė jėga $\vec{F}$. Paveiksle pavaizduota tamprumo jėga $\vec{F}_{tampr}$, atsirandanti deformuojantis spyruoklei.

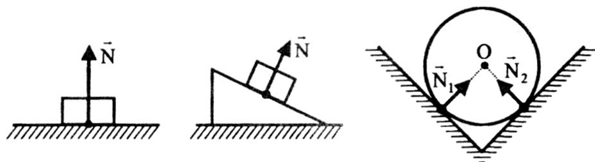



Tamprumo jėga yra elektromagnetinė jėga. Kietajam kūnui deformuojantis, pakinta jo atomų arba molekulių tarpusavio padėtis, ir dėl to atsiranda elektrinės kilmės jėgos, kurios stengiasi sugrąžinti atomus arba molekules į pradinę padėtį.

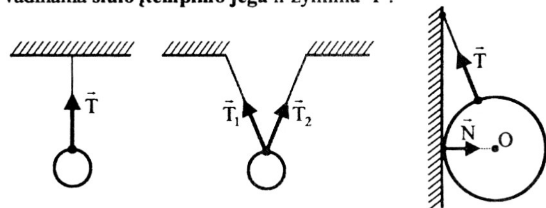
Deformacijos priežastis – veikianti išorinė jėga, dėl kurios poveikio vienos kūno dalelės pasislenka kitų atžvilgia. Tamprumo jėga – deformacijos pasekmė. Ji priklauso nuo vieno kūno dalių padėties kitų dalių atžvilgiu.

Jei kūnas yra padėtas ant atramos (stalo, lentynos, grindų, nuožulniosios plokštumos ir pan.), tai ši atrama veikia kūną (priešinasi kūno spaudimui).

Atsiranda tamprumo jėga, kuri šiuo atveju vadinama **atramos reakcijos jėga** ir žymima $\vec{N}$. Atramos reakcijos jėga $\vec{N}$ visada nukreipta statmenai deformuojamam paviršiui.




Jei kūnas yra pakabintas ant siūlo (arba ant lyno, virvės, vielos ar pan.) tai, siūlas taip pat deformuojasi (išsitempia). Vadinasi, atsiranda tamprumo jėga, kuria siūlas veikia ant jo pakabintą kūną. Ta jėga vadinama **siūlo įtempimo jėga** ir žymima $\vec{T}$.




1660 m. anglų fizikas Robertas Hukas eksperimentiškai nustatė tamprumo jėgos modulio priklausomybę nuo kūno absoliutinio pailgėjimo. Ši priklausomybė vadinama **Huko dėsniu:** deformuoto

kūno tamprumo jėga, kol neviršyta tamprumo riba, proporcinga kūno pailgėjimui (sutrumpėjimui) ir yra priešinga deformuojamo kūno dalelių poslinkiui.

Huko dėsnio matematinis užrašymas yra toks:

$$\boxed{F_{tx} = -k \cdot x\ ;}$$

čia $F_{tx}$ – tamprumo jėgos projekcija OX ašyje,
x – kūno pailgėjimas (sutrumpėjimas),
k – proporcingumo koeficientas.

Huko dėsnyje „minus“ rodo, kad deformuojantis kūnui atsirandanti tamprumo jėga visada nukreipta į priešingą deformacijai pusę. Proporcingumo koeficientas k vadinamas **kūno standumu**:

$$\boxed{k = \frac{|F_{tx}|}{|x|}}$$

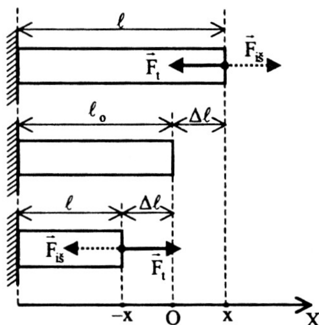
Kūno standumo skaitinė vertė lygi tamprumo jėgai, sukeliančiai vienetinę deformaciją $(\Delta\ell = x = 1\ \mathrm{m})$. Kūno standumas priklauso nuo kūno matmenų ir formos bei jį sudarančios medžiagos. SI sistemoje standumo matavimo vienetas yra niutonas metrui: $[\,k\,] = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.

Kol deformuojanti jėga nedidelė ir absoliutinis pailgėjimas $\Delta\ell = x$ proporcingas kūno deformaciją sukeliančiai jėgai, galioja Huko dėsnis. Viršijus tamprumo ribą, Huko dėsnis nebegalioja, o nustojus jėgai veikti, kūnas neatgauna pirmykštės formos – lieka deformuotas.

Huko dėsnio teisingumu galime įsitikinti atlikdami bandymą. Paimkime guminį strypą, kurio ilgis yra žinomas ir lygus $\ell_0$. Vieną strypo galą pritvirtinkime prie atramos (pavyzdžiui, sienos).

Koordinačių ašį OX nukreipkime išilgai strypo į dešinę; koordinačių pradžia tegul sutampa su neištempto strypo neįtvirtintu (laisvu) galu. Strypo laisvąjį galą paveikime išorine jėga $F_{iš}$. Strypas išsitempia (pailgėja). Ištempto strypo ilgį pažymėkime $\ell$, o neįtvirtinto galo koordinatę pažymėkime x. Strypo pailgėjimas

$$\Delta\ell = \ell - \ell_0 = x .$$




Kaip rodo bandymas, esant mažai deformacijai (esant mažam strypo pailgėjimui) tamprumo jėgos modulis yra tiesiog proporcingas strypo laisvojo galo poslinkio vektoriaus moduliui. Šių vektorių projekcijos į OX ašį yra priešingų ženklų. Taigi galioja Huko dėsnis:

$$F_{tx} = -k \cdot x .$$

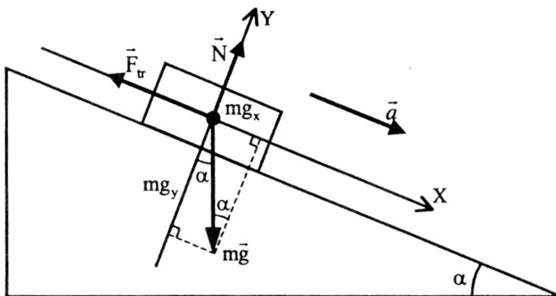
Analogišką priklausomybę gausime ir tada, kai išorinė jėga yra nukreipta link atramos, t.y. kai strypą spausime (gniuždymo deformacija).

* * *

## 2.11. KELIŲ JĖGŲ VEIKIAMO KŪNO JUDĖJIMO BŪDINGI ATVEJAI

Išnagrinėsime kelių jėgų veikiamo kūno judėjimo būdingus atvejus.

① **Masės m tašelis slysta nuožulniąja plokštuma**, kurios nuolydžio kampas yra $\alpha$. Rasime, kokiu pagreičiu $a$ juda tašelis. Trinties koeficientas, judant tašeliui, lygus $\mu$ .




**Sprendimas**

Pažymėkime tašelį veikiančias jėgas:

$m\vec{g}$ – sunkio jėga, $\vec{N}$ – atramos reakcijos jėga, $\vec{F}_{tr}$ – trinties jėga.

Antrasis Niutono dėsnis pagreičiu $\vec{a}$ slystančiam masės m tašeliui:

$$\boxed{m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{tr} = m\vec{a}.}$$

arba projekcijomis į X ir Y ašis:

$$\begin{cases} mg_x + N_x + F_{tr\,x} = ma_x, \\ mg_y + N_y + F_{tr\,y} = ma_y. \end{cases}$$

Kadangi

$$mg_x = mg \cdot \sin\alpha\ ,\quad N_x = 0\ ,\quad F_{tr\,x} = -F_{tr}\ ,\quad a_x = a\ ,$$

$$mg_y = -\,mg \cdot \cos\alpha,\quad N_y = N,\quad F_{tr\,y} = 0,\quad a_y = 0,$$

tai galutinai:

$$\begin{cases} mg \cdot \sin\alpha - F_{tr} = ma, \\ -\,mg \cdot \cos\alpha + N = 0; \end{cases}$$

Kadangi $F_{tr} = \mu N$, ($\mu$ – trinties koeficientas), tai paskutiniąją sistemą galima užrašyti taip:

$$\begin{cases} mg \cdot \sin\alpha - \mu N = ma, \\ -\,mg \cdot \cos\alpha + N = 0. \end{cases}$$

Iš šios sistemos antrosios lygties randame, kad atramos reakcijos jėga

$$N = mg \cdot \cos\alpha.$$

Įrašę šią išraišką į paskutiniosios sistemos pirmą lygtį, gauname:

$$mg \cdot \sin\alpha - \mu mg \cdot \cos\alpha = ma,$$

arba

$$\boxed{a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$

* * *

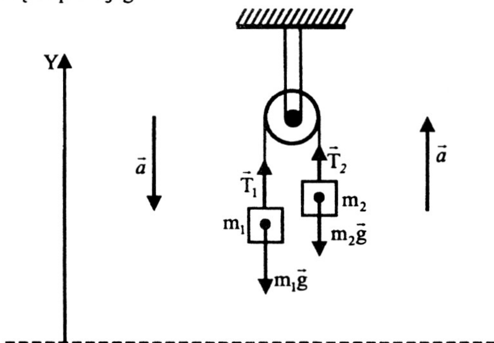
**Pastaba.** Jei tašelis tolygiai slenka nuožulniąja plokštuma, tai pagreitis $a = 0$ ir iš gautosios pagreičio $a$ radimo formulės:

$$g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 0,\ \text{t.y.}$$

$$\sin\alpha - \mu\cos\alpha = 0;\ \text{iš čia}$$

$$\boxed{\mu = \mathrm{tg}\,\alpha.}$$

② Du skirtingų masių $m_1$ ir $m_2$ tašeliai kabo ant netąsaus per skridinį permesto siūlo ir veikiami Žemės traukos pradeda judėti atitinkamai pagreičiais $\vec{a}_1$ ir $\vec{a}_2$. Rasime tašelių judėjimo pagreičius ir siūlo įtempimo jėgas.




**Sprendimas**

Sakykime, pirmojo tašelio masė yra didesnė už antrojo tašelio masę, t.y. $m_1 > m_2$.

Užrašome antrąjį Niutono dėsnį kiekvienam tašeliui atskirai:

$$\begin{cases} m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1, \\ m_2\vec{g} + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2. \end{cases}$$

arba projekcijomis į pasirinktą Y ašį:

$$\begin{cases} -m_1 g + T_1 = -m_1 a_1, \\ -m_2 g + T_2 = m_2 a_2. \end{cases}$$

Uždavinio sąlygoje pasakyta, kad siūlas netąsus, todėl siūlo įtempimo jėgos abipus skridinio vienodos, t.y. $T_1 = T_2 = T$. Vadinasi, vienodi ir kūnų pagreičiai $a_1 = a_2 = a$. Gauname lygčių sistemą:

$$\begin{cases} -m_1g + T = -m_1a, \\ -m_2g + T = m_2a. \end{cases}$$

Iš čia $\boxed{a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g,}$ $\boxed{T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g.}$

③ Du tašeliai surišti nesvariu ir netąsiu siūlu, permestu per skridinį. Tašelis, kurio masė $m_1 = 2$ kg, slysta horizontalia plokštuma (trinties koeficientas $\mu = 0{,}1$), o tašelis, kurio masė $m_2 = 0{,}5$ kg, leidžiasi žemyn (žr. paveikslą). Apskaičiuosime kūnų judėjimo pagreičius ir siūlo įtempimo jėgas. Rasime slėgimo į ašį jėgą? Sakykime, kad kitokių jėgų nėra.

$m_1 = 2$ kg

$m_2 = 0{,}5$ kg

$\mu = 0{,}1$

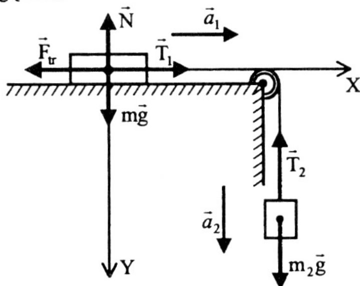
$g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$

---

$a_1 = ?$ $a_2 = ?$

$T_1 = ?$ $T_2 = ?$

$F = ?$




**Sprendimas**

Siūlas netąsus, o trinties skridinyje nėra. Todėl siūlo įtempimo jėgos abipus skridinio vienodos, t.y. $T_1 = T_2 = T$. Vadinasi, vienodi ir kūnų pagreičiai $a_1 = a_2 = a$.

Pažymėkime tašelius veikiančias jėgas. Užrašykime antrąjį Niutono dėsnį kiekvienam tašeliui atskirai:

Pirmajam tašeliui:

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + N + \vec{T}_1 + \vec{F}_{tr},$$

arba projekcijomis X ir Y ašyse:

X: $m_1 a_{1x} = m_1 g_x + N_x + T_{1x} + F_{tr\,x}$,

Y: $m_1 a_{1y} = m_1 g_y + N_y + T_{1y} + F_{tr\,y}$.

Bet $a_{1x} = a_1$, $g_x = 0$, $N_x = 0$, $T_{1x} = T_1$, $F_{tr\,x} = -F_{tr}$,

$a_{1y} = 0$, $g_y = g$, $N_y = -N$, $T_{1y} = 0$, $F_{tr\,y} = 0$, todėl

$\mathbf{m_1 a_1 = T_1 - F_{tr}}$ (1) ir $\mathbf{0 = m_1 g - N}$. (2)

Antrajam tašeliui:

$m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2$,

arba projekcijomis Y ašyje:

$m_2 a_{2y} = m_2 g_y + T_{2y}$.

Bet $a_{2y} = a_2$, $g_y = g$, $T_{2y} = -T_2$, todėl gauname tokią lygybę:

$m_2 a_2 = m_2 g - T_2$. (3)

Kadangi $T_1 = T_2 = T$, o $a_1 = a_2 = a$, tai (1), (2) ir (3) lygtys atrodys taip:

$m_1 a = T - F_{tr}$, $N = m_1 g$, $m_2 a = m_2 g - T$.

Iš šių trijų lygčių ir trinties jėgos išraiškos $F_{tr} = \mu N$ randame pagreitį $a$ ir siūlo įtempimo jėgą T:

$$a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g, \quad \mathbf{a = 1{,}2\,\frac{m}{s^2}}$$

$$T = m_2 (g - a), \quad T = 4{,}3\ N.$$

Slėgimo į skridinio ašį jėga $F = T \cdot \sqrt{2}$, t.y. $F = 4{,}3 \cdot \sqrt{2} = 6\ N$.

**Atsakymas.** $a = 1{,}2\,\frac{m}{s^2}$, $T = 4{,}3\ N$, $F = 6\ N$.

④ Metalinis rutuliukas, pririštas prie 40 cm ilgio netąsaus siūlo, juda tolygiai apskritimu. Siūlas su vertikale sudaro 45° kampą. Rasime rutuliuko judėjimo apskritimu greitį v.

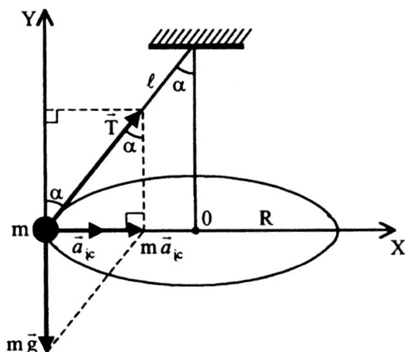
$\ell = 0{,}4$ m

$\alpha = 45°$

$g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$

---

$v = ?$




**Sprendimas.**

Rutuliuką veikia dvi jėgos: sunkio jėga $m\vec{g}$ ir siūlo įtempimo jėga $\vec{T}$. Šių jėgų atstojamoji suteikia rutuliukui įcentrinį pagreitį $\vec{a}_{įc}$. Rutuliukas juda apskritimu, kurio spindulys lygus R.

Rutuliukui taikome antrąjį Niutono dėsnį:

$$\boxed{\vec{T} + m\vec{g} = m \cdot \vec{a}_{įc};} \quad (1)$$

čia $\vec{a}_{įc}$ – įcentrinis pagreitis, kurį rutuliukui suteikia jėgų $\vec{T}$ ir $m\vec{g}$ atstojamoji.

Projekcijomis X ir Y ašyse šis dėsnis užrašomas taip:

$$\begin{cases} T_x + mg_x = ma_{įc\,x}, \\ T_y + mg_y = ma_{įc\,y}. \end{cases}$$

Bet $T_x = T \cdot \sin\alpha$, $mg_x = 0$, $a_{\text{įc}\,x} = a_{\text{įc}}$ ir

$T_y = T \cdot \cos\alpha$, $mg_y = -mg$, $a_{\text{įc}\,y} = 0$, todėl

$$\begin{cases} T \cdot \sin\alpha = m a_{\text{įc}}, & (2) \\ T \cdot \cos\alpha - mg = 0. & (3) \end{cases}$$

Įcentrinis pagreitis $a_{\text{įc}} = \dfrac{v^2}{R}$, todėl (2) lygtį galime užrašyti taip:

$$T \sin\alpha = m\frac{v^2}{R} \qquad (4)$$

$$(3) \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha} \qquad (5)$$

(5) → (4): $mg\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = m\dfrac{v^2}{R}$, arba

$$g \cdot tg\alpha = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = gRtg\alpha\,.$$

Vadinasi, rutuliuko greitis $v = \sqrt{g\,R\,tg\alpha}$.

Bet $R = \ell \cdot \sin\alpha$, todėl

$$\boxed{v = \sqrt{g\,\ell \sin\alpha\, tg\alpha},}$$

$$v = \sqrt{9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}4\text{ m} \cdot \sin 45° \cdot tg45°} = 1{,}7\,\frac{m}{s}\,.$$

**Atsakymas.** $v = 1{,}7\ \dfrac{m}{s}$.

# 3. STATIKA

## 3.1. JĖGOS MOMENTAS. KŪNO PUSIAUSVYROS SĄLYGA

**Statika** – mechanikos dalis, nagrinėjanti kietų kūnų pusiausvyrą. Kūnas yra pusiausviras, kai jis nejuda.

Pusiausvyroje kūnas gali būti, kai jis neturi sukimosi ašies ir kai turi sukimosi ašį.

Kūnas, neturintis sukimosi ašies, yra pusiausviras, kai visų jį veikiančių jėgų vektorinė suma lygi nuliui, arba visų jį veikiančių jėgų projekcijų bet kurioje ašyje algebrinė suma lygi nuliui, t.y.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0 \qquad \text{arba}$$

$$F_{1x} + F_{2x} + ... + F_{nx} = 0,$$

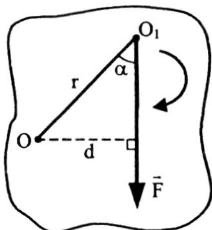
$$F_{1y} + F_{2y} + ... + F_{ny} = 0,$$

$$F_{1z} + F_{2z} + ... + F_{nz} = 0 .$$

Kūnui, turinčiam sukimosi ašį, sukamajam jėgos poveikiui apibūdinti įvedamas dydis, vadinamas **jėgos momentu**. Jėgos momentas žymimas raide M.

Jėgos momentu (sukimo momentu) taško O ar per jį einančios nejudamos ašies atžvilgiu vadinamas fizikinis dydis, kurio skaitinė vertė lygi veikiančios jėgos modulio ir jos peties sandaugai:

$\boxed{M = Fd;}$ čia – $F = |\vec{F}|$ – jėgos modulis,



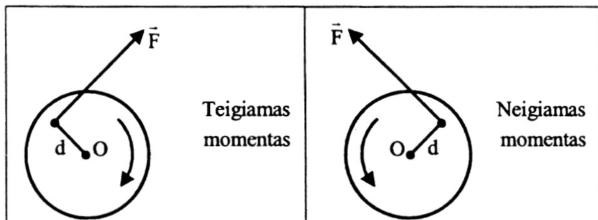

d – **jėgos petys** – tai trumpiausias atstumas (statmuo) nuo įtvirtinimo taško O (ar sukimosi ašies) iki jėgos veikimo krypties:

$$\boxed{d = r \sin\alpha,}$$

$O_1$ – jėgos $\vec{F}_1$ veikimo taškas.

$[M] = 1\ N \cdot m$ (niutonmetras)

Jei jėga verčia kūną suktis apie ašį pagal laikrodžio rodyklę, tai jos momentas yra teigiamas. Jei jėga verčia kūną suktis apie ašį prieš laikrodžio rodyklę, tai tokios jėgos momentas yra neigiamas.

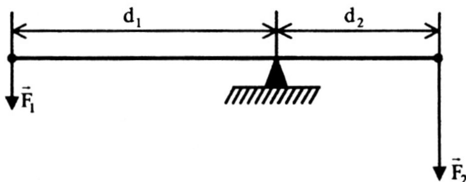



**Momentų taisyklė**: kūnas, galįs suktis aplink įtvirtintą ašį, yra pusiausviras, kai jį veikiančių jėgų momentų tos ašies atžvilgiu algebrinė suma lygi nuliui, t.y.

$$M_1 + M_2 + ... + M_n = 0.$$

**Sverto taisyklė:** svertas yra pusiausviras, kai jį veikiančios jėgos atvirkščiai proporcingos pečiams:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}. \quad \text{arba} \quad F_1 d_1 = F_2 d_2.$$




**Bendroji kūnų pusiausvyros sąlyga:** kad kūnas būtų pusiausviras, jį veikiančių jėgų geometrinė suma (jėgų atstojamoji) ir tų jėgų momentų sukimosi ašies atžvilgiu suma turi būti lygi nuliui:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0, \quad M_1 + M_2 + ... + M_n = 0.$$

## 3.2. MASĖS CENTRAS. SUNKIO CENTRAS. KŪNŲ PUSIAUSVYROS PASTOVUMAS

Kūno **masės centru** vadinamas taškas, per kurį turi eiti verčiančios kūną slinkti jėgų kryptys.

Kai kūnas slenka, veikiamas vienos arba keleto jėgų, tos jėgos kryptis arba visų jėgų atstojamosios kryptys eina per kūno masės centrą. Kūno masės centras tuo atveju juda taip, tarytum jame būtų sukoncentruota visa kūno masė. Tokiu atveju galime nagrinėti materialiojo taško – kūno masės centro – judėjimą. Masės centras dažnai vadinamas **sunkio centru**, kurio padėtį galime nustatyti pasinaudoję momentų taisykle.

Sunkio centrą reikia žinoti, norint nustatyti pusiausvyrą kūnų, turinčių atramos tašką arba atramos plotą. Vienalyčių kūnų sunkio centras sutampa su masės centru. Sunkio centras yra atskirų kūno dalių sunkio jėgos atstojamosios veikimo taškas. Plokščios figūros sunkio centrą galima nustatyti atliekant bandymą: plokštė pakabinama atskiruose taškuose. Sunkio centrą galima rasti ir kitu būdu. Plokštė padedama ant stalo krašto taip, kad vos laikytųsi. Pagal stalo kraštą iš apačios pieštuku plokštėje nubrėžiama tiesė. Keičiant plokštės padėtį, nubrėžiamos kelios linijos. Jos susikerta viename taške – sunkio centre. Sudėtingų figūrų sunkio centras gali būti už figūros ribų.

Kūnų pusiausvyros pastovumą sąlygoja tai, ar yra kūno sunkio jėgos momentas, verčiantis kūną keisti esamą padėtį. Dėl sunkio jėgos momento kūnas užima tokią padėtį, kad sunkio centras būtų žemiausiai. Kitaip kūno pusiausvyros pastovumą galima apibūdinti pagal jo potencinę energiją: kūno pusiausvyra tuo pastovesnė, kuo mažesnė jo potencinė energija.

Skiriamos trys kūnų pusiausvyros rūšys:

**pastovioji, nepastovioji** ir **beskirtė (visokeriopa)** pusiausvyra.

| Pusiausvyros rūšis | Kūnas neturi įtvirtintos sukimosi ašies | Kūnas turi įtvirtintą sukimosi ašį |
|---|---|---|
| **Pastovi** | $\vec{N}$, $\vec{N}$, $\vec{F}$, $m\vec{g}$, $m\vec{g}$<br>Jėga $\vec{F}$ grąžina kūną į pusiausvyros padėtį. | $\vec{N}$, $\vec{N}$, O, O, $m\vec{g}$, $m\vec{g}$<br>Atramos taškas yra aukščiau veikiančių jėgų. Sunkio jėga kūną grąžina į pusiausviros padėtį ($M \neq 0$) |
| **Nepastovi** | $\vec{N}$, $\vec{N}$, $\vec{F}$, $m\vec{g}$, $m\vec{g}$<br>Jėga $\vec{F}$ tolina kūną nuo pusiausvyros padėties. | O, O, $m\vec{g}$, $\vec{N}$, $m\vec{g}$, $\vec{N}$<br>Atramos taškas O yra žemiau veikiančių jėgų. Sunkio jėgos veikiamas kū-nas tolinamas nuo pusiaus-vyros padėties ($M \neq 0$) |
| **Beskirtė** | $\vec{N}$, $m\vec{g}$<br>Kūnas visada pusiausviras $(\vec{F} = 0)$. | $\vec{N}$, O, $m\vec{g}$<br>Atramos taškas sutampa su sunkio jėgos veikimo tašku. Kūnas visada pusiausviras ($M=0$) |

## 3.3. KIETO KŪNO SUKAMASIS JUDĖJIMAS

Vienas iš dydžių, apibūdinančių kieto kūno sukamąjį judėjimą, yra **inercijos momentas J.** Materialaus taško inercijos momentas sukimosi ašies atžvilgiu apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\boxed{J = mr^2,}$$

čia m – materialaus taško masė, r – atstumas nuo materialaus taško iki ašies.

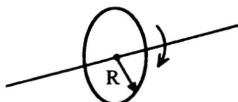
Jei kūno materialu tašku laikyti negalima, tai kūno inercijos momentas apskaičiuojamas taip:

$$\boxed{J = \int r^2\, dm\ .}$$

Pateiksime formules (be išvedimo) kai kurių kūnų inercijos momentams apskaičiuoti.

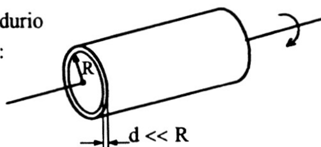
1. Plono žiedo inercijos momentas, kai ašis eina per žiedo centrą:

$$\boxed{J = mR^2.}$$



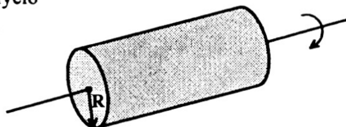

2. Plonasienio tuščiavidurio cilindro inercijos momentas:

$$\boxed{J = mR^2.}$$



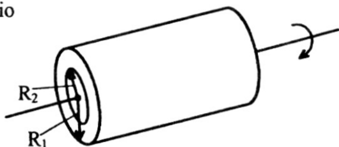

3. Pilnavidurio vienalyčio cilindro inercijos momentas:

$$\boxed{J = \frac{1}{2} mR^2.}$$



4. Tuščiavidurio storasienio cilindro inercijos momentas:

$$J = \frac{m}{2}\left(R_1^2 + R_2^2\right).$$



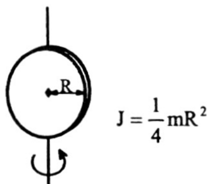

5. Disko inercijos momentas:

a)




$$J = \frac{1}{2}mR^2$$

b)




$$J = \frac{1}{4}mR^2$$

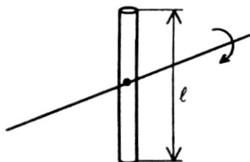
6. Rutulio inercijos momentas, kai ašis eina per rutulio centrą: $J = \frac{2}{5}mR^2$.



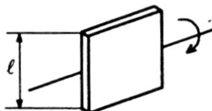
Storasluoksnės sferos inercijos momentas, kai ašis eina per sferos centrą: $J = \frac{2}{3}mr^2$.

7. Inercijos momentas vienalyčio strypo, kai ašis eina per jo vidurį ir statmena jo ilgiui:

$$J = \frac{1}{12}m\ell^2.$$




8. Keturkampės plokštelės inercijos momentas: $J = \frac{1}{12}m\ell^2$.




Besisukančio kūno energija apskaičiuojama pagal formulę

$$W_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2},$$ čia $\omega$ – kampinis greitis.

# 4. TVERMĖS DĖSNIAI MECHANIKOJE

## 4.1. KŪNO IMPULSAS. JĖGOS IMPULSAS

**Kūno impulsu**, arba **judesio kiekiu** vadinamas fizikinis dydis, lygus kūno masės ir jo judėjimo greičio sandaugai:

$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v};}$$

čia $\vec{p}$ – kūno impulsas, m – kūno masė, $\vec{v}$ – kūno judėjimo greitis.

Kūno impulsas $\vec{p}$ – vektorinis dydis; jo kryptis sutampa su kūno greičio vektoriaus $\vec{v}$ kryptimi.

SI sistemoje impulso matavimo vienetu laikomas impulsas 1 kg masės kūno, judančio $1\,\frac{m}{s}$ greičiu: $[\,p\,] = 1\,\frac{kg \cdot m}{s}$.

**Jėgos impulsu** $\vec{F} \cdot t$ vadinamas fizikinis dydis, lygus kūną veikiančios jėgos $\vec{F}$ ir laiko t, kurį ta jėga veikė kūną, sandaugai. Jėgos impulsas – vektorinis dydis; jo kryptis sutampa su jėgos vektoriaus kryptimi. SI sistemoje jėgos impulso matavimo vienetu laikomas impulsas jėgos, kurios didumas lygus 1 N ir kuri veikia kūną 1 s: $1\,N \cdot s$ (niuton-sekundė).

Remdamiesi kūno impulso ir jėgos impulso sąvokomis, perrašysime antrąjį Niutono dėsnį $\vec{F} = m\vec{a}$ kitoje formoje. Sakykime, kūną judantį greičiu $\vec{v}_0$, kurį nors laiko tarpą $\Delta t$ veikė jėga $\vec{F}$. To pasekoje kūnas įgijo pagreitį

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t};}$$

čia $\vec{v}$ – kūno greitis sąveikos pabaigoje (galinis greitis).

Vadinasi, $\boxed{\vec{F} = m \cdot \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{\Delta t}}$, arba $\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}}$. Šios dvi lygybės išreiškia antrąjį Niutono dėsnį. Taigi bendruoju atveju antrasis Niutono dėsnis formuluojamas taip: kūną veikianti jėga (arba kūną veikiančių jėgų atstojamoji, kai kūną veikia kelios jėgos) lygi kūno impulso pokyčio ir laiko tarpo, per kurį tas pokytis įvyko, santykiui (kai jėga pastovi). Matome, kad kūną veikianti jėga (arba kūną veikiančių jėgų atstojamoji, kai kūną veikia kelios jėgos) apibūdina impulso kitimo spartumą, t.y. impulso kitimo greitį.

Dažnai lygybė $\vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{\Delta t}$ užrašoma taip:

$$\boxed{\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0\,.}$$

Vadinasi, kūno impulso (judesio kiekio) pokytis lygus jėgos impulsui.

## 4.2. IMPULSO TVERMĖS DĖSNIS. REAKTYVUSIS JUDĖJIMAS

**Uždarąja** vadinama tokia kūnų sistema, kurios neveikia kiti kūnai iš išorės arba jų veikimas kompensuojasi.

Uždarajai kūnų sistemai galioja **impulso tvermės dėsnis:** uždarosios sistemos kūnų impulsų suma lieka pastovi, kai tos sistemos kūnai bet kaip sąveikauja vienas su kitu:

$$\boxed{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n = \text{const.}}$$

Taigi uždarą sistemą sudarančių kūnų impulsai gali kisti, o pačios sistemos negali, t.y. **kūnų impulsų suma prieš sąveiką turi būti lygi jų sumai po sąveikos.** Vadinasi, vidinės jėgos negali pakeisti sistemos impulso.

Sprendžiant uždavinius, impulso tvermės dėsnis dažniausiai rašomas ir vektorinėje formoje, ir projekcijomis į pasirinktą ašį, nes

atlikinėti veiksmus su vektorių projekcijomis yra paprasčiau, negu su pačiais vektoriais.

Projekcijomis į X, Y arba Z ašį impulso tvermės dėsnis užrašomas taip:

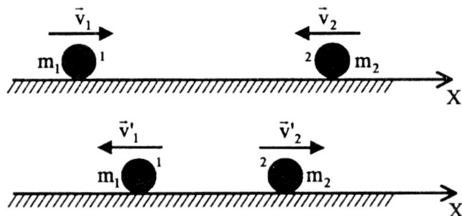
$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + ... + m_n v_{nx} = const,$$

$$m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + ... + m_n v_{ny} = const,$$

$$m_1 v_{1z} + m_2 v_{2z} + ... + m_n v_{nz} = const.$$

Kūno impulso projekcija yra teigiama, jei greičio kryptis sutampa su pasirinkta ašies kryptimi; kūno impulso projekcija yra neigiama, kai greičio kryptis priešinga pasirinktai ašies krypčiai.

Išnagrinėkime pavyzdį. Sakykime, turime uždarą kūnų sistemą, kurią sudaro du rutuliukai. Rutuliukų masės yra $m_1$ ir $m_2$. Rutuliukams suteikime greičius $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$ ir paleiskime juos judėti vienas priešais kitą. Tarkime, kad smūgis yra tamprus. Po smūgio abiejų rutuliukų judėjimo kryptys pasikeičia; pasikeičia ir greičių kryptys bei moduliai.




Jei iki sąveikos (iki susidūrimo) pirmojo rutulio greitis $\vec{v}_1$, antrojo rutulio greitis $\vec{v}_2$, o po sąveikos (po susidūrimo) pirmojo rutulio greitis $\vec{v}'_1$, antrojo rutulio greitis $\vec{v}'_2$, tai impulso tvermės dėsnis užrašomas taip:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2;$$

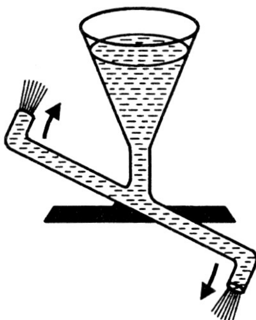
čia $m_1$ – pirmojo rutulio masė, $m_2$ – antrojo rutulio masė.

Projekcijomis į x ašis dėsnis: $m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = m_1v'_{1x} + m_2v'_{2x}$

Bet $v_{1x} = v_1$, $v_{2x} = -v_2$, $v'_{1x} = -v'_1$, $v'_{2x} = v'_2$, todėl galutinai:

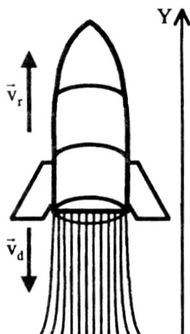
$$\boxed{m_1v_1 - m_2v_2 = -m_1v'_1 + m_2v'_2.}$$

Impulso tvermės dėsniu pagrįstas **reaktyvusis judėjimas** – judėjimas be atramos. Taip juda vandens turbinos (pavyzdžiui, Segnerio ratas, parodytas paveiksle), raketos, lėktuvai, kosminiai laivai.



Raketos greitį galima nustatyti iš impulso tvermės dėsnio. Prieš startą bendra raketos ir degalų impulsų geometrinė suma yra lygi nuliui (atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme). Tada, įjungus variklius, ir nesant išorinės jėgos, raketos iš išmetamų dujų impulsų geometrinė suma taip pat turi būti lygi nuliui (impulso tvermės dėsnis), t.y. $m_r\vec{v}_r + m_d\vec{v}_d = 0$;

čia $m_r$ – raketos momentinė masė, $\vec{v}_r$ – raketos greitis, $m_d$ – išmetamų degimo produktų (dujų) masė, $\vec{v}_d$ – išmetamų degimo produktų (dujų) greitis.




Projekcijomis į pasirinktą Y ašį, ši lygtis atrodys taip:

$$m_r v_{rx} + m_d v_{dx} = 0 .$$

Bet $v_{rx} = v_r$, $v_{dx} = -v_d$, todėl galutinai gauname tokią lygtį

$$m_r v_r - m_d v_d = 0 ,$$

arba $m_r v_r = m_d v_d$. Iš šios lygybės randame raketos greitį:

$$\boxed{v_r = \frac{m_d}{m_r} \cdot v_d}.$$

Raketos greičio kryptis priešinga dujų tekėjimo krypčiai. Be to, kuo greičiau teka dujos (kuo didesnis $v_d$) ir kuo daugiau jų išteka (kuo didesnė $m_d$), tuo didesnis raketos greičio modulis $v_r$.

Išvestąją raketos greičio radimo formulę galima taikyti tik tada, kai raketos masės sumažėjimas yra nedidelis ir visos dujos išmetamos iškarto. Tačiau realusis raketos greitis bus žymiai mažesnis už teoriškai apskaičiuotą, nes netoli Žemės paviršiaus yra žymus oro pasipriešinimas ir kuras sudega ne iškarto, o palaipsniui. Be to, po starto, raketos masė laikui bėgant mažėja. Raketa skrydžio metu yra kintamos masės kūnas ir jos judėjimą aprašo sudėtingesnės lygtys.

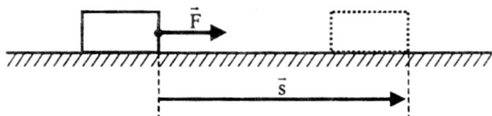
Dabartiniams reaktyviesiems varikliams naudojamas tiek kietas, tiek ir skystas kuras. Pastarąjį kurą naudojančios daugiapakopės raketos projektą 1903 m. sukūrė rusų mokslininkas K.Ciolkovskis. Jo idėjas įgyvendino įžymus rusų mokslininkas akademikas Sergejus Koroliovas, kuris laikomas kosminės eros pradininku. Pastebėkime, kad trijų pakopų raketos brėžinius dar 1650 m. pateikė lietuvis inžinierius K.Simonavičius veikale „Didysis artilerijos menas“.

## 4.3. MECHANINIS DARBAS

Jei kūną veikia kokia nors jėga ir jos veikiamas kūnas pasislenka, tai sakome, kad buvo atliktas **mechaninis darbas.** Pavyzdžiui, norint pakelti krovinį, reikia panaudoti jėgą, pakankamą žemyn nukreiptai sunkio jėgai (Žemės traukos jėgai) įveikti. Gana ilgai veikdami tokia jėga, krovinį pakelsime į aukštį h ir atliksime darbą. Kitas pavyzdys: kūnas, stumiamas nelygiu paviršiumi jėga, pakankama trinties jėgai įveikti, nuėjo kelią s. Čia taip pat buvo atliktas mechaninis darbas. Jei kūnas pasislinko atstumą 2 s, veikiant tai pačiai išorinei jėgai, tai buvo atliktas dvigubai didesnis mechaninis darbas. Kūnui perkelti panaudojus didesnę jėgą, atliktas darbas taip pat bus didesnis. Taigi atliktas darbas proporcingas ir panaudotai jėgai, ir poslinkiui, kurį atlieka kūnas tos jėgos veikiamas. Nėra judėjimo – nėra darbo. Jei ant virvės kabantis krovinys nejuda, tai sunkio jėga darbo neatlieka. Antra vertus, jei kūnas juda iš inercijos nesutikdamas pasipriešinimo, tai mechaninis darbas taip pat neatliekamas. Jei nėra kūną veikiančios jėgos, nėra ir darbo.

Vadinasi, kūną veikianti jėga atliks mechaninį darbą tik tada, kai šios jėgos veikiamas kūnas pasislenka kuriuo nors baigtiniu atstumu.

Sakykime, ant stalo padėtą kūną veikia pastovi jėga $\vec{F}$, lygiagreti stalo plokštumai. Šios jėgos veikiamo kūno poslinkis lygus $\vec{s}$, be to, kūno poslinkio kryptis sutampa su veikiančios jėgos kryptimi. Sakoma, kad jėga $\vec{F}$ atlieka mechaninį darbą.



**Mechaninių darbu** vadinamas fizikinis dydis, lygus kūną veikiančios jėgos modulio ir kūno poslinkio sandaugai:

$$\boxed{A = F \cdot s\ ;}$$

čia F – kūną veikiančios jėgos modulis, s – šios jėgos veikiamo kūno poslinkis.

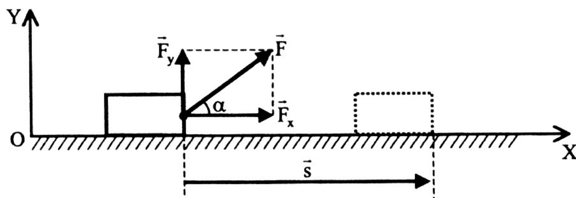
Mechaninis darbas yra **skaliarinis dydis, o** jėga ir poslinkis, kaip žinome, yra vektoriniai dydžiai.

Darbo vienetas SI sistemoje yra **džaulis**. Šis vienetas taip buvo pavadintas anglų fiziko Džeimso Preskoto Džaulio garbei. Šis mokslininkas daug nuveikė, aiškinant darbo ir energijos esmę.

Vieno džaulio darbą atlieka 1 N jėga, paslinkdama kūną 1 m poslinkio kryptimi:

$$[A] = 1\,J = 1\,N \cdot 1\,m\ .$$

Toliau nagrinėsime bendresnį atveją, kai kūną veikianti jėga $\vec{F}$ su poslinkio $\vec{s}$ kryptimi (poslinkio vektoriumi) sudaro kampą $\alpha$. Atveją, kai $\alpha = 0°$, jau išnagrinėjome.




Jėgą $\vec{F}$ galime laikyti dviejų nepriklausomų jėgų $\vec{F}_x$ ir $\vec{F}_y$ ($\vec{F}_x$ – jėgos $\vec{F}$ horizontalioji dedamoji; $F_y$ – jėgos $\vec{F}$ vertikalioji dedamoji) vektorinė suma: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$. Šių jėgų moduliai yra

$$F_x = F \cdot \cos\alpha \text{ ir } F_y = F \cdot \sin\alpha\ .$$

Jėgos $\vec{F}$ horizontalioji dedamoji $\vec{F}_x$ veikia kūno judėjimo kryptimi (OX ašies kryptimi).

Vadinasi, ji atlieka darbą $\boxed{A = F_x \cdot s = F \cdot s \cos\alpha}$. OY ašies kryptimi kūnas nejuda; taigi jėgos $\vec{F}$ vertikalioji dedamoji $\vec{F}_y$ **darbo neatlieka.** Vadinasi, bendru atveju mechaninį darbą galima apibrėžti šitaip:

Mechaninis darbas lygus kūną veikiančios jėgos modulio, kūno poslinkio ir kosinuso kampo tarp jėgos vektoriaus ir poslinkio vektoriaus (poslinkio krypties) sandaugai, t.y.

$$\boxed{A = F \cdot s \cdot \cos\alpha}.$$

Jėgos atliktas darbas gali būti arba teigiamas, arba neigiamas, arba lygus nuliui. Skiriame tris atvejus:

① Jėgos atliekamas darbas yra **teigiamas ($A > 0$)**, kai kampas $\alpha < 90°$, ($\alpha < \frac{\pi}{2}$). Šiuo atveju kūną veikiančios jėgos $\vec{F}$ horizontaliosios dedamosios $\vec{F}_x$ kryptis sutampa su kūno poslinkio kryptimi. Pavyzdžiui, teigiamą darbą atlieka sunkio jėga, kai kūnas laisvai krinta iš kurio nors aukščio h.

Jeigu $\alpha = 0°$, tai $A = F \cdot s \cdot \cos 0° = F \cdot s$, nes $\cos 0° = 1$.

② Jėgos atliekamas darbas yra **neigiamas ($A < 0$)**, kai kampas $\alpha$ tenkina sąlygą $90° < \alpha \le 180°$ $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha \le \pi\right)$. Šiuo atveju kūną veikiančios jėgos $\vec{F}$ horizontaliosios dedamosios $\vec{F}_x$ kryptis yra priešinga poslinkio krypčiai. Pavyzdžiui, neigiamą darbą atlieka trinties jėga, o taip pat sunkio jėga, kai kūnas keliamas į viršų.

Jeigu kampas $\alpha = 180°$, tai $A = F \cdot s \cdot \cos 180° = -F \cdot s$ $(\cos 180° = -1)$.

③ Jėga darbo neatlieka $(A = 0)$, kai $\alpha = \frac{\pi}{2}$, t.y. kai kūną veikianti jėga yra statmena kūno poslinkiui. Iš tikrųjų, kai $\alpha = 90°$, tai $A = F \cdot s \cos 90° = 0$ $(\cos 90° = 0)$. Pavyzdžiui, kai kūnas juda horizontaliąja plokštuma, tai sunkio jėga darbo neatlieka. Jėga darbo neatlieka ir tuo atveju, kai kūnas nejuda $(s = 0)$.

Pavyzdžiui, sunkio jėga, veikianti nejudantį kūną, darbo neatlieka. Darbas taip pat neatliekamas, kai kūnas juda iš inercijos, šiuo atveju $F = 0$.

Kai judantį kūną veikia kelios jėgos, kiekviena jų atlieka darbą; visų jėgų darbas (pilnasis darbas) lygus algebrinei atskirų jėgų atliktų darbų sumai.

## 4.4. GALIA

Įvairios mašinos tą patį darbą gali atlikti per skirtingą laiką. Fizikinis dydis, naudojamas mašinų ar įrenginių darbo spartai apibūdinti, vadinamas **galia** (žymima raide N).

Mašinos arba mechanizmo **galia** vadinamas fizikinis dydis, lygus atlikto darbo A ir laiko t, per kurį tas darbas atliktas, santykiui:

$$\boxed{N = \frac{A}{t}.}$$

Galia rodo, koks darbas atliekamas per laiko vienetą. Galios vienetas SI sistemoje yra **vatas**: $1\ W = \frac{1\ J}{1\ s}$. Tai galia tokio įrenginio, kuris per 1 s atlieka 1 J darbą.

Praktikoje galia dažnai matuojama kartotiniais arba daliniais vienetais: kilovatais kW), megavatais (MW), milivatais (mW):

$1\ kW = 1000\ W = 10^3\ W$,

$$1\ \text{MW} = 1000\ 000\ \text{W} = 10^6\ \text{W},$$

$$1\ \text{mW} = 0{,}001\ \text{W} = 10^{-3}\ \text{W}.$$

Galios vienetas SI sistemoje taip buvo pavadintas škotų inžinieriaus Džeimso Vato (Watt, 1736-1819), įdiegusio į pramonę garo mašiną, garbei. Vatas nustatė praktišką galios vienetą, apytiksliai lygų darbinio arklio galiai. Šį galingumo vienetą jis pavadino **arklio galia (AG)**:

$$1\ \text{AG} = 746\ \text{W} \approx \frac{3}{4}\ \text{kilovato (kW)}.$$

Kai mašinos arba įrenginio galia N yra žinoma, tai darbą, atliekamą per laiką t, galime skaičiuoti pagal formulę:

$$\boxed{A = N \cdot t.}$$

Vadinasi, darbo vienetu galima laikyti darbą, kurį atlieka mechanizmas per 1s, kai galia lygi 1 W. Toks darbo vienetas vadinamas **vatsekunde** (Ws). Praktikoje dažniau naudojami stambesni galios matavimo vienetai – **kilovatvalandė** (kWh) ir **megavatvalandė** (MWh):

$$1\ \text{kWh} = 1000\ \text{N} \cdot 3600\ \text{s} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{Ws} = 3{,}6\ \text{MJ}.$$

$$1\ \text{MWh} = 10^6\ \text{W} \cdot 3600\ \text{s} = 3{,}6 \cdot 10^9\ \text{Ws} = 3{,}6 \cdot 10^9\ \text{J}.$$

Kai įrenginio veikiamas kūnas juda greičiu $\vec{v}$, tai įrenginio galia apskaičiuojama remiantis formule:

$$\boxed{N = \frac{A}{t} = \frac{Fs\cos\alpha}{t} = Fv\cos\alpha;}$$

čia $\alpha$ – kampas tarp vektorių $\vec{F}$ ir $\vec{v}$.

Vadinasi, galia lygi jėgos modulio, greičio modulio ir kosinuso kampo, kurį sudaro jėgos ir greičio vektoriai, sandaugai. Galią galima padidinti, didinant veikiančias jėgas ir judėjimo greitį.

Kai kūnas juda tiesiai ir tolygiai $(v = const)$, tai $\alpha = 0°$, o $\cos 0° = 1$. Taigi šiuo atveju variklio išvystoma galia apskaičiuojama pagal formulę:

$$\boxed{N = F \cdot v}.$$

Iš šios formulės matyti, kad esant pastoviai traukos jėgai, kūno greitis tiesiog proporcingas variklio galiai.

## 4.5. MECHANIZMO NAUDINGUMO KOEFICIENTAS

Kiekvienas įrenginys apibūdinamas **naudingumo koeficientu.** Šis koeficientas parodo, kuri mechanizmo atliekamo darbo dalis tenka naudingam darbui:

$$\boxed{\eta = \frac{A_n}{A} = \frac{P_n}{P};}$$

čia $A_n$ – naudingas darbas, A – visas atliktas darbas.

Bet kurio įrenginio (mechanizmo) naudingumo koeficientas $\eta < 1$. Dažniausiai jis išreiškiamas procentais (visuomet $\eta < 100°$ ):

$$\boxed{\eta = \frac{A_n}{A} \cdot 100\ \%.}$$

## 4.6. MECHANINĖ ENERGIJA. KINETINĖ IR POTENCINĖ ENERGIJA. KINETINĖS ENERGIJOS TEOREMA

Jei kūnas ar kūnų sistema gali atlikti darbą, sakoma, kad jie turi energijos. Vadinasi, **mechanine energija** vadinamas fizikinis dydis, apibūdinantis kūno gebėjimą atlikti darbą. Ji, kaip ir darbas, matuojama tais pačiais vienetais – džauliais (J). Mechaninė energija priklauso nuo kūnų masės, judėjimo greičio ir jų tarpusavio padėties. Ji lygi kinetinės ir potencinės energijų sumai:

$$\boxed{E = E_k + E_p}.$$

Taigi mechaninę energiją sudaro kūno kinetinė ir kūno potencinė energija. Energiją, kurią turi judantys kūnai, vadiname **kinetine**. Judančio materialiojo taško arba kūno kinetinė energija apskaičiuojama pagal formulę

$$\boxed{E_k = \frac{mv^2}{2};}$$

čia m – materialiojo taško arba kūno masė, v – jo greitis nagrinėjamos atskaitos sistemos atžvilgiu.

① Ši formulė rodo, kad esant pastoviai kūno masei, jo kinetinė energija priklauso nuo kūno judėjimo greičio pasirinktoje inercinėje atskaitos sistemoje. Kadangi kūno impulsas $p = mv$, tai kinetinę energiją galime skaičiuoti taip:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}, \quad \boxed{E_k = \frac{p^2}{2m}.}$$

Kinetinės energijos turi visi judantys kūnai. Pavyzdžiui, kinetinės energijos turi tekantis vanduo, vėjas, besisukantis ratas, judantis automobilis ir t.t.

Kūno potencija energija vadinama tokia energija, kuri priklauso nuo vienas kitą veikiančių kūnų arba to paties kūno dalių padėties. Potencinė energija – tai kūnų sąveikos energija.

② Pavyzdžiui, potencinės energijos turi pakeltas virš Žemės paviršiaus akmuo, suspausta arba ištempta spyruoklė ir t.t.

Kalbėdami apie materialiojo taško ar kūno potencinę energiją, visada atsižvelgiame į jo sąveiką su kitais kūnais. Taigi potencinės energijos nulinė vertė parenkama laisvai kito kūno ar jų sistemos atžvilgiu. Potencinė energija visada nusakoma kokio nors kūno atžvilgiu. Pavyzdžiui, pakelto kūno potencinė energija skaičiuojama Žemės atžvilgiu. Pakelto į h aukštį virš Žemės m masės kūno potencinė energija apskaičiuojama pagal formulę

$$E_p = mgh.$$

To paties kūno gravitacinės sąveikos su Žeme potencinė energija

$$E_p = G\frac{mMh}{R(R+h)};$$

čia G – gravitacijos konstanta, h – kūno aukštis virš Žemės paviršiaus, M – Žemės masė, R – Žemės spindulys. Abiem atvejais $E_p = 0$, kai $h = 0$.

Potencinės energijos turi ir suspausta arba ištempta spyruoklė. Laikydami, kad nedeformuotos spyruoklės $(x = 0)$ potencinė energija lygi nuliui, randame suspaustos arba ištemptos spyruoklės potencinę energiją

$$E_p = \frac{kx^2}{2};$$

čia k – spyruoklės standumas, x – jos pailgėjimas ar sutrumpėjimas.

Pastebėkime, kad sąveikaujantys vienas su kitu kūnai vienu metu gali turėti ir kinetinės, ir potencinės energijos. Pavyzdžiui, skrendantis lėktuvas turi ir kinetinės, ir potencinės energijos.

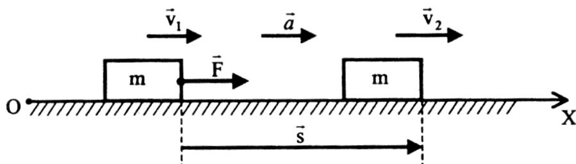
* * *

Nustatysime ryšį tarp mechaninio darbo, kurį atlieka kūną veikianti pastovi jėga (arba jėgų atstojamoji, kai kūną vienu metu veikia kelios jėgos), ir to kūno kinetinės energijos pokyčio. Sakykime, m masės kūnas pasirinktoje atskaitos sistemoje pradiniu laiko momentu juda greičiu $\vec{v}_1$.

Jeigu tą kūną paveiksime pastovia išorine jėga $\vec{F}$, tai jos veikiamas kūnas įgyja pagreitį $\vec{a}$ ir per tam tikrą laiką jo greitis

padidėja ir yra lygus $\vec{v}_2$. Kūną veikianti jėga $\vec{F}$ atlieka mechaninį darbą A, nes kūnas pasislenka.

Nagrinėsime paprasčiausią atveją, kai kūną veikiančios išorinės jėgos $\vec{F}$ kryptis sutampa su kūno poslinkio $\vec{s}$ kryptimi.




Jėgos vektoriaus $\vec{F}$, poslinkio vektoriaus $\vec{s}$, pradinio greičio vektoriaus $\vec{v}_1$ ir galinio greičio vektoriaus $\vec{v}_2$ kryptys sutampa su OX ašies kryptimi, todėl visų minėtų vektorių projekcijos šioje ašyje teigiamos ir lygios pačių vektorių moduliams.

Pastovios jėgos $\vec{F}$ darbas

$$A = F \cdot s.$$

Pagal antrąjį Niutono dėsnį kūną veikiančios jėgos modulis lygus

$$F = m \cdot a.$$

Kadangi kūno judėjimas yra tiesiaeigis tolygiai greitėjantis, tai kūno poslinkį galime skaičiuoti pagal formulę

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}.$$

Vadinasi, $A = m \cdot a \cdot s = m \cdot a \cdot \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$, arba

$$\boxed{A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.}$$

Remiantis kūno kinetinės energijos apibrėžimu, šią lygybę galime perrašyti taip:

$$\boxed{A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k ;}$$

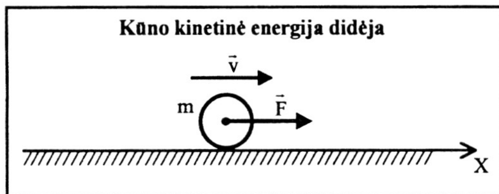
čia $E_{k2} = \dfrac{mv_2^2}{2}$ – kūno galinė kinetinė energija (kinetinė energija, praėjus kuriam nors laikui t, nuo laiko atskaitos pradžios),

$E_{k1} = \dfrac{mv_1^2}{2}$ – kūno pradinė kinetinė energija (kinetinė energija pradiniu laiko momentu).

Duotoji lygybė išreiškia **kinetinės energijos teoremą:** kūną veikiančios jėgos darbas lygus kūno kinetinės energijos pokyčiui.

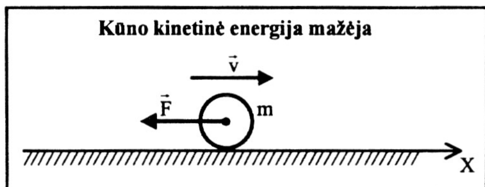
**Pastaba.** Kai kūną vienu metu veikia kelios jėgos, tai kalbama apie šių jėgų atstojamosios jėgos atliktą darbą ir kinetinės energijos teoremą formuluojame taip: kūną veikiančių jėgų atstojamosios darbas lygus kūno kinetinės energijos pokyčiui.

Kūną veikiančių jėgų darbas yra kūno kinetinės energijos pokyčio matas. Kūno kinetinė energija didėja, kai nagrinėjamoje trajektorijos dalyje kūną veikiančių jėgų atstojamosios darbas yra teigiamas, t.y. jei $A > 0$, tai pagal kinetinės energijos teoremą $\Delta E_k > 0$, o tai reiškia, kad $E_{k2} > E_{k1}$. Šiuo atveju atstojamosios jėgos kryptis sutampa su judėjimo kryptimi ir kūno greičio modulis didėja (kūnas juda tolygiai greitėjančiai).



Pavyzdžiui, kai kamuolį metame iš balkono vertikaliai žemyn, tai krintantį kamuolį veikianti sunkio jėga atlieka teigiamą darbą, o kamuolio kinetinė energija didėja (kamuolys juda tolygiai greitėjančiai).

Kūno kinetinė energija mažėja, kai nagrinėjamoje trajektorijos dalyje kūną veikiančių jėgų atstojamosios darbas yra neigiamas, t.y. kai $A < 0$, tai pagal kinetinės energijos teoremą $\Delta E_k < 0$, o tai reiškia, kad $E_{k2} < E_{k1}$. Šiuo atveju atstojamosios jėgos kryptis sutampa su poslinkio kryptimi ir kūno greičio modulis mažėja (kūnas juda tolygiai lėtėjančiai).

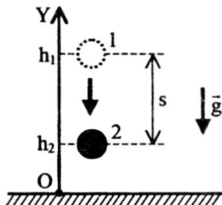



Pavyzdžiui, trinties jėgos darbas visada neigiamas (kai visų kūną veikiančių jėgų atstojamoji lygi trinties jėgai) ir dėl to kūno kinetinė energija mažėja. Dėl trinties jėgos poveikio visi judantys kūnai sustoja.

**Kinetinės energijos fizikinė prasmė:** m masės kūno kinetinė energija $\left(E_k = \dfrac{mv^2}{2}\right)$ savo skaitine reikšme lygi darbui, kurį turi atlikti išorinė kūną veikianti jėga, kad padidintų jo greitį nuo nulinės reikšmės $(v_1 = 0)$ iki reikšmės v $(v_2 = v)$.

## 4.7. SUNKIO JĖGOS DARBAS

Nustatysime sunkio jėgos atlikto darbo ir kūno potencinės energijos pokyčio sąryšį. Sakykime, m masės kūnas juda vertikaliai žemyn iš aukščio $h_1$ iki aukščio $h_2$, veikiamas sunkio jėgos $\vec{F}_s = m\vec{g}$.




Kūnui krintant žemyn, sunkio jėgos atliekamas darbas yra teigiamas $(A > 0)$, o kūno potencinė energija mažėja $(\Delta E_p < 0 \Rightarrow E_{p2} < E_{p1})$.

Kai kūnas juda žemyn, jo poslinkio kryptis sutampa su sunkio jėgos kryptimi ir sunkio jėgos darbas yra teigiamas ir lygus:

$$\boxed{A = F_s \cdot s = mg \cdot (h_1 - h_2),} \quad \text{arba} \quad \boxed{A = -(mgh_2 - mgh_1).}$$

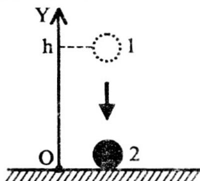
Bet $mgh_2 = E_{p2}$, o $mgh_1 = E_{p1}$, todėl sunkio jėgos darbas

$$\boxed{A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p\ ;}$$

čia $E_{p1} = mgh_1$ – kūno potencinė energija aukštyje $h_1$ virš Žemės paviršiaus,

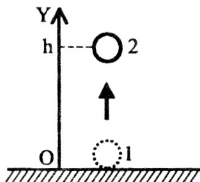
$E_{p2} = mgh_2$ – kūno potencinė energija aukštyje $h_2$ virš Žemės paviršiaus.

Vadinasi, **sunkio jėgos darbas lygus kūno potencinės energijos pokyčiui su minuso ženklu.**




Kai kūnas krinta žemyn iš aukščio h ($h_1$=h) ir pasiekia žemę ($h_2$=0), sunkio jėgos darbas yra teigiamas ir apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\boxed{A = mgh.}$$

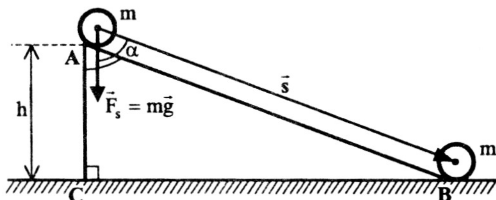



Kai kūnas juda vertikaliai aukštyn, sunkio jėga atlieka neigiamą darbą $(A < 0)$, o kūno potencinė energija didėja $(\Delta E_p > 0 \Rightarrow E_{p2} > E_{p1})$.

Pavyzdžiui, jei m masės kūnas nuo Žemės paviršiaus kyla į viršų ir pasiekia aukštį h, tai sunkio jėga $\vec{F} = m\vec{g}$ atlieka neigiamą darbą

$$\boxed{A = -mgh}\ .$$

Panagrinėkime, kokį darbą atlieka sunkio jėga, kai kūnas leidžiasi žemyn nuožulniąja plokštuma.




Kai kūnas iš aukščiausiojo nuožulniosios plokštumos taško A nusileidžia į žemiausiąjį tašką B, tai sunkio jėga $\vec{F}_s = m\vec{g}$ atlieka darbą

$$A = F_s \cdot s \cdot \cos\alpha = mg \cdot s\cos\alpha\ ;$$

čia s – kūno poslinkio modulis, lygus nuožulniosios plokštumos ilgiui, m – kūno masė, g – laisvojo kritimo pagreitis, α – kampas tarp sunkio jėgos $\vec{F}_s$ ir poslinkio $\vec{s}$ vektorių.

Iš paveikslo nustatyti, kad nuožulniosios plokštumos aukštį h galime skaičiuoti taip: $h = s\cos\alpha$ . Tada

$$A = mg \cdot s\cos\alpha = mgh\ .$$

Vadinasi, sunkio jėgos darbas $\boxed{A = mgh}$ .

Matome, kad **sunkio jėgos darbas nepriklauso nuo kūno judėjimo trajektorijos ir visuomet lygus sunkio jėgos modulio ir aukščių pradinėje bei galinėje padėtyje skirtumo sandaugai.**

Pastebėkime, kad sunkio jėgos darbas uždaroje trajektorijoje lygus nuliui.

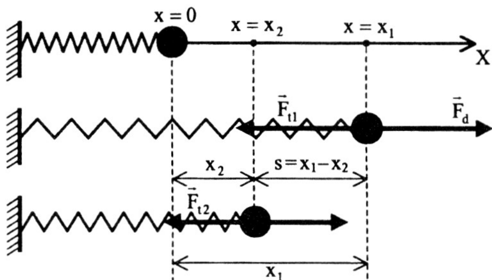
## 4.8. TAMPRUMO JĖGOS DARBAS

Toliau nagrinėsime tamprumo jėgos atliktą darbą ir jo ryšį su deformuoto kūno potencine energija. Jau žinome, kad tampriai deformuoto kūno potencinė energija yra atskirų kūno dalių tarpusavio sąveikos energija. Ji skaičiuojama remiantis formule

$$E_p = \frac{kx^2}{2};$$

čia k – kūno standumas, x – deformuojamo kūno sutrumpėjimas arba pailgėjimas.

Sakykime, turime spyruoklę, kurios vienas galas įtvirtintas, o prie kito galo pritvirtintas metalinis rutuliukas. Spyruoklę ištemkime (spyruoklės pailgėjimas $x = x_1$), paveikę ją išorine jėga $\vec{F}_d$ (deformaciją sukelianti jėga). Atsiranda rutuliuką veikianti tamprumo jėga $\vec{F}_{t1}$, besistengianti sugrąžinti spyruoklę į pradinę padėtį ir nukreipta priešinga spyruoklės poslinkiui kryptimi. Nustojus veikti deformaciją sukeliančiai išorinei jėgai $\vec{F}_d$, spyruoklė pradės susitraukti. Kai spyruoklės pailgėjimas $x = x_2$ (žr. paveikslą), tai rutuliuką veikianti tamprumo jėga yra $\vec{F}_{t2}$. Rutuliuko poslinkis $s = x_1 - x_2$.




Tamprumo jėga atlieka darbą

$$A = F_{tvid} \cdot s \cdot \cos\alpha ;$$

čia $F_{tvid}$ – vidutinės tamprumo jėgos modulis, $\alpha$ – kampas tarp tamprumo jėgos vektoriaus ir poslinkio vektoriaus.

Kadangi tamprumo jėgos kryptis sutampa su rutuliuko poslinkio kryptimi, kai kampas $\alpha = 0°$ ir $\cos 0° = 1$ .

Taigi $A = F_{tvid} \cdot s$ .

Pagal Huko dėsnį tamprumo jėgos modulis tiesiog proporcingas spyruoklės pailgėjimui (sutrumpėjimui):

$$F_t = k \cdot |\, x \,| ;$$

čia k – spyruoklės standumas, $|\, x \,|$ – spyruoklės pailgėjimo (sutrumpėjimo) modulis.

Vidutinės tamprumo jėgos modulis

$$F_{tvid} = \frac{F_{t1} + F_{t2}}{2} ;$$

čia $F_{t1} = kx_1$ – tamprumo jėgos modulis, kai rutuliukas yra pirmoje padėtyje.

$F_{t2} = kx_2$ – tamprumo jėgos modulis, kai rutuliukas yra antrojoje padėtyje.

Vadinasi, $F_{tvid} = \frac{kx_1 + kx_2}{2} = \frac{k}{2}(x_1 + x_2)$.

Tada tamprumo jėgos darbas randamas taip:

$A = F_{tvid} \cdot s = \frac{k}{2}(x_1 + x_2)\cdot(x_1 - x_2) = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2)$, arba

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

Bet $\frac{kx_1^2}{2} = E_{p1}$ ($E_{p2}$ – spyruoklės potencinė energija pradinėje padėtyje, t.y., kai $x = x_1$ ), $\frac{kx_2^2}{2} = E_{p2}$ ($E_{p2}$ – spyruoklės potencinė energija galinėje padėtyje, t.y., kai $x = x_2$ ), todėl

$$\boxed{A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right) = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p .}$$

Ši lygybė rodo, kad tamprumo jėgos darbas lygus spyruoklės potencinės energijos pokyčiui su minuso ženklu.

Laikydami, kad nedeformuotos spyruoklės $(x_2 = 0)$ potencinė energija lygi nuliui $(E_{p2} = 0)$, gauname:

$$\boxed{E_{p1} = A .}$$

Vadinasi, tampriai deformuoto kūno (pavyzdžiui, spyruoklės) potencinė energija lygi darbui, kurį atlieka tamprumo jėga, sugrąžindama spyruoklę į pradinę (pusiausvyros) padėtį.

Tamprumo jėgų darbas nepriklauso nuo spyruoklės (rutuliuko) judėjimo trajektorijos ir priklauso tik nuo pradinės ir galinės spyruoklės (rutuliuko) padėties. Kai tamprumo jėgos veikiamas kūnas

juda uždara trajektorija, tai šios jėgos, kaip ir sunkio jėgos, darbas lygus nuliui.

Jėgos, kurių atliktas darbas nepriklauso nuo šių jėgų veikiamo kūno judėjimo trajektorijos ir priklauso tik nuo judančio kūno pradinės ir galinės padėties, vadinamos **potencialinėmis**. Tokios yra gravitacinės, tamprumo, elektrostatinės ir kt. jėgos. Trinties jėga yra nepotencialinė. Potencialiųjų jėgų darbas, kūnui judant uždara trajektorija, lygus nuliui.

Sistema, kurioje veikia tiktai potencialinės jėgos, vadinama **konservatyviąja.**

Potencialinių jėgų atliktą darbą visada galima išreikšti kūno potencinės energijos pokyčiu su minuso ženklu:

$$A = -\left(E_{p2} - E_{p1}\right) = -\Delta\, E_p\ .$$

## 4.9. MECHANINĖS ENERGIJOS TVERMĖS DĖSNIS

**Uždarąja kūnų sistema** vadinama tokia sistema, kurios kūnų neveikia jokios išorinės jėgos arba, kitaip sakant, neveikia jokie kūnai, neįeinantys į šią sistemą. Taigi uždaroje sistemoje kūnai sąveikauja tiktai vienas su kitu.

Uždaros kūnų sistemos kinetinės $E_k$ ir potencinės $E_p$ energijos suma vadinama **pilnutine mechanine energija**: $E = E_k + E_p$ .

Sakykime, uždaroje kūnų sistemoje, kurioje kūnai veikia vienas kitą tiktai visuotinės traukos ir tamprumo jėgomis, vidinės jėgos atliko darbą A. Dėl šio atlikto darbo pakinta sistemos kinetinė ir potencinė energija. Pagal kinetinės energijos teoremą, sistemos vidinių jėgų darbas lygus sistemos kinetinės energijos pokyčiui:

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta\, E_k\ ;$$

čia $E_{k1}$ – kūnų sistemos pradinė kinetinė energija,

$E_{k2}$ – kūnų sistemos galutinė kinetinė energija.

Šis darbas lygus kūnų sistemos potencinės energijos pokyčiui su minuso ženklu:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p ,$$

kur $E_{p1}$ – kūnų sistemos pradinė potencinė energija,

$E_{p2}$ – kūnų sistemos galutinė potencinė energija.

Palyginę šias dvi darbo išraiškas, gauname lygybę:

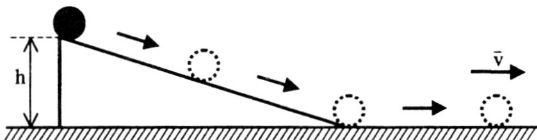
$$\boxed{E_{k2} - E_{k1} = -(E_{p2} - E_{p1}),} \text{ t.y. } \boxed{\Delta E_k = -\Delta E_p ,} \text{ arba}$$

$$\boxed{\Delta E_k + \Delta E_p = 0 .}$$

Vadinasi, kiek padidėja kūnų sistemos kinetinė energija, tiek pat sumažėja jos potencinė energija, t.y. šių energijų pokyčių suma lygi nuliui.

Taigi vyksta energijos virsmai: kinetinė energija gali virsti potencine ir atvirkščiai, potencinė energija gali virsti kinetine. Energija iš nieko neatsiranda ir niekur nedingsta.

**Pavyzdys.**




- Kai nejudantis rutuliukas yra nuožulniosios plokštumos viršutinėje dalyje, visa jo pilnutinė mechaninė energija lygi potencinei energijai ( $E_p = mgh,\ E_k = 0 ,\ \ E = E_k + E_p = mgh$ ) .
- Paleisto riedėti rutuliuko potencinė energija tolygiai mažėja, o kinetinė – tolygiai didėja.
- Kai rutuliukas pasiekia nuožulniosios plokštumos apatinę dalį, visa jo potencinė energija virsta kinetine energija.

Anksčiau gautą lygybę $E_{k2} - E_{k1} = -(E_{p2} - E_{p1})$ galime perrašyti taip:

$$\boxed{E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p1}\,;}$$

čia $E_{k2} + E_{p2}$ – uždaros kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija prieš sąveiką,

$E_{k1} + E_{p1}$ – uždaros sistemos kūnų pilnutinė mechaninė energija po sąveikos.

Ši lygybė išreiškia **mechaninės energijos tvermės dėsnį**: uždaros sistemos kūnų, veikiančių vienas kitą visuotinės traukos ir tamprumo jėgomis, kinetinės ir potencinės energijos suma (pilnutinė mechaninė energija) nekinta. Dažnai energijos tvermės dėsnis užrašomas taip:

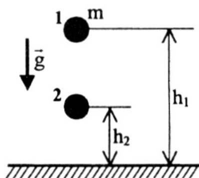
$$\boxed{E = E_k + E_p = \text{const}\,.}$$

Svarbu pabrėžti, kad dėl kūnų sąveikos sistemos kinetinė ir potencinė energija gali keistis, bet jų suma visada išlieka pastovi.

Šis dėsnis tinka bet kuriai konservatyviajai sistemai.

**Pavyzdys.** Sakykime, m masės rutuliukas sunkio jėgos veikiamas krinta vertikaliai žemyn pagreičiu $\vec{g}$ iš aukščio $h_1$. Praėjus kuriam nors laikui t, rutuliukas yra aukštyje $h_2$ nuo Žemės paviršiaus (taške 2).

Mechaninės energijos tvermės dėsnis šiuo atveju taip atrodo:




$$E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p1}\text{, arba}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1\text{, t.y.}$$

$$\frac{v_2^2}{2} + gh_2 = \frac{v_1^2}{2} + gh_1\,;$$

čia $v_1$ – rutuliuko greitis aukštyje $h_1$ nuo Žemės paviršiaus,
$v_2$ – rutuliuko greitis aukštyje $h_2$ nuo Žemės paviršiaus.

Kadangi $v_1 = 0$, tai iš šios lygybės galime rasti rutuliuko greitį aukštyje $h_2$ nuo Žemės paviršiaus $v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$.

**Kai sistema uždara, bet nekonservatyvi (pavyzdžiui, veikia trinties jėga), jos mechaninė energija mažėja, nes dalis energijos virsta vidine (U). Tokiai sistemai galioja pilnutinės energijos tvermės dėsnis:**

$$\boxed{E + U = const},$$

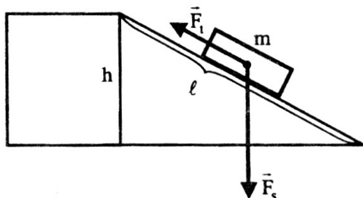
t.y. sistemos mechaninės ir vidinės energijų suma nekinta.

## 4.10. PAPRASTIEJI MECHANIZMAI

Įtaisai jėgai pakeisti vadinami **paprastaisiais mechanizmais.** Kitaip sakant, paprastieji mechanizmai yra techniniai įrenginiai, padedantys mažesne jėga pakelti sunkius daiktus. Panagrinėkime kai kurių paprastųjų mechanizmų veikimą.

① **Nuožulnioji plokštuma.**

Norint užtempti kūną nuožulniąja plokštuma į tam tikrą aukštį reikia panaudoti mažesnę jėgą, negu norint jį užkelti į tą patį aukštį nenaudojant nuožulniosios plokštumos (užkelti tiesiogiai).




Sakykime, nuožulniosios plokštumos ilgis yra $\ell$, o aukštis – h. Tada jėga, kuri reikalinga kūnui (pavyzdžiui, sunkiai dėžei) užtempti į viršų skaičiuojama remiantis formule

$$F_t = \frac{h}{\ell} \cdot F_s \,, \quad \text{arba} \quad F_t = \frac{h}{\ell} \cdot mg \,;$$

čia $F_s$ – kūną veikianti sunkio jėga, m – kūno masė, $g = 9{,}81 \frac{N}{kg}$.

Kadangi $h < \ell$, tai visada $F_t < F_s$.

**Pavyzdžiui,** norint 400 kg masės krovinį pakelti 4 m ilgio lenta į 1,5 m aukštį, reikia traukti jį jėga $F_t$ (nekreipiant dėmesio į trintį), kurios didumas (modulis)

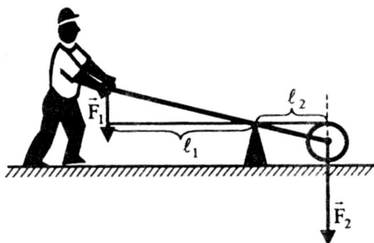
$$F_t = \frac{1{,}5\ \text{m}}{4\ \text{m}} \cdot 400\ \text{kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \approx 1471{,}5\ \text{N}.$$

Norint minėtą 400 kg krovinį tiesiogiai pakelti į 4 m aukštį (nenaudojant lentos), reikėtų jėgos

$F = mg$, $F = 400\ \text{kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 3924\ \text{N}$, t.y. 2,67 karto didesnės jėgos, negu pirmuoju atveju.

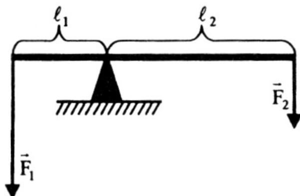
② **Svertas.**

**Svertas** yra kietasis kūnas, kuris gali suktis apie nejudančią atramą. Trumpiausias atstumas nuo atramos taško iki tiesės, išilgai kurios svertą veikia jėga, vadinamas **jėgos petimi**. Norint rasti jėgos petį, reikia iš atramos taško nuleisti statmenį į jėgos veikimo liniją.

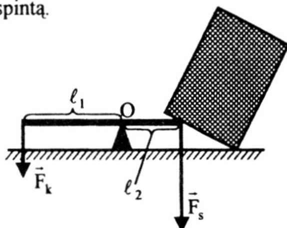


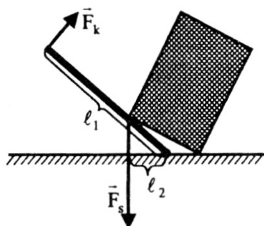
Suformuluosime **sverto pusiausvyros dėsnį (sąlygą): svertas yra pusiausviras tada, kai jį veikiančios jėgos atvirkščiai proporcingos pečiams.**

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}.$$




Svertu galima pakelti sunkų krovinį, pavyzdžiui, dėžę arba spintą.




Norint pakelti krovinį, reikia panaudoti jėgą (kėlimo jėgą)

$$F_k = \frac{\ell_2}{\ell_1} \cdot F_s ;$$

čia $\ell_1$ – kėlimo jėgos $\vec{F}_k$ petys, $\ell_2$ – krovinio sunkio $\vec{F}_s$ petys. Svertų pavyzdžiai: žirklės, žnyplės, karučiai, svertai žmoguje, keliamasis kranas, irklai, svarstyklės, dalba ir t.t.

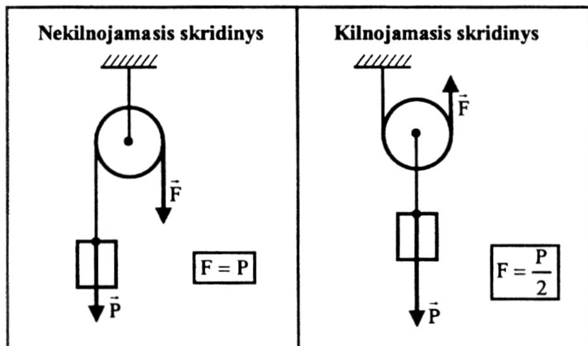
## ③ Skridinys.

**Skridinys** yra ratas su grioveliu, įtvirtintas apkaboje. Yra dvi skridinių rūšys:

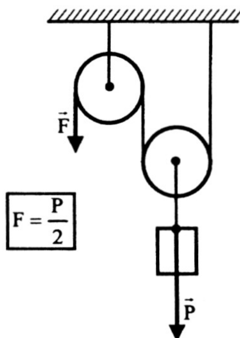
1) **nekilnojamieji skridiniai,**
2) **kilnojamieji skridiniai.**

Nekilnojamojo skridinio ašis nekyla ir nesileidžia. Nekilnojamuoju skridiniu jėgos nelaimima; juo tik keičiama jėgos kryptis.

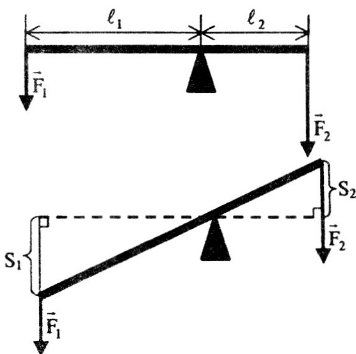
Kilnojamojo skridinio ašis gali kilti arba leistis; juo jėgos laimima dvigubai.




Praktikoje dažniausiai kartu naudojami abu skridiniai.




Suformuluosime **„auksinę mechanikos taisyklę“**:
kiek kartų laimime jėgos, tiek kartų pralaimime kelio.



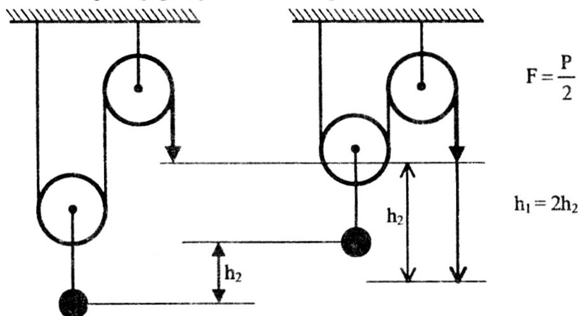

Ilgis kelių, kuriuos nuėjo sverto jėgų veikimo taškai, atvirkščiai proporcingas jėgoms, t.y.

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1}, \text{ arba } F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2 .$$

Bet $F_1 \cdot s_1 = A_1$ ir $F_2 \cdot s_2 = A_2$. Vadinasi, $\boxed{A_1 = A_2 .}$

Taigi svertu darbo nelaimima.

Skridiniais darbo taip pat nelaimima. Kilnojamuoju skridiniu, laimint dvigubai jėgos, pralaimima dvigubai kelio.

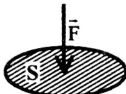


# 5. SKYSČIŲ IR DUJŲ SLĖGIS (HIDROSTATIKA IR AEROSTATIKA)

## 5.1. SLĖGIS IR JO MATAVIMAS

Dydis, kuris apibūdina jėgos poveikį pagal jos didumą ir veikiamą plotą, buvo pavadintas **slėgiu**. Slėgis apskaičiuojamas remiantis formule:

$$p = \frac{F}{S};$$




čia F – paviršių statmenai veikianti jėga, S – šios jėgos veikiamo paviršiaus plotas.

Slėgio vienetas SI sistemoje – **paskalis (Pa):** $1\,Pa = \frac{N}{m^2}$.

**Slėgis** – paviršiaus ploto vienetą statmenai veikianti jėga.

Kartais vartojami šie nesisteminiai slėgio matavimo vienetai:

① **Fizikinė atmosfera,**

$1\,atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa = 760\ mmHg = 760\ tor.$

Fizikinė atmosfera – 15° C oro slėgis arba 10,33 m aukščio vandens stulpo slėgis;

② **Gyvsidabrio stulpelio milimetras, arba toras,**

$1\,mmHg = 1\ tor \approx 133{,}3\,Pa = 1{,}33\ hPa$ ;

③ **Techninė atmosfera,**

$1\ at = \frac{9{,}81\ N}{1\ cm^2} = 9{,}81 \cdot 10^4\ Pa$ ;

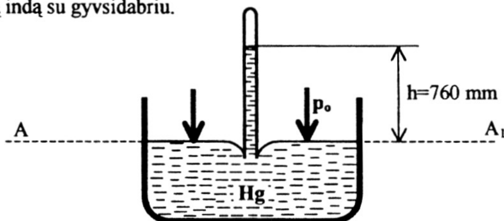
④ **Baras,**

$1\ bar = 10^5\ Pa.$

Slėgis matuojamas prietaisu, vadinamu **manometru**. Labai mažas slėgis matuojamas uždaruoju skysčio manometru.

Žemę gaubiantis oro sluoksnis (atmosfera) slegia visus kūnus. Atmosferos slėgį 1643 m. išmatavo E.Toričelis.

Jis pripylė gyvsidabrio į 1 m ilgio vamzdelį, kurio vienas galas užlydytas. Atvirą galą užspaudęs pirštu, vamzdelį apvertė ir įstatė į atvirą indą su gyvsidabriu.




Dalis gyvsidabrio iš vamzdelio išsiliejo į indą, o likusio gyvsidabrio stulpelio aukštis pasirodė esąs apytiksliai lygus 760 mm. Šis gyvsidabrio stulpelio aukštis priklauso tik nuo atmosferos slėgio į atvirą gyvsidabrio paviršių. Slėgis $AA_1$ lygyje yra vienodas ir lygus atmosferos slėgiui. Taigi atmosferos slėgis $p_o$ atsveria gyvsidabrio stulpelio slėgį: $\boxed{p_o = \rho g h}$.

Kai h = 760 mm, tai atmosferos slėgis

$$p_o = 13600\,\frac{kg}{m^3}\cdot 9{,}8\,\frac{N}{kg}\cdot 0{,}76\ m = 101292{,}8\ Pa \approx 101300\ Pa\,.$$

Atmosferos slėgis, kai gyvsidabrio stulpelio aukštis h = 760 mm, vadinamas **normaliuoju**.

Taigi **normalusis atmosferos slėgis:**

$$\boxed{p_o = 760\ mmHg = 101300\ Pa = 1013\ hPa.}$$

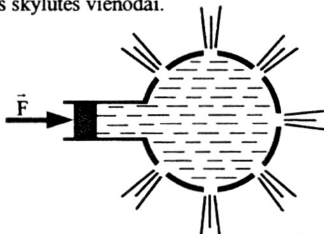
Sprendžiant uždavinius laikoma, kad normalusis atmosferos slėgis yra

$$p_o = 1{,}01 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Kylant aukštyn, atmosferos slėgis mažėja (5,5 km aukštyje – 2 kartus, 11 km aukštyje – apie 4 kartus ir t.t.). Mažėja ir oro tankis. Atmosferos slėgis matuojamas **barometru**. Paprasčiausias yra Toričelio naudotas **gyvsidabrinis** barometras. Praktiniam naudojimui patogesnis yra **metalinis** barometras aneroidas.

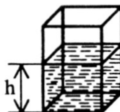
## 5.2. PASKALIO DĖSNIS. SKYSČIO SLĖGIO Į INDO DUGNĄ IR SIENELES APSKAIČIAVIMAS

**Paskalio dėsnis** teigia, kad Skystį arba dujas veikiąs slėgis persiduoda nepakitęs į bet kurį skysčio arba dujų tašką. Šį dėsnį galima pademonstruoti bandymu su slegiamu skysčiu kolboje, kurioje skystis trykšta pro visas skylutes vienodai.




**Skysčio slėgis į indo dugną ir sieneles apskaičiuojamas pagal formulę**

$$p = \rho g h;$$

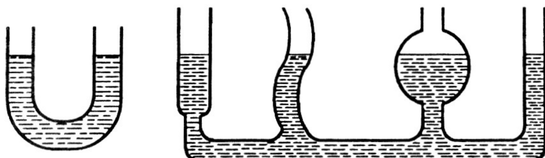



čia $\rho$ – skysčio tankis, $g$ – laisvojo kritimo pagreitis ($g = 9{,}8 \frac{N}{kg}$), $h$ – skysčio stulpo aukštis.

## 5.3. SUSISIEKIANTIEJI INDAI

Skiriame kelis atvejus.

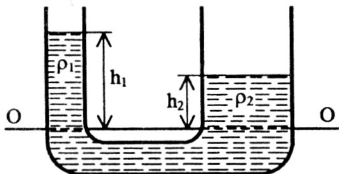
**1) Susisiekiantieji indai pripildyti to paties (vieno tankio) skysčio.** Tada nejudančio skysčio laisvasis paviršius bet kokios formos susisiekiančiuose induose yra vienodo lygio. Skysčio slėgis tame pačiame lygyje yra vienodas.



**2) Susisiekiantieji indai pripildyti skirtingo tankio skysčių.** Šiuo atveju skysčių stulpelių aukštis nevienodas: mažesnio tankio skysčio stulpelis yra aukštesnis. Galioja **susisiekiančiųjų indų dėsnis:** susisiekiančiųjų indų skysčių stulpelių aukščiai atvirkščiai proporcingi jų tankiams t.y.

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1};$$

čia $\rho_1$ ir $\rho_2$ – skysčių tankiai, $h_1$ ir $h_2$ – skysčių stulpelių aukščiai.

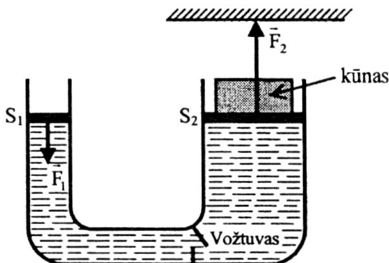



Aukščiai skaičiuojami nuo skysčių skiriamosios ribos OO. Žemiau šios ribos yra vienalytis skystis.

Kai skystis induose vienalytis ($\rho_1 = \rho_2$), stulpelių laisvieji paviršiai yra vienodo lygio.

## 5.4. HIDRAULINIS PRESAS

**Hidraulinis presas** naudojamas didelėms slėgio jėgoms gauti. Juo presuojamos įvairios medžiagos, keliami kūnai, štampuojamos detalės, spaudžiamos sultys ir pan. Hidraulinį presą sudaro du skirtingo skersmens susisiekiantys indai su mineraline alyva. Indų viršuje įtaisyti stūmokliai, kurių plotai yra $S_1$ ir $S_2$.




Hidraulinio preso veikimas pagrįstas Paskalio dėsniu. Jeigu mažesnįjį stūmoklį veikia jėga $\vec{F_1}$, tai po stūmokliu susidaręs slėgis $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$ skysčiu nepakitęs perduodamas didesnio ploto stūmokliui, kuris veikiamas jėga $F_2 = p_2 S_2$. Bet $p_1 = p_2$, todėl

$$\boxed{F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1.}$$

Matome, kad didesniojo ploto stūmoklį veikia jėga, kurios dydis $\frac{S_2}{S_1}$ kartų didesnis už mažesniojo ploto stūmoklį veikusios jėgos dydį.

Taigi hidrauline mašina jėgos laimima tiek kartų, kiek kartų jos didžiojo stūmoklio plotas didesnis už mažojo stūmoklio plotą.

Jeigu norime gauti reikiamo dydžio jėgą $F_2$, procesą kartojame naudodami vožtuvą. Vožtuvas neleidžia alyvai vėl grįžti į siaurąją

šaką. Taip kūnas pakeliamas į reikiamą aukštį ir, pasiekęs atramą, suslegiamas.

Tokiu pačiu principu veikia hidraulinis domkratas (kėliklis), pneumatinės mašinos, hidrauliniai stabdžiai.

## 5.5. ARCHIMEDO JĖGA. ARCHIMEDO DĖSNIS

Skystyje ar dujose panardintus arba plūduriuojančius kūnus stumia aukštyn išstumiančioji jėga, kuri vadinama **Archimedo jėga** (žymima $F_A$). Archimedo jėgos dydis apskaičiuojamas remiantis formulėmis:

$$F_A = \rho_{sk} g V; \qquad F_A = \rho_d g V;$$

čia $\rho_{sk}$ – skysčio tankis, $\rho_d$ – dujų tankis, g – laisvojo kritimo pagreitis, V – išstumto skysčio tūris (lygus panardinto kūno tūriui; jei kūnas plūduriuoja skystyje – tai jame pasinėrusios kūno dalies tūriui).

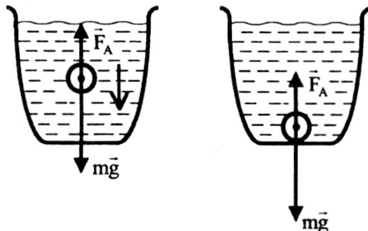
Archimedo jėgos skaitinė vertė lygi kūno panirusios dalies išstumto skysčio ar dujų svoriui (**Archimedo dėsnis**).

Archimedo jėgos veikimu pagrįstas vandens ir oreivystės transportas – laivai ir povandeniniai laivai, oro balionai ir t.t.

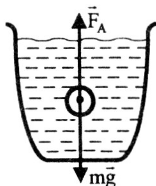
Skystyje arba dujose esantis kūnas:

- **skęsta**, kai $mg > F_A$, arba $\rho_k > \rho_s$;

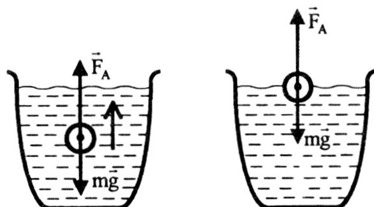
čia $F_A$ – Archimedo jėga, m – kūno masė, $\rho_k$ – kūno tankis, $\rho_s$ – skysčio tankis.



- **pasinėręs**, kai $mg = F_A$, arba $\rho_k = \rho_s$;




- **plūduriuoja**, kai $mg < F_A$, arba $\rho_k < \rho_s$.




## 5.6. SKYSČIO SLĖGIO PRIKLAUSOMYBĖ NUO JO TĖKMĖS GREIČIO. SPARNO KELIAMOJI JĖGA

Technikoje ir buityje skystis dažnai teka vamzdžiais: vanduo – vandentiekio vamzdžiais, mašinose – alyva tepimui, kuras varikliams, aušinimo skystis. Kai skystis teka vamzdžiu, kurio skerspjūvio plotas skirtingas, slėgis ir skysčio greitis ne visur yra vienodas. Ištekančio skysčio tūris per laiką t apskaičiuojamas pagal formulę

$$V = S \cdot v \cdot t;$$

čia S – vamzdžio skerspjūvio plotas, v – skysčio tekėjimo greičio modulis, V – ištekančio skysčio tūris, t – laikas. Šią lygybę galime perrašyti taip:

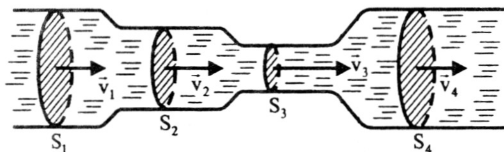
$$\frac{V}{t} = S \cdot v,$$

Kiek skysčio prateka per tam tikrą laiką vienu vamzdžio pjūviu, tiek pat jo turi pratekėti per tokį pat laiką ir bet kuriuo kitu pjūviu. Vadinasi,

$$\boxed{Sv = \text{const};}$$ **(skysčio tėkmės tolydumo lygtis)**

čia S – vamzdžio skerspjūvio plotas, v – skysčio tekėjimo greitis. Paveiksle pavaizduotam vamzdžiui:

$$\boxed{S_1v_1 = S_2v_2 = S_3v_3 = S_4v_4.}$$




Iš skysčio tėkmės tolydumo lygties matome, kad tėkmės greitis didesnis siauresnėse vamzdžio vietose, nes pro bet kurį skerspjūvio plotą per tą patį laiką visada prateka vienodas skysčio kiekis.

Skysčio greitis įvairaus skerspjūvio vamzdžio dalyse kinta dėl slėgių skirtumo.

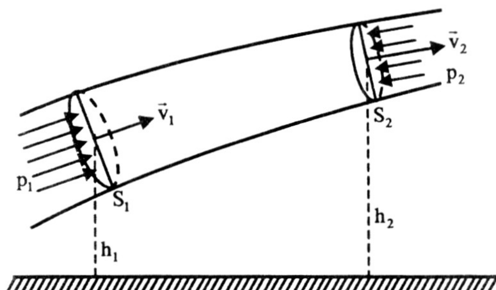
**Bernulio dėsnis:** tekančio skysčio slėgis didesnis tuose srauto pjūviuose, kuriuose jo greitis mažesnis ir, atvirkščiai, tuose pjūviuose, kuriuose greitis didesnis, slėgis mažesnis.

Ryšį tarp skysčio slėgio p tam tikroje tėkmės vietoje, tėkmės greičio v ir jos vietos aukščio h nusako **Bernulio lygtis:**

$$\boxed{\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 = \text{const};}$$

čia $\rho$ – skysčio tankis, p – skysčio **statinis slėgis**, $\rho g h$ – skysčio **hidrostatinis slėgis,** $\frac{\rho v^2}{2}$ – skysčio **dinaminis slėgis.**

Vadinasi, idealaus (neklampaus ir nespūdaus) skysčio statinio, hidrostatinio ir dinaminio slėgių suma bet kuriame tėkmės skerspjūvyje yra pastovus dydis.




Kai skystis teka horizontaliu vamzdžiu, tai $h_1 = h_2$ ir Bernulio lygtis supaprastėja:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const.$$

Ištekančio iš vamzdžio skysčio greitis, kai slėgis žinomas, apskaičiuojamas remiantis formule:

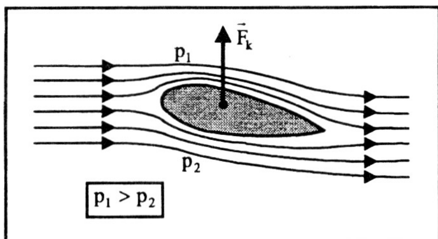
$$v = \sqrt{\frac{2p}{\rho}};$$

čia p – slėgis, ρ – skysčio tankis.

Slėgio sumažėjimu siauresnėse vietose pagrįstas vandens srovės siurblių, purkštuvų, injektorių veikimas.

Sparno keliamoji jėga $\vec{F}_k$ atsiranda irgi dėl slėgio sumažėjimo virš sparno. Mat šalia pagrindinio srauto aplink sparną susidaro papildomas oro srautas (žr. paveikslą). Dėl to oro srauto virš sparno

greitis didesnis už jo greitį po sparnu. Šis greičių skirtumas sąlygoja atitinkamų slėgių skirtumą: slėgis virš sparno tuomet yra mažesnis, nes viršuje aptekančio oro greitis didesnis, o slėgis po sparnu didesnis. Atsiranda sparno keliamoji jėga $\vec{F}_k$ .




Tokia jėga veikia ir laivo povandeninius sparnus. Todėl laivas pakyla iš vandens ir įgyja didelį greitį. Pasipriešinimo jėgą atsveria lėktuvo ir laivo variklio traukos jėga.

* * *

# II. MOLEKULINĖ FIZIKA IR TERMODINAMIKOS PAGRINDAI

## 1. MOLEKULINĖS KINETINĖS TEORIJOS PAGRINDAI

### 1.1 MOLEKULINĖS KINETINĖS TEORIJOS PAGRINDINIAI TEIGINIAI

**Molekulė** – mažiausia stabili medžiagos dalelė, pasižyminti pagrindinėmis tos medžiagos cheminėmis savybėmis. Molekulės susideda iš atomų.

**Atomas** yra mažiausia cheminio elemento dalelė. Atomas sudarytas iš teigiamo branduolio ir apie jį skriejančių neigiamų elektronų. Atomai ir molekulės yra elektriškai neutralūs, t.y. juos sudaro vienodas teigiamų ir neigiamų krūvių kiekis.

**Atomo branduolys** sudarytas iš teigiamą krūvį turinčių **protonų** ir krūvio neturinčių (elektriškai neutralių) **neutronų.**

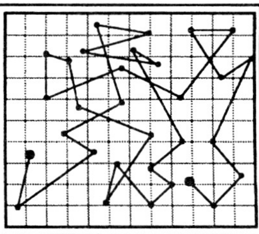
Atomas, netekęs vieno ar daugiau elektronų, vadinamas **teigiamu jonu.** Atomas, prisijungęs vieną ar daugiau elektronų, vadinamas **neigiamu jonu**.

- Kūnų sandara bei savybės aiškinamos remiantis šiais **pagrindiniais molekulinės kinetinės teorijos teiginiais**:
  1. visi kūnai sudaryti iš dalelių – molekulių, atomų ar jonų ;
  2. kūną sudarančios dalelės nuolat ir netvarkingai (chaotiškai) juda;
  3. kūną sudarančios dalelės tarpusavyje sąveikauja – stumia ar traukia vienos kitas.

Medžiagų struktūrinių dalelių judėjimą patvirtina tokie reiškiniai, kaip skysčių ir dujų slėgis ne tik į indo dugną, bet ir sieneles, Brauno judėjimas, difuzija.

- **Brauno judėjimas** – tai nuolatinis chaotiškas smulkių kietos medžiagos dalelių judėjimas skystyje. Šis judėjimas paaiškinamas skysčio molekulių smūgiais į medžiagos daleles iš visų pusių.

**Kietos dažų dalelės judėjimo vandenyje trajektorija**

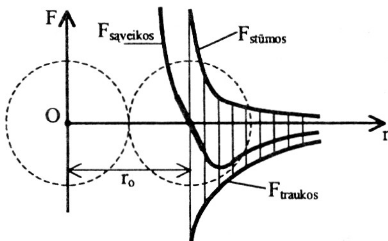


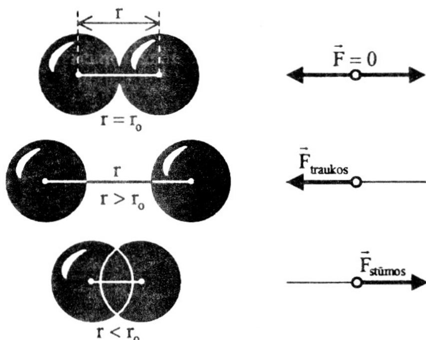
Skystį šildant, molekulių smūgiai į kietos medžiagos daleles stiprėja ir Brauno judėjimas intensyvėja. Brauno judėjimu paaiškinamas dulkių ar rūko dalelių netvarkingas judėjimas saulės spindulių pluošte.

- **Difuzija** vadinamas skirtingų medžiagų dalelių savaiminis maišymasis dėl jų netvarkingo judėjimo. Dėl difuzijos po kurio laiko abiejų medžiagų dalelės susimaišo ir medžiagos vėl tampa vienalytės.

Difuzijos greitis priklauso nuo temperatūros, jai kylant difuzija spartėja, o mažėjant – lėtėja. Dujose difuzija vyksta labai greitai, skysčiuose – lėčiau negu dujose, o kietuose kūnuose – labai lėtai (daug lėčiau negu skysčiuose).

- Bet kurios medžiagos molekulės sąveikauja viena su kita. Sąveikos jėgos (traukos arba stūmos jėgos) pobūdis ir dydis priklauso nuo atstumo tarp molekulių. Nubraižysime medžiagos molekulių sąveikos jėgos priklausomybės nuo atstumo tarp molekulių grafiką:






Kai dvi molekulės priartėja viena prie kitos atstumu r, lygiu 2-3 molekulių skersmenims ($10^{-9}$ m eilės), tai tarp jų pradeda veikti tarpmolekulinės traukos jėgos. Šių jėgų skaitinė vertė greitai didėja, atstumui r mažėjant, pasiekia maksimumą ir vėl pradeda mažėti. Kai atstumas tarp molekulių $r = r_0$ (čia $r_0$ – atstumas, apytiksliai lygus dviejų molekulių spindulių sumai), jų sąveikos atstojamoji jėga lygi nuliui ir molekulių traukos jėga atsveria stūmos jėgą. Atstumas $r_0$ atitinka dviejų molekulių stabilios pusiausvyros padėtį. Kai molekulės dar labiau suartėja (kai $r < r_0$), jų traukos jėga yra mažesnė už stūmos jėgą, t.y. tarp molekulių vyrauja stūmos jėga, besistengianti grąžinti molekules į stabilios pusiausvyros padėtį. Molekulių stūmos jėgos atsiranda, kai atstumas r tarp molekulių yra $10^{-10}$ m eilės. Traukos ir stūmos jėgos yra **artisiekės**, t.y. atstumui didėjant, jos greitai silpnėja. Kai atstumai tarp molekulių didesni už $10^{-9}$ m, sąveikos jėgų tarp jų galima nepaisyti. Tarpmolekulinės sąveikos jėgos sąlygoja kietųjų kūnų tamprumą, mažą skysčių spūdumą ir kitas medžiagų savybes.

Dujų molekulės yra toli viena nuo kitos. Dėl šios priežasties jų sąveikos jėgos mažos, ir molekulės greitai užima visą joms skirtą tūrį. Dujų molekulės netvarkingai juda nuolat susidurdamos tarpusavyje,

pastoviai atakuoja indo sieneles. Dėl to atsiranda dujų slėgis į indo sieneles.

Skysčių molekulės yra arčiau viena kitos, jų sąveikos jėgos kur kas didesnės negu sąveikos jėgos tarp dujų molekulių.

Dėl šios priežasties jos svyruoja apie pusiausvyros padėtis. Tačiau skysčių molekulės ilgai neužtrunka vienoje padėtyje ir laikas nuo laiko pasislenka į naujas padėtis atstumu, apytiksliai lygiu savo matmenims. Vadinasi, skysčius sudaro daugybė mikrosričių, kuriose molekulės išsidėsčiusios tam tikra tvarka (artimąja tvarka).

Svarbu pabrėžti tai, kad skysčiai išlaiko savo tūrį, tačiau lengvai įgauna indo, į kurį jie supilami, formą.

Artimoji tvarka būdinga ir amorfiniams kūnams (stiklui, vaškui, dervai, plastmasei).

Kristalinių kūnų atomai ir molekulės išsidėsčiusios tam tikra – tolimąja – tvarka, t.y. sudaro kristalinę gardelę. Tokių kūnų atomai svyruoja apie tam tikras – pusiausvyros – padėtis, kurios periodiškai kartojasi kristale. Kristalinių kūnų molekulių traukos jėgos labai stiprios. Todėl kietieji kūnai normaliomis sąlygomis išlaiko savo tūrį ir formą.

Kiekviename kūne yra daugybė judančių dalelių. Pavyzdžiui, viename kubiniame centimetre bet kokių dujų normaliomis sąlygomis (kai temperatūra 0° C ir slėgis lygus atmosferos slėgiui) yra apie $2{,}7 \cdot 10^{19}$, o viename kubiniame centimetre vandens – $3{,}34 \cdot 10^{28}$ molekulių. Atomų matmenys yra $10^{-8} - 10^{-10}$ cm eilės. Pavyzdžiui, volframo atomo skersmuo lygus $2 \cdot 10^{-8}$ cm. Molekulių matmenys yra didesni negu atomų matmenys, be to, kuo daugiau atomų yra molekulėje, tuo jos matmenys didesni. Molekulių matmenys svyruoja nuo $10^{-8}$ cm iki $10^{-5}$ cm. Pavyzdžiui, vandenilio molekulės skersmuo lygus $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ cm. Dalelių matmenys nustatomi pagal alyvos pasklidimo plotą vandens paviršiuje, elektroniniu mikroskopu, joniniu projektoriumi.

## 1.2. MOLEKULINIAI (ATOMINIAI) DYDŽIAI

Apibrėšime molekulinius (atominius) dydžius:

① **Medžiagos santykine molekuline (atomine) mase $M_r$** vadinamas tos medžiagos molekulės (atomo) masės $m_o$ ir $\frac{1}{12}$ anglies atomo masės $m_{oc}$ santykis:

$$M_r = \frac{m_o}{\frac{1}{12}m_{oc}}; \qquad \frac{1}{12}m_{oc} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}.$$

② **Molis** – toks medžiagos kiekis, kurį sudaro tiek atomų ar molekulių, kiek jų yra 0,012 kg anglies $^{12}C$.

③ Molekulių skaičius 1 molyje vadinamas **Avogadro skaičiumi:**

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}.$$

④ **Medžiagos kiekiu ν** vadinamas kūno molekulių skaičiaus N ir Avogadro skaičiaus $N_A$ santykis:

$$\nu = \frac{N}{N_A}; \qquad N = \nu N_A.$$

⑤ **Molio masė** – kūno masės ir jo medžiagos kiekio santykis:

$$M = \frac{m}{\nu};$$

⑥ **Molekulės masė:**

$$m_o = \frac{m}{N};$$

čia m – medžiagos masė, N – medžiagos molekulių skaičius.

⑦ **Kiti molekulinių (atominių) dydžių sąryšiai:**

- **Molio masė:**

$$M = m_o N_A;$$

čia $m_o$ – vienos molekulės masė, $N_A$ – Avogadro skaičius.

Paprastai **molis** – toks medžiagos kiekis gramais, kurio masė lygi medžiagos molio masei. **Pavyzdžiui,** vandenilio molio masė

$M_{H_2} = 2\frac{g}{mol} = 2 \cdot 10^{-3}\frac{kg}{mol}$, o vandens molio masė

$$M_{H_2O} = M_{2H} + M_o = (2+16)\frac{g}{mol} = 18\frac{g}{mol} = 18 \cdot 10^{-3}\frac{kg}{mol}.$$

- **Medžiagos kiekis (molių skaičius):**

$$\nu = \frac{m}{M};$$

čia m – medžiagos masė, M – medžiagos molio masė.

- **Medžiagos masė:**

$$m = m_o N; \qquad m = m_o \nu N_A;$$

čia $m_o$ – medžiagos vienos molekulės masė, N – molekulių skaičius medžiagoje, $\nu$ – medžiagos kiekis, $N_A$ – Avogadro skaičius.

- **Molekulių skaičius medžiagoje:**

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

- **Ryšys tarp medžiagos molio masės ir santykinės molekulinės (atominės) masės:**

$$M = 10^{-3} M_r \frac{kg}{mol}.$$

**Pavyzdžiui,**

$$M_{CO_2} = 10^{-3} \cdot 44\frac{kg}{mol} = 44 \cdot 10^{-3}\frac{kg}{mol}, \text{nes} M_{rCO_2} = 12 + 32 = 44.$$

## 1.3. TOBULOSIOS DUJOS. MOPLEKULINĖS IR KINETINĖS DUJŲ TEORIJOS PAGRINDINĖ LYGTIS

**Tobulosiomis** vadinamos tokios dujos, kurių molekulės:

1) mažos, palyginti su atstumais tarp jų;
2) tarpusavy nesąveikauja;
3) susiduria ir juda kaip absoliučiai tamprūs rutuliukai.

**Molekulinės kinetinės dujų teorijos pagrindinė lygtis** yra tokia:

$$\boxed{p = \frac{1}{3} n\, m_o \overline{v^2};}$$

čia p – tobulųjų dujų slėgis, n – molekulių koncentracija (molekulių skaičius tūrio vienete), $m_o$ – vienos molekulės masė, $\overline{v^2}$ – šiluminio molekulių judėjimo greičio modulio kvadrato vidurkis.

Ši lygtis rodo, kad **tobulųjų dujų slėgis proporcingas molekulės masės, molekulių skaičiaus vienetiniame tūryje ir molekulių greičio kvadrato vidurkio sandaugai.**

**Greičio modulio kvadrato vidurkis** randamas taip:

$$\boxed{\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N};} \quad \boxed{\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2};}$$

čia N – dujų molekulių skaičius, $v_i$ i = 1, 2, ..., N – molekulių greičiai.

Tobulųjų dujų slėgį galima išreikšti per molekulių judėjimo vidutinę kinetinę energiją $\overline{E}$.

Molekulinės kinetinės dujų teorijos pagrindinę lygtį $p = \frac{1}{3} n\, m_o \overline{v^2}$ perrašykime taip:

$$p = \frac{1}{3} n\, m_o \overline{v^2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{3} n \cdot \frac{m_o \overline{v^2}}{2}.$$

Šioje lygybėje dydis $\frac{m_0 \overline{v^2}}{2}$ yra dujų molekulių vidutinė kinetinė energija, t.y.

$$\boxed{\overline{E} = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}},$$

todėl tobulųjų dujų slėgį galime išreikšti per molekulių judėjimo vidutinę kinetinę energiją $\overline{E}$:

$$\boxed{p = \frac{2}{3} n \overline{E}};$$

n – dujų molekulių skaičius tūrio vienete (dujų molekulių koncentracija), E – dujų molekulių vidutinė kinetinė energija.

## 1.4. ŠILUMINĖ PUSIAUSVYRA. DUJŲ MOLEKULIŲ VIDUTINĖ KINETINĖ ENERGIJA. AVOGADRO DĖSNIS. DUJŲ MOLEKULIŲ GREITIS

Termodinaminės sistemos būseną apibūdina makroskopiniai (termodinaminiai) parametrai p, V, T (slėgis, tūris, temperatūra).

**Šiluminė pusiausvyra** yra tada, kai

1) sistemos makroskopiniai parametrai nekinta,
2) nėra šilumokaitos,
3) nėra agregatinių virsmų,
4) vyksta mikroprocesai (šiluminis judėjimas).

Toliau nagrinėsime šiluminės pusiausvyros būsenos dujas. Praeitame skyrelyje (žr. 1.3. skyrelį) sužinojome, kad dujų slėgis

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E};$$

čia n – dujų molekulių koncentracija (molekulių skaičius tūrio vienete), $\overline{E}$ – dujų molekulių vidutinė kinetinė energija.

Molekulių koncentracija (molekulių skaičius) tūrio vienete randamas taip:

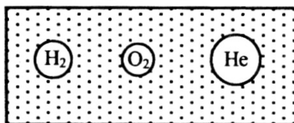
$$\boxed{n = \frac{N}{V};}$$

čia V – dujų užimamas tūris, N – dujų užimame tūryje V esančių molekulių skaičius.

Vadinasi, $p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\overline{E}$, arba $\boxed{\frac{pV}{N} = \frac{2}{3}\overline{E}}$ (1)

Sakykime, turime trijų rūšių šiluminės pusiausvyros būsenos dujas: vandenilio, deguonies ir helio. Vandenilio dujų užimamas tūris, slėgis ir dujų užimame tūryje esančių molekulių skaičius yra atitinkamai $V_1$, $p_1$ ir $N_1$, deguonies dujų – $V_2$, $p_2$ ir $N_2$ ir helio – $V_3$, $p_3$ ir $N_3$. Kai visų minėtų dujų temperatūra yra vienoda ir lygi T, tai

$$\frac{p_1V_1}{N_1} = \frac{p_2V_2}{N_2} = \frac{p_3V_3}{N_3} = \Theta_T$$




$p_1, V_1$ $\quad$ $p_2, V_2$ $\quad$ $p_3, V_3$

T $\quad$ T $\quad$ T

$N_1$ $\quad$ $N_2$ $\quad$ $N_3$

Bandymais nustatyta, kad tam tikroje temperatūroje visų dujų $\frac{pV}{N}$ yra pastovus. **Pavyzdžiui,** kai temperatūra lygi 0° C, tai $\frac{pV}{N} = \Theta_0 = 3{,}76 \cdot 10^{-21}$ J ; kai temperatūra lygi 100° C, tai $\frac{pV}{N} = \Theta_{100} = 5{,}14 \cdot 10^{-21}$ J .

Vadinasi, Θ priklauso nuo temperatūros:

$$\boxed{\Theta = kT,} \quad \text{arba} \quad \boxed{\frac{pV}{N} = kT\,;} \qquad (2)$$

čia p – dujų slėgis, V – dujų užimamas tūris, N – dujų užimame tūryje V esančių molekulių skaičius, T – absoliutinė temperatūra, k – proporcingumo koeficientas.

Proporcingumo koeficientas vadinamas **Bolcmano konstanta:**

$$\boxed{k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}.}$$

(1) ir (2) lygybių kairiosios pusės lygios, todėl turi būti lygios ir dešiniosios pusės. Gauname lygybę

$$\boxed{\frac{2}{3}\overline{E} = kT,} \ \text{arba} \ \boxed{\overline{E} = \frac{3}{2}kT.}$$

Ši lygybė rodo, kad **netvarkingai judančių dujų molekulių vidutinė kinetinė energija tiesiog proporcinga absoliutinei temperatūrai.**

Taigi temperatūra yra molekulių vidutinės kinetinės energijos matas.

Kadangi $p = \frac{2}{3}n\overline{E}$, o $\overline{E} = \frac{3}{2}kT$, tai:

$$\boxed{p = n\,kT.}$$

čia n – molekulių koncentracija (molekulių skaičius tūrio vienete), k – Bolcmano konstanta, T – absoliutinė temperatūra.

Vadinasi, **dujų slėgis priklauso nuo molekulių skaičiaus tūrio vienete (molekulių koncentracijos) ir dujų temperatūros.**

Suformuluosime **Avogadro dėsnį:** vienoduose dujų tūriuose vienodomis sąlygomis yra tiek pat molekulių.

Bet kurių dujų vieno molio tūris:

$$V_M = 22{,}41 \cdot 10^{-3}\,\frac{m^3}{mol}.$$

Pasinaudodami šiuo dėsniu galime rasti dujų medžiagos kiekį:

$$\nu = \frac{V}{V_M};$$

čia $V_M$ – dujų vieno molio tūris,
$V$ – dujų tūris.

- **Vidutinis kvadratinis dujų molekulių šiluminio judėjimo greitis** skaičiuojamas pagal formulę

$$\bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}};$$

čia k – Bolcmano konstanta, T – absoliutinė dujų temperatūra, $m_0$ – molekulės masė.

**Pavyzdžiui,** kai t = 0°C azoto molekulės $\bar{v} = 500\,\frac{m}{s}$, vandenilio molekulės $\bar{v} = 1800\,\frac{m}{s}$.

## 1.5. TOBULŲJŲ DUJŲ BŪSENOS LYGTIS (MENDELEJEVO IR KLAPEIRONO LYGTIS)

Kiekvieną m masės dujų būseną atitinka tam tikros jos termodinaminių parametrų (slėgio p, temperatūros T ir tūrio V) vertės. Ryšį tarp tų parametrų nusako **tobulųjų dujų būsenos lygtis (Mendelejevo ir Klapeirono lygtis):**

$$pV = \frac{m}{M}RT;$$

čia p – dujų slėgis, V – dujų užimamas tūris, m – dujų masė, M – dujų molio masė, T – absoliutinė temperatūra, R – **universalioji dujų konstanta:**

$$R = 8{,}31\frac{J}{mol \cdot K}.$$

Kadangi $\frac{m}{M} = \nu$ ($\nu$ – medžiagos kiekis), tai Mendelejevo ir Klapeirono lygtį galima užrašyti taip:

$$pV = \nu RT, \text{ arba } \frac{pV}{T} = \nu R.$$

Tobulųjų dujų sistema gali pereiti iš vienos būsenos į kitą kintant visiems trims būsenos parametrams (p, V ir T):

1 būsena $\frac{p_1V_1}{T_1} = \nu R$

2 būsena $\frac{p_2V_2}{T_2} = \nu R$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

**– tobulųjų dujų būsenos lygtis (Klapeirono lygtis).**

Dažnai tobulųjų dujų būsenos lygtis (Klapeirono lygtis) užrašoma taip:

$$\frac{pV}{T} = const.$$

Vadinasi, bet kurios būsenos dujų slėgio ir tūrio sandaugos santykis su absoliutine temperatūra yra pastovus dydis.

## 1.6. IZOPROCESAI. DUJŲ DĖSNIAI

Dujų sistemos perėjimas iš vienos pusiausviros būsenos į kitą vadinamas **procesu.** Kai kuris nors sistemos parametras (p, V arba T) nekinta, procesas vadinamas **izoprocesu**.

## ① Izoterminis procesas.

Vykstant šiam procesui nekinta sistemos temperatūra: T = const.

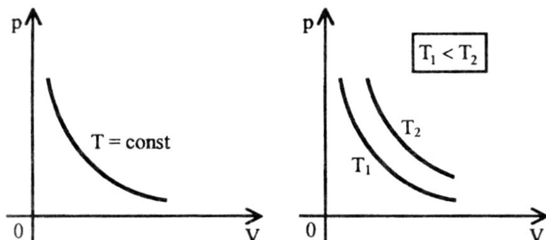
Jei $T_1 = T_2 = \text{const}$, tai

$$\boxed{p_1V_1 = p_2V_2}$$ – **Boilio ir Marioto dėsnis.**

**Boilio ir Marioto dėsnis**: kai sistemos temperatūra nekinta, dujų slėgis atvirkščiai proporcingas jų tūriui, t.y. slėgio ir tūrio sandauga yra pastovi:

$$\boxed{pV = \text{const, kai } T = \text{const.}}$$

Grafiškai tai vaizduojama hiperbole – **izoterme**. Kuo aukštesnė temperatūra, tuo aukščiau yra izotermė.




## ② Izobarinis procesas.

Vykstant šiam procesui, nekinta sistemos slėgis: p = const.

Jei $p_1 = p_2 = \text{const.}$, tai

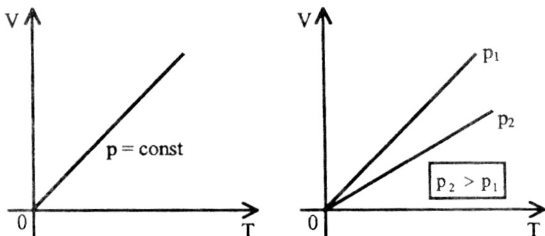
$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}}$$ – **Gei-Liusako dėsnis.**

**Gei-Liusako dėsnis:** kai sistemos slėgis nekinta, dujų tūris tiesiog proporcingas temperatūrai:

$$\boxed{\frac{V}{T} = \text{const, kai } p = \text{const.}}$$

Grfiškai šis procesas vaizduojamas tiese – **izobare**.

Kuo mažesnis dujų slėgis, tuo aukščiau yra izobarė.




Dujų tūrį V ir jų tūrį normaliosiomis sąlygomis $V_0$ ($V_0$ – tobulųjų dujų tūris, kai $T_0 = 273$ K, t.y. $t = 0°$ C) sieja sąryšis:

$$V = V_0 \alpha T;$$

čia $\alpha = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{273K}$ – **temperatūrinis dujų tūrio plėtimosi koeficientas**, rodantis santykinį tūrio padidėjimą, temperatūrai pakitus vienu kelvinu.

### ③ Izochorinis procesas.

Vykstant šiam procesui, nekinta sistemos tūris: V = const.

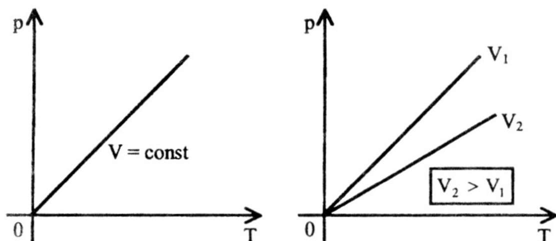
Jei $V_1 = V_2 =$ const, tai

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$ – **Šarlio dėsnis.**

**Šarlio dėsnis**: kai sistemos tūris nekinta, dujų slėgis tiesiog proporcingas temperatūrai:

$$\frac{p}{T} = \text{const, kai } V = \text{const.}$$

Grafiškai šis procesas vaizduojamas tiese – **izochore**.
Kuo mažesnis dujų tūris, tuo aukščiau yra izochorė.




Dujų slėgį p ir jų slėgį normaliosiomis sąlygomis $p_o$ ($p_o$ – tobulųjų dujų slėgis 0° C temperatūroje, t.y. temperatūroje $T_o = 273K$) sieja sąryšis:

$$\boxed{p = p_o \gamma T;}$$

čia $\gamma = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{273K}$ – temperatūrinis dujų slėgio koeficientas, randantis santykinį slėgio padidėjimą, temperatūrai pakitus 1 kelvinu.

**Daltono dėsnis**: dujų mišinio slėgis lygus jį sudarančių atskirų dujų slėgių sumai:

$$\boxed{p = p_1 + p_2 + ... + p_n;}$$

čia n – mišinį sudarančių dujų skaičius, $p_i$ – i-tųjų dujų (i = 1, 2, 3, ..., n) parcialinis slėgis.

* * *

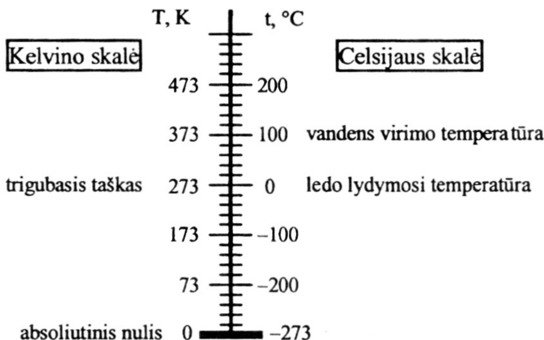
# 2. ŠILUMINIAI REIŠKINIAI

## 2.1. TEMPERATŪRA, TEMPERATŪRŲ SKALĖS

Kūną sudarančių dalelių netvarkingas judėjimas vadinamas **šiluminiu judėjimu**. Su dalelių judėjimo greičiu susijusi kūno **temperatūra**. Temperatūra – vienas fizikinių dydžių, apibūdinančių šiluminę kūno būseną. Žmogus negali objektyviai įvertinti šiluminės kūnų būsenos. Todėl buvo sukurti prietaisai temperatūrai matuoti. Temperatūra matuojama **termometrais.** Jų veikimas pagrįstas kaitinamų kūnų tūrio kitimu. Labiausiai paplitę yra **skysčio termometrai**. Tai plonas stiklinis vamzdelis su rezervuaru apačioje. Jame ir dalyje vamzdelio yra termometrinio skysčio (gyvsidabrio, alkoholio ir kt.). Gyvsidabrio termometrais matuojama temperatūra nuo $-30° C$ iki $300° C$, alkoholio termometrais – nuo $-70° C$ iki $70° C$, o pentano termometrais – nuo $-200° C$ iki $800° C$. Žmogaus kūno temperatūra matuojama medicininiu termometru. Šio termometro rezervuare ir dalyje vamzdelio yra gyvsidabrio. Nuo kitų termometrų jis skiriasi tuo, kad matavimo rezultatus galima matyti ir praėjus ilgesniam laikui. Taip yra dėl to, kad gyvsidabrio vamzdelis prie rezervuaro baigiasi susiaurėjimu, pro kurį negali laisvai sugrįžti į pradinę padėtį matavimo metu pakilęs gyvsidabris. Prieš matuojant temperatūrą, termometrą reikia nukrėsti, kad gyvsidabris nutekėtų į rezervuarą.

Pasaulyje yra naudojamos įvairios temperatūros skalės: Celsijaus, Kelvino, Farenheito, Reomiūro. Moksle naudojama absoliutinė temperatūrų skalė, kuri vadinama **Kelvino skale.**

Ryšys tarp Kelvino ir Celsijaus skalių pavaizduotas paveiksle:




**Temperatūrinės Celsijaus skalės** nuliu (t = 0° C) laikoma ledo lydymosi temperatūra; 100° C – vandens virimo temperatūra, esant normalioms sąlygoms ($p_0$= 101325 Pa).

**Absoliutinės (termodinaminės) temperatūros skalės (Kelvino skalės)** nuliu T = 0 K (t = –273° C)* laikoma tokia temperatūra, kuriai esant tobulose dujose pranyktų slėgis, t.y. nebūtų slenkamojo molekulių judesio.

Absoliutinės temperatūros skalę pasiūlė anglų fizikas **Kelvinas.**

Temperatūra pagal Kelvino skalę matuojama **kelvinais:** [T] = 1K. Absoliutinė temperatūra randama pagal formulę:

$$\boxed{T = t + 273.}$$

**Pavyzdžiui,** temperatūrą $t_1$ = 400° C pagal Celsijaus skalę atitinka temperatūra $T_1 = (400 + 273)K = 673K$; temperatūrą $t_2$ = 16°C

---

* Tiksli šios temperatūros reikšmė yra t = –273,16° C

atitinka absoliutinė temperatūra $T_2 = (16 + 273)K = 289K$; temperatūrą $t_3 = -10°C$ atitinka absoliutinė temperatūra $T_3 = (-10 + 273)K = 263K$ ir t.t.

Absoliutinės temperatūros skalėje nėra neigiamų temperatūrų.

Didžiojoje Britanijoje ir JAV naudojama **Farenheito temperatūros skalė.** Ją 1724 m. sudarė Gabrielis Danielis Farenheitas. Jis 1715 m. sukonstravo pirmąjį gyvsidabrio termometrą. Farenheito skalės nuliu laikoma 1709 m. labai šaltos žiemos žemiausia temperatūra ( $t = -40° C$ ). Taip pasirinkdamas temperatūros atskaitos pradžią, Farenheitas galvojo, kad skalėje neprireiks žymėti neigiamų temperatūrų. Ryšys tarp Celsijaus ir Farenheito temperatūros skalių išreiškiamas formule

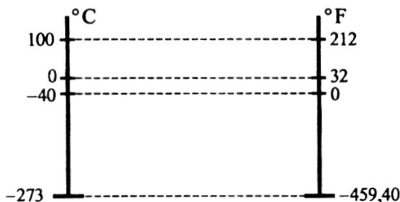
$$\boxed{° F = 32 + 1{,}8° C\ .}$$

**Pavyzdžiui,** ledo tirpimo temperatūrą $0° C$ pagal Celsijaus skalę atitinka $32° F$ ( $32 + 1{,}8 \cdot 0° C = 32° F$ ) pagal Farenheito skalę, vandens virimo temperatūrą $100° C$ pagal Celsijaus skalę atitinka $212° F$ ( $32 + 1{,}8 \cdot 100° C = 212° F$ ).

Ryšys tarp Celsijaus ir Farenheito skalių pavaizduotas paveiksle:

**Celsijaus ir Farenheito skalių palyginimas**

**Celsijaus skalė (°C)** **Farenheito skalė (°F)**



Beveik visi kietieji kūnai šildomi plečiasi, o šaldomi – traukiasi.

Visi matėme, kad elektros perdavimo laidai vasarą nukąra, o žiemą – įsitempia. Įvairūs kietieji kūnai nuo šilumos plečiasi nevienodai. Iš metalų labiausiai nuo šilumos plečiasi cinkas, švinas, alavas, mažiausiai – geležies, nikelio ir kobalto lydinys – invaras.

Šildomi skysčiai taip pat plečiasi. Jie išsiplečia keliasdešimt, o kai kurie netgi šimtus kartų daugiau negu kietosios medžiagos. Kaitinami skysčiai plečiasi nevienodai (labiau plečiasi eteris, mažiausiai žibalas, benzinas, dar mažiau – gyvsidabris, vanduo). Vandens šiluminis plėtimasis labai skiriasi nuo kitų skysčių plėtimosi. Vandens temperatūrai kylant nuo $0°\,C$ iki $4°\,C$, jis traukiasi (mažėja jo tūris) ir tik po to ima plėstis. Atitinkamai kinta ir šildomo vandens tankis: nuo $0°\,C$ iki $4°\,C$ jis didėja, po to – mažėja.

Dujos, kaip ir kietieji kūnai bei skysčiai, nuo šilumos dažniausiai plečiasi. Oras ir kitos dujos šildomos plečiasi labiau negu kietieji kūnai bei skysčiai.

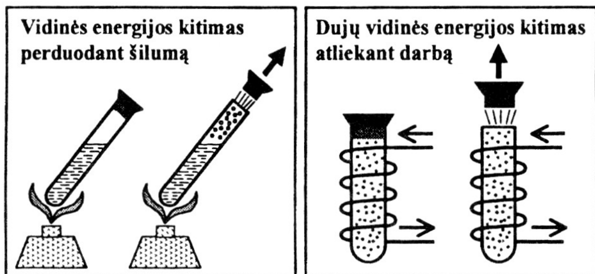
Kaitinant kūnus, juos sudarančios dalelės pradeda greičiau judėti ar labiau svyruoti, padidėja vidutiniai atstumai tarp jų, o tuo pačiu ir viso kūno matmenys bei tūris. Iš kūno tūrio pokyčio galima spręsti apie kūno temperatūrą. Taigi šiluminis kūnų plėtimasis gali būti temperatūros matas.

## 2.2. KŪNO VIDINĖ ENERGIJA. ŠILUMOS PERDAVIMO BŪDAI

Kūną sudarančių dalelių judėjimo (kinetinė) ir sąveikos (potencinė) energija vadinama **vidine jo energija**.

Skirtingos būsenos tie patys kūnai turi nevienodą kiekį vidinės energijos: sušilę – daugiau, atvėsę – mažiau. Vidinę kūno energiją

galima padidinti arba sumažinti. Vidinė kūnų energija gali kisti dviem būdais – **atliekant darbą** ir **perduodant šilumą**.




Šilumos perdavimo būdai yra šie:

1) šilumos laidumas,
2) konvekcija,
3) šiluminis spinduliavimas.

Vidinės energijos perdavimas iš šiltesnių kūno vietų į šaltesnes vadinamas **šiluminiu laidumu.** Gerą metalų šilumos laidumą lemia laisvųjų elektronų šiluminis judėjimas ir sąveika. Skysčiuose ir dujose šiluma perduodama dėl molekulių smūgių ir difuzijos. Difuzijos įtaka šilumos laidumui yra ryškiausia dujose.

Šilumos perdavimas skysčių ar dujų srovėmis vadinamas **konvekcija**.

Konvekcija būna **laisvoji** ir **priverstinė**. Laisvoji konvekcija vyksta skysčiuose ir dujose, kai jų dalelės juda dėl skirtingos vienos ar kitos medžiagos temperatūros ir tankio įvairiose vietose. Konvekcija yra priverstinė, kai medžiagos dalelės juda dėl kokio nors išorinio poveikio, pavyzdžiui, siurblio, maišytuvo.

Kietuosiuose kūnuose konvekcija nevyksta – juose srovės nesusidaro.

Konvekcija pagrįstas krosnių kūrenimas, gyvenamųjų patalpų įšildymas radiatoriais. Konvekcijos būdu atmosferoje pernešami didžiuliai oro srautai.

Šilumos perdavimas ne medžiagomis vadinamas **šiluminiu spinduliavimu**.

Spindulius skleidžia, arba spinduliuoja, ne tik įkaitusi krosnis, deganti elektros lemputė, bet ir gyvūnai, žmonės. Juo aukštesnė temperatūra, juo intensyviau jis spinduliuoja.

## 2.3. ŠILUMOS KIEKIS. ŠILUMOS BALANSO LYGTIS

Energijos kiekis, kurį kūnas gauna arba kurio netenka šilumos perdavimo būdu, vadinamos **šilumos kiekiu** (žymimas Q). Kaip ir bet kurios energijos, šilumos kiekio matavimo vienetas yra **džaulis** (J).

Šilumos kiekis, kurio reikia kūnui sušildyti (vidinei jo energijai pakeisti), priklauso nuo to kūno medžiagos, jo masės ir temperatūros pokyčio.

Praktikoje svarbu žinoti, kokio šilumos kiekio reikia 1 kg medžiagos sušildyti 1 K.

Šilumos kiekis, reikalingas 1 kg masės medžiagai sušildyti 1 K, vadinamas medžiagos **savitąja šiluma** (žymima c, $[c]=1\frac{J}{kg \cdot K}$ ).

Medžiagų savitoji šiluma randama iš lentelių. Skirtingų būsenų tos pačios medžiagos savitoji šiluma yra nevienoda. **Pavyzdžiui,** vandens $c = 4200\frac{J}{kg \cdot K}$, o ledo $c = 2100\frac{J}{kg \cdot K}$.

m kg masės kūno temperatūrai pakelti nuo $T_1$ iki $T_2$ K reikia šilumos kiekio

$$\boxed{Q = cm(T_2 - T_1);}$$

čia c – medžiagos savitoji šiluma.

Pagal šią formulę galima skaičiuoti ir šilumos kiekį, kurį išskiria aušdamas kūnas.

Šilumos kiekis, kurį išskiria visiškai sudegdamas 1 kg kuro, vadinamas **kuro degimo šiluma.** Kuro degimo šiluma žymima raide q. Jos matavimo vienetas $[q] = 1\frac{J}{kg}$.

Visiškai sudegdamas kuras išskiria šilumos kiekį Q lygų kuro degimo šilumos q ir sudegusios kuro masės m sandaugai:

$$\boxed{Q = qm.}$$

Šilumos kiekis, kurio reikia 1 kg kietosios medžiagos paversti skysčiu jos lydymosi temperatūroje, vadinamas **savitąja lydymosi šiluma.** Savitoji lydymosi šiluma žymima graikiška raide $\lambda$ (lambda) ir matuojama džauliais kilogramui: $[\lambda] = 1\frac{J}{kg}$.

Žinodami, kiek šilumos reikia 1 kg medžiagos išlydyti jos lydymosi temperatūroje, kai atmosferos slėgis normalus ($p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Pa), galime apskaičiuoti šilumos kiekį Q, reikalingą visam tos medžiagos bet kokios masės m kūnui išlydyti jo lydymosi temperatūroje:

$$\boxed{Q = \lambda m;}$$

čia $\lambda$ – medžiagos savitoji lydymosi šiluma.

Tos šilumos kiekis vadinamas **lydymosi šiluma**.

Šilumos kiekis, kurio reikia 1 kg skysčio paversti garais nesikeičiant temperatūrai, vadinamas **savitąja garavimo šiluma** (žymima L, $[L] = 1\frac{J}{kg}$).

Skysčio savitoji garavimo šiluma L priklauso nuo skysčio prigimties ir temperatūros.

Šilumos kiekis, kurio reikia m kg skysčio paversti garais nesikeičiant temperatūrai apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\boxed{Q = Lm;}$$

čia L – skysčio savitoji garavimo šiluma.

Kondensuodamiesi garai atiduoda tiek energijos, kiek reikėjo jiems susidaryti.

Rasime šilumos kiekį Q, reikalingą masės m kietajam kūnui sušildyti iki jo lydymosi temperatūros, įkaitusį iki lydymosi temperatūros kūną išlydyti nesikeičiant temperatūrai, gautą skystį įkaitinti iki jo virimo temperatūros ir virimo temperatūros skystį išgarinti nesikeičiant temperatūrai.

Ieškomasis šilumos kiekis randamas taip:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \text{, čia}$$

1) $Q_1 = c_k m(T_2 - T_1)$; čia $Q_1$ – šilumos kiekis, reikalingas m masės kūnui sušildyti nuo jo pradinės temperatūros $T_1$ iki jo lydymosi temperatūros $T_2$ (pakelti kūno temperatūrą $\Delta T$ kelvinų, arba $\Delta t$ laipsnių, $c_k$ – kūno medžiagos savitoji šiluma.

2) $Q_2 = \lambda \cdot m$ ;

čia $Q_2$ – šilumos kiekis, reikalingas m masės kūnui išlydyti (paversti skysčiu) jo lydymosi temperatūroje, $\lambda$ – kūno medžiagos savitoji lydymosi šiluma.

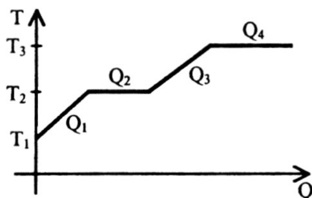
3) $Q_3 = c_s m(T_3 - T_2)$;

čia $Q_3$ – šilumos kiekis, reikalingas m masės skysčiui sušildyti iki jo virimo temperatūros $T_3$, $c_s$ – skysčio savitoji šiluma..

4) $Q_4 = L \cdot m$ ;

čia $Q_4$ – šilumos kiekis, reikalingas m masės skysčiui paversti garais (išgarinti) jo virimo temperatūroje, L – skysčio savitoji garavimo šiluma.

Kūno temperatūros priklausomybės nuo jam suteikto šilumos kiekio grafikas pavaizduotas paveiksle:




Jeigu sistemą sudaro keli kūnai, vieni jų gali atiduoti šilumą, o kiti jos gauti. Todėl kai sistemos gautų ir atiduotų šilumos kiekių algebrinė suma lygi nuliui, jos **šilumos balanso lygtis** yra tokia:

$$\boxed{\sum Q = \sum Q';}\quad \text{(taikoma Q moduliams)}$$

čia Q – gautas šilumos kiekis, Q' – atiduotas šilumos kiekis.

Q gali būti teigiamas ir neigiamas, todėl šilumos balanso lygtis atsižvelgiant į Q ženklą užrašoma taip:

$$\boxed{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n = 0.}$$

Q imame su pliuso ženklu – kai kūnas gauna šilumos, ir su minuso ženklu – kai kūnas šilumą atiduoda kitiems sistemos kūnams.

* * *

# 3. GARŲ, SKYSČIŲ IR KIETŲJŲ KŪNŲ MOLEKULINĖS SAVYBĖS. FAZINIAI VIRSMAI

## 3.1. GARAVIMAS IR KONDENSACIJA

**Garavimas** – tai procesas, kurio metu molekulės išlekia iš kietųjų kūnų ir skysčių. Kietųjų kūnų garavimas vadinamas **sublimacija** (garuoja ledas, naftalinas ir kt.). Kylant kūno temperatūrai, didėja garavimo intensyvumas, nes vis daugiau molekulių įgyja tokios šiluminio judesio kinetinės energijos, kurios pakanka paviršinio sluoksnio molekulių sąveikos jėgoms nugalėti. Garavimo greitis taip pat priklauso nuo kūno prigimties, nuo jo paviršiaus ploto ir nuo slėgio virš jo. Skystis garuoja bet kurioje temperatūroje.

Kai skystis garuoja, iš jo išlekia daugiausiai kinetinės energijos turinčios molekulės (greičiausios molekulės). Garuodamas skystis atvėsta, nes garavimui sunaudojama jo paties turima šiluma. Kad garavimo procesas nesulėtėtų (skysčio temperatūra nemažėtų ir skystis neatvėstų), skystį reikia šildyti.

Šilumos kiekis, reikalingas 1 kg skysčio išgarinti tam tikroje temperatūroje, vadinamas savitąja (specifine) **garavimo šiluma** ir žymimas raide L. Dydis L priklauso nuo skysčio prigimties ir temperatūros.

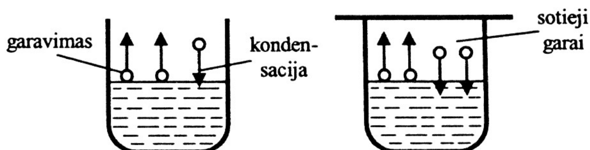
Šilumos kiekis, kurio reikia m kg skysčio išgarinti tam tikroje temperatūroje randamas remiantis formule:

$$\boxed{Q = L \cdot m\,.}$$

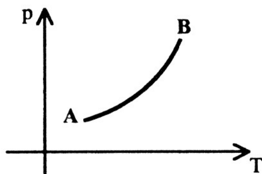
Vykstant garavimo procesui garų molekulės vėl gali grįžti į skystį. Toks procesas vadinamas **kondensacija**.

Jei pastovios temperatūros skystis garuoja uždarame inde, tai laipsniškai didėja virš skysčio susidūrusių garų molekulių koncentracija. Po tam tikro laiko garų koncentracija pasiekia tokią

vertę, kad per laiko vienetą iš skysčio išlėkusių molekulių skaičius lygus į skystį sugrįžusių molekulių skaičiui, t.y. garavimo greitis lygus kondensacijos greičiui. Tarp skysčio ir garų susidaro **dinaminė pusiausvyra**.




Garai, esantys su skysčiu dinaminėje pusiausvyroje, vadinami **sočiaisiais garais.** Kuo aukštesnė temperatūra, tuo aukštesnis garų slėgis (didesnis garų tankis, greitesnės molekulės). Didžiausias slėgis yra sočiųjų garų. Sočiųjų garų slėgis nepriklauso nuo tūrio, bet priklauso nuo temperatūros:

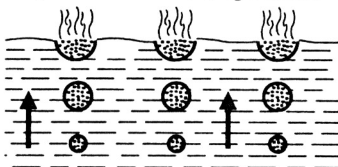



Kai garų slėgis mažesnis už tokios temperatūros sočiųjų garų slėgį, garai yra **nesotieji.**

Vėsinami nesotieji garai gali virsti sočiaisiais. Tuo paaiškinamas rūko ar rasos susidarymas, akinių stiklų rasojimas, įėjus į šiltą kambarį. Slegiant sočiuosius garus, dalis garų virsta skysčiu, didinant tūrį sotieji garai virsta nesočiaisiais.

## 3.2. VIRIMAS

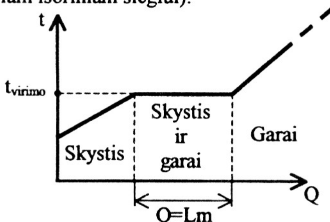
**Virimas** – tai procesas, kurio metu skystis garuoja ne tik iš paviršiaus bet ir iš vidaus. Taigi virimu vadinamas skysčio virsmas garais skysčio viduje. Skystis pradeda virti tokioje temperatūroje, kurioje jo sočiųjų garų slėgis burbuliukuose susilygina su slėgiu skystyje. Kai skystis verda, skysčio viduje atsiradę garų burbuliukai didėja, Archimedo jėgos veikiami kyla į paviršių ir sprogsta. Kiekvienas skystis verda tam tikroje temperatūroje. Temperatūra, kurioje skystis verda, vadinama **virimo temperatūra.**



Skysčio virimo temperatūra priklauso nuo išorinio slėgio. Mažinant išorinį slėgį, skysčio virimo temperatūra mažėja, didinant slėgį – didėja.

Kylant į kalnus atmosferos slėgis mažėja, todėl mažėja ir virimo temperatūra.

Kai skystis verda, tai visą virimo laiką skysčio temperatūra nekinta, nes visa skysčiui perduota energija (šilumos kiekis) sunaudojama garams susidaryti. Tai matyti iš grafiko, kuris vaizduoja skysčio temperatūros priklausomybę nuo jam perduoto šilumos kiekio (esant pastoviam išoriniam slėgiui):



## 3.3. ORO DRĖGMĖ

**Oro drėgmė.** Žemės atmosferoje visada yra vandens garų. Nuo šių garų kiekio priklauso oro drėgnumas. Vandens garų masė, esanti viename kubiniame metre oro, vadinama **absoliutine oro drėgme.** Vandens garų, esančių atmosferoje, slėgis vadinamas vandens garų **daliniu slėgiu**. Žinodami absoliutinę oro drėgmę negalime spręsti apie oro drėgnumą, nes ore esantys vandens garai gali būti toli nuo įsisotinimo. Todėl įvedama santykinės oro drėgmės sąvoka.

**Santykine oro drėgmė φ** lygi absoliutinės drėgmės santykiui su ta vandens garų mase, kuri sotintų tokios pat temperatūros orą. Taigi ji rodo, kiek oro būsena skiriasi nuo jo įsotinimo vandens garais būsenos. Santykinę oro drėgmę galima apibrėžti ir kaip ore esančių garų dalinio slėgio p ir oro temperatūros sočiųjų vandens garų slėgio $p_0$ santykį, išreikštą procentais:

$$\varphi = \frac{p}{p_0} \cdot 100\ \% .$$

Santykinę oro drėgmę galima išreikšti ir per vandens garų tankį:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\ \% ;$$

čia $\rho$ – vandens garų, esančių atmosferoje tankis, $\rho_0$ – sočiųjų vandens garų tankis oro temperatūroje.

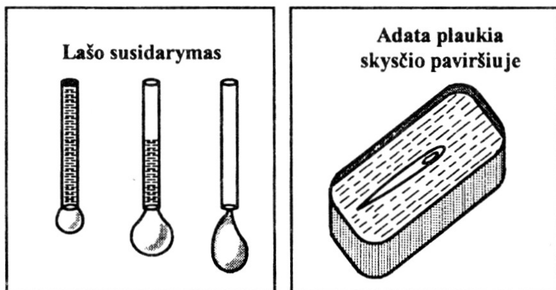
Sočiųjų vandens garų tankis $\rho_0$ ir jų slėgis $p_0$ priklauso nuo temperatūros. Jų vertės nurodomos lentelėse.

Temperatūra, kurioje ore esantys vandens garai virsta sočiaisiais, vadinama **rasos tašku**. Kitaip sakant, rasos taškas – tai temperatūra, iki kurios atšaldžius orą, santykinė drėgmė pasiekia 100 %.

Oro drėgmė matuojama **psichrometru** ir **higrometru.**

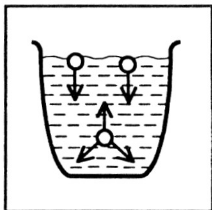
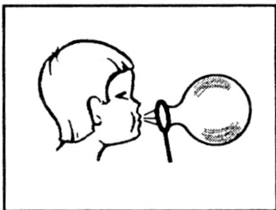
## 3.4. SKYSČIO PAVIRŠIAUS ĮTEMPIMAS

Bet kurio skysčio paviršius yra įtemptas. Skysčio paviršiaus įtempimo reiškiniu paaiškinamas lašo susidarymas, adatos plūduriavimas skysčio paviršiuje (adata neskęsta, nors jos medžiagos tankis yra didesnis už vandens tankį), muilo burbulų bei plėvelių susidarymas.




Panagrinėkime paviršiaus įtempimo susidarymo mechanizmą. Skysčio viduje traukos jėgos, kuriomis vieną molekulę veikia gretimos molekulės, kompensuojasi, t.y. šių jėgų atstojamoji artima nuliui.

Skysčio paviršinio sluoksnio molekulių sąveikos jėgų atstojamoji nelygi nuliui ir nukreipta žemyn, į skystį, nes garų molekulių yra mažiau negu skysčio. Ši statmena paviršiui jėga sukelia paviršinio sluoksnio **molekulinį slėgį.** Šio slėgio veikiamos paviršinio sluoksnio molekulės pereina į gilesnių skysčio sluoksnius. Paviršiuje esančių molekulių skaičius mažėja tol, kol skysčio laisvasis paviršius šiomis sąlygomis pasidaro minimalus.

Mažiausias vienodo tūrio geometrinių figūrų paviršiaus plotas yra rutulio paviršiaus plotas.

Todėl, kai skysčio neveikia kitos jėgos ar jos yra labai mažos, skystis, veikiamas paviršiaus įtempimo jėgų, įgauna rutulio formą. Pavyzdžiui, susidaręs vandens lašelis turėtų rutulio formą, jeigu jo neveiktų sunkio jėga (Žemės traukos jėga); visi žinome, kad išpūsti muilo burbulai įgauna rutulio formą.

Norint padidinti skysčio paviršiaus plotą, reikia atlikti darbą prieš **paviršiaus įtempimo jėgas,** nes paviršinio sluoksnio molekulės sąveikauja ne tik su gilesnių sluoksnių molekulėmis, bet ir su gretimomis to paties sluoksnio molekulėmis. Paviršinio sluoksnio molekulių sąveikos jėgos nukreiptos paviršiaus liestinės kryptimi į paviršiaus centrą. Jėga, kuria besistengiantis susitraukti skysčio paviršius veikia jį ribojantį kontūrą, vadinama **paviršiaus įtempimo jėga**. Paviršiaus įtempimo jėga veikia skysčio paviršiaus liestinės kryptimi.

Skysčio **paviršiaus įtempimo jėga** proporcinga jo kontūro ilgiui $\ell$, t.y.

$$\boxed{F = \sigma \cdot \ell \ ;}$$

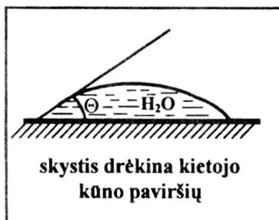
Proporcingumo koeficientas $\sigma$ vadinamas **paviršiaus įtempimo koeficientu.** Jo skaitinė vertė lygi jėgai, veikiančiai drėkinimo

perimetro ilgio vienetą statmenai šiam perimetrui. Paviršiaus įtempimo koeficientai įvairiems skysčiams nurodytoje temperatūroje randami iš lentelių. Paviršiaus įtempimo jėga nepriklauso nuo skysčio paviršiaus ploto.

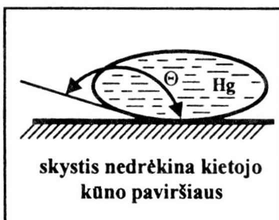
## 3.5. DRĖKINIMAS. KAPILIARINIAI REIŠKINIAI

**Drėkinimas** – tai skysčio laisvojo paviršiaus išlinkimas prie kietojo kūno paviršiaus. Toks lenktas skysčio paviršius vadinamas **menisku**. Drėkinimo reiškinys paaiškinamas skysčio molekulių ir skysčio bei sienelių molekulių sąveikos jėgomis: kai skysčio molekulių tarpusavio traukos jėgos mažesnės už skysčio ir sienelių molekulių tarpusavio traukos jėgas, skystis sieneles **drėkina**; kai skysčio molekulių tarpusavio traukos jėgos didesnės už skysčio ir sienelių molekulių tarpusavio traukos jėgas, skystis sienelių **nedrėkina**.

Pavyzdžiui, vanduo drėkina švarų stiklą, o gyvsidabris – nedrėkina. Todėl užliejus vandens ant stiklo plokštelės, jis tolygiai pasiskirsto stiklo paviršiuje, o užpylus gyvsidabrio, jis tuojau įgauna rutuliuko arba kiaušinio formą.

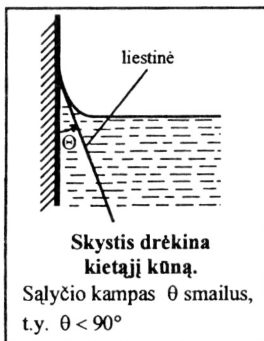


**skystis drėkina kietojo kūno paviršių**

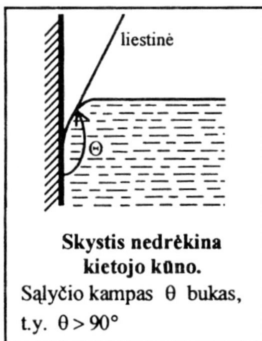


**skystis nedrėkina kietojo kūno paviršiaus**

**Sąlyčio kampas θ** – tai kampas, kurį sudaro kietojo kūno paviršius su skysčio paviršiaus liestine, išvesta iš lietimosi taško. Kai $\theta < 90°$, skystis kūną drėkina, o kai $\theta > 90°$ – nedrėkina.



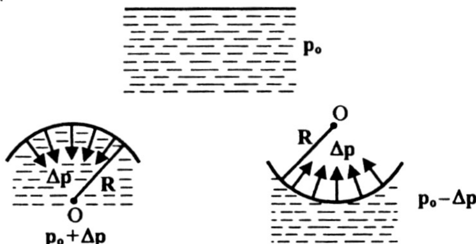

**Skystis drėkina kietąjį kūną.**
Sąlyčio kampas $\theta$ smailus, t.y. $\theta < 90°$




**Skystis nedrėkina kietojo kūno.**
Sąlyčio kampas $\theta$ bukas, t.y. $\theta > 90°$

Visiško drėkinimo reiškinį stebime, kai sąlyčio kampas $\theta = 0°$. Visiškai drėkinantis skystis niekada nesudaro ant horizontalaus paviršiaus lašų. Visiško nedrėkinimo reiškinį stebima, kai $\theta = 180°$. Visiškai nedrėkinantis skystis ant horizontalaus paviršiaus yra rutuliuko formos.

Kreivuose skysčio paviršiuose atsiranda papildomas slėgis $\Delta p$, nukreiptas į paviršiaus kreivumo centrą. Šis slėgis atsiranda todėl, kad kreivas skysčio paviršius stengiasi išsitiesinti ir taip sumažinti savo plotą bei paviršiaus laisvąją energiją. Dėl atsiradusio papildomo slėgio molekulinis slėgis po iškiliu paviršiumi padidėja, o po įgaubtu sumažėja.



Papildomo slėgio dydis priklauso nuo paviršiaus įtempimo koeficiento $\sigma$ ir nuo paviršiaus kreivumo spindulio R:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}.$$

Papildomas slėgis muilo burbule apskaičiuojamas pagal formulę

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{R},$$

nes muilo burbulą sudaro du sferiniai paviršiai.

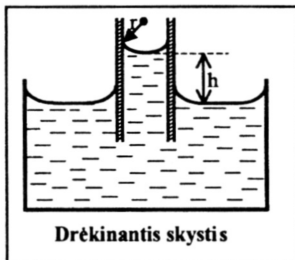
Papildomas slėgis sukelia **kapiliarinius reiškinius**.

Kapiliariniai reiškiniai – skysčio pakilimas ar nusileidimas plonuose vamzdeliuose (**kapiliaruose**): drėkinantis skystis pakyla, o nedrėkinantis nusileidžia žemyn siaurais vamzdeliais. Skysčio pakilimo ar nusileidimo kapiliaru aukštis h randamas remiantis formule

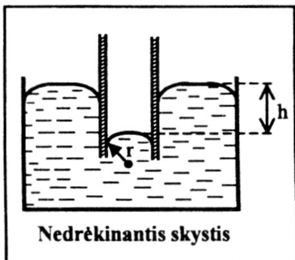
$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r};$$

čia $\sigma$ – skysčio paviršiaus įtempimo koeficientas, $\rho$ – skysčio tankis, g – laisvojo kritimo pagreitis: $g = 9{,}8\frac{m}{s^2}$, r – kapiliaro spindulys.

Vadinasi, skysčio stulpelio pakilimo (ar nusileidimo) aukštis kapiliare priklauso nuo skysčio prigimties (paviršiaus įtempimo koeficiento $\sigma$ ir skysčio tankio $\rho$) bei nuo kapiliaro spindulio r (kuo mažesnis kapiliaro spindulys r, tuo daugiau skystis pakyla ar nusileidžia). Didėjant temperatūrai, mažėja skysčio paviršiaus įtempimas $\sigma$, ir skysčio aukštis kapiliaruose mažėja.



Drėkinantis skystis



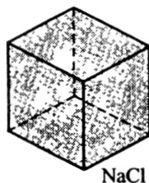
Nedrėkinantis skystis

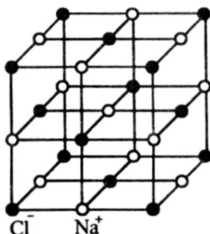
Kapiliariniai reiškiniai yra labai svarbūs gamtoje bei technikoje. Gyvūnų ir augalų kapiliarais cirkuliuoja kraujas ir maistingosios medžiagos. Kapiliarų gausu ir dirvoje. Kuo tankesnė dirva, tuo siauresni kapiliarai. Ariant ar akėjant dirvą kapiliarai yra suardomi, ir taip sulaikoma drėgmė dirvoje.

## 3.6. KRISTALINIAI IR AMORFINIAI KŪNAI

Kietieji kūnai, kurių atomai, molekulės ar jonai (tiksliau – atomų, molekulių ar jonų pusiausvyros padėtys) erdvėje išsidėsčiusios tvarkingai ir sudaro periodiškai pasikartojančią vidinę struktūrą, vadinami **kristalais**. Kristalai gali turėti įvairių prizmių ar piramidžių formą, tačiau jų pagrindą būtinai sudaro taisyklingasis trikampis, kvadratas, lygiagretainis arba šešiakampis.

Paveiksle pavaizduotas valgomosios druskos kristalas ir kristalinė gardelė.



Taisyklingas dalelių išsidėstymas kristale vadinamas **tolimąja tvarka**.

Svarbiausios kietų kristalinių kūnų savybės yra šios:

- taisyklinga forma
- anizotropija
- pastovi lydymosi ir kietėjimo temperatūra.

**Anizotropija** – tai kristalų fizinių savybių (elektrinio ir šiluminio laidumo, optinių savybių, mechaninio tvirtumo ir kt.) priklausomybė nuo pasirinktos krypties kristale. Taigi kristalai yra **anizotropiški,** t.y. jų fizinės savybės įvairiomis kryptimis yra skirtingos.

Kristaliniai kūnai skirstomi į **monokristalinius** ir **polikristalinius.**

Monokristalinį kūną sudaro vienas kristalas. Pavyzdžiui, rubinas, kvarcas yra monokristalai. Polikristalinės medžiagos sudarytos iš daugybės suaugusių vienas su kitu ir chaotiškai (netvarkingai) išsidėsčiusių kristaliukų. Tokie yra, pavyzdžiui, metalai, lydiniai, mineralai, keramika ir kt. Jų savybės visomis kryptimis vienodos, t.y. polikristaliniai kūnai yra izotropiški.

**Amorfiniais** vadinami kietieji kūnai, kurių fizinės savybės vienodos visomis kryptimis. Visi amorfiniai kūnai yra **izotropiški**. Amorfiniuose kūnuose tik artimiausieji atomai išsidėstę tvarkingai, bet to paties elemento, bet to paties elemento struktūra visomis kryptimis tiksliai nesikartoja. Prie amorfinių kietųjų kūnų priskiriami sukietėjusios smalos gabalai, gintaras, stiklas ir jo gaminiai, polimerai. Kai kurios medžiagos (pavyzdžiui, siera, kvarcas) gali būti ir kristalinės, ir amorfinės būsenos.

Skirtingai negu kristaliniai kūnai, amorfiniai kūnai neturi pastovios kietėjimo ir lydymosi temperatūros. Šildomi amorfiniai kūnai laipsniškai minkštėja ir suskystėja. Ribos tarp kietosios ir skystosios fazės nėra.

## 3.7. LYDYMASIS IR KIETĖJIMAS

Šildomų kristalinių kūnų dalelių greičiai didėja, taip pat didėja ir atstumai tarp dalelių. Kai kristalinis kūnas įkaista iki tam tikros temperatūros, jo kristalinė gardelė pradeda irti, t.y. kūnas lydosi.

Kietosios medžiagos virsmas skystąja vadinamas **lydymusi**, arba **skystėjimu**.

Temperatūra, kurioje lydosi medžiaga, vadinama jos **lydymosi temperatūra**. **Kol kūnas lydosi, jo temperatūra nekinta** ir lygi lydymosi temperatūrai. Lydymosi metu kūnui suteikiama šiluma suvartojama kristalinėms gardelėms suardyti. Įvairių medžiagų lydymosi temperatūra labai įvairi. Į šią savybę atsižvelgiama pasirenkant medžiagas mašinoms, įrankiams gaminti.

**Pateikiame kai kurių medžiagų lydymosi temperatūrą, °C (atmosferos slėgis normalus – 760 mmHg, arba 1013 hPa):**

| Medžiaga | Lydymosi temperatūra, °C | Medžiaga | Lydymosi temperatūra, °C |
|---|---|---|---|
| Cezis | 28 | Aliuminis | 660 |
| Sviestas | 28-33 | Valgom. druska | 770 |
| Vazelinas | 37-52 | Sidabras | 962 |
| Parafinas | 38-56 | Auksas | 1064 |
| Vaškas | 61-64 | Varis | 1085 |
| Kalis | 64 | Ketus | 1100-1300 |
| Stearinas | 72 | Plienas | 1300-1500 |
| Natris | 98 | Geležis | 1539 |
| Alavas | 232 | Platina | 1772 |
| Švinas | 327 | Osmis | 3045 |
| Gintaras | 360 | Volframas | 3387 |
| Cinkas | 420 | Deimantas | 3500 |

Bandymais nustatyta, kad vienodos masės įvairioms kietosioms medžiagoms paversti skysčiu (visiškai išlydyti) reikia skirtingo šilumos kiekio.

Šilumos kiekis, kurio reikia 1 kg kietosios medžiagos paversti skysčiu jos lydymosi temperatūroje, vadinamas **savitąja (specifine) lydymosi šiluma.** Ji priklauso nuo medžiagos prigimties ir savitoji išorinių sąlygų lydymosi šiluma dažniausiai žymima graikiška raide λ (lambda) ir matuojama džauliais kilogramui: $[\lambda]=1\frac{J}{kg}$.

Lydymosi temperatūra ir savitoji lydymosi šiluma priklauso nuo slėgio. Slėgiui didėjant, daugelio kūnų lydymosi temperatūra ir savitoji lydymosi šiluma didėja. Tačiau yra medžiagų (pavyzdžiui, ledas, bismutas, galis, kietosios būsenos gyvsidabris), kurių lydymosi temperatūra ir savitoji lydymosi šiluma didėjant slėgiui mažėja.

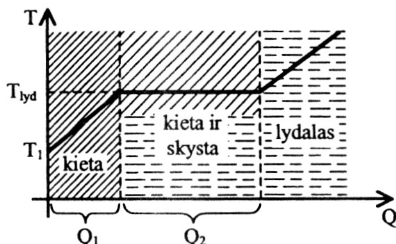
Įvairių medžiagų savitoji lydymosi šiluma pateikiama lentelėse.

Žinodami, kiek šilumos reikia 1 kg medžiagos išlydyti jos lydymosi temperatūroje, kai atmosferos slėgis normalus, galime apskaičiuoti šilumos kiekį Q, reikalingą visam tos medžiagos bet kokios masės m kūnui išlydyti:

$$\boxed{Q=\lambda\cdot m}.$$

Tas šilumos kiekis vadinamas **lydymosi šiluma**. Ji matuojama **džauliais:** $[Q]=1\,J$.

Suskystėjusį kūną toliau šildant, jo temperatūra vėl ima didėti. Paveiksle pavaizduota, kaip tolygiai kaitinamo masės m kūno temperatūra priklauso nuo jam suteikto šilumos kiekio.




$T_1$ – kūno pradinė temperatūra,

$T_{lyd}$ – kūno lydymosi temperatūra,

$Q_1 = cm(T_{lyd} - T_1)$ – šilumos kiekis, kurio reikia $T_1$ temperatūros kūną įkaitinti iki jo lydymosi temperatūros $T_{lyd}$.

$Q_2 = \lambda \cdot m$ – šilumos kiekis, kurio reikia m masės kūnui išlydyti jo lydymosi temperatūroje.

Nustojus šildyti, suskystėjęs kūnas ima vėsti, kol prasideda lydymuisi atvirkščias procesas – kietėjimas, arba kristalizacija.

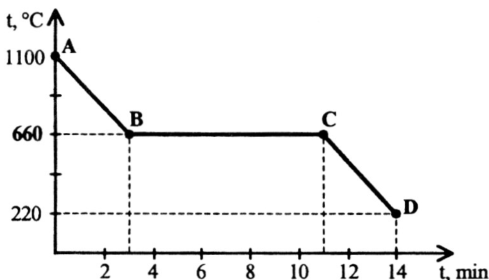
Skystosios medžiagos virsmas kietąja vadinamas **kietėjimu**, arba **kristalizacija**.

Skystosios būsenos medžiaga pradeda kietėti tik atvėsusi iki tam tikros temperatūros. Visą kietėjimo (kristalizacijos) laiką temperatūra nekinta.

Temperatūra, kurioje kietėja (kristalizuojasi) medžiaga, vadinama **kietėjimo**, arba **kristalizacijos temperatūra.**

Šilumos kiekis, kuris išsiskiria kietėjant medžiagai, apskaičiuojamas pagal jau žinomą formulę: $Q = \lambda \cdot m$.

Paveiksle pavaizduotas auštančio skystos būsenos aliuminio kietėjimo (kristalizacijos) grafikas.




Įkaitintas iki 1100° C skystas aliuminis yra aušinamas. Šis procesas trunka 3 minutes ir jį atitinka grafiko dalis AB.

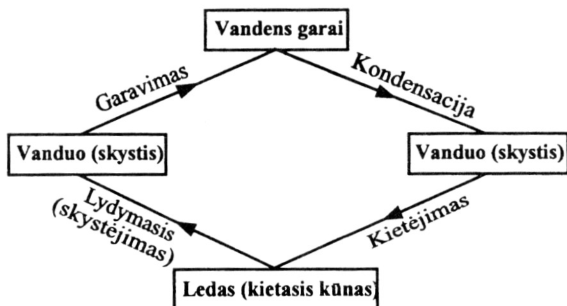
Atvėsęs iki aliuminio kietėjimo temperatūros ( $t_{kiet} = 660$ °C ), skystas aliuminis pradeda kietėti.

Aliuminio kietėjimo procesas trunka 8 minutes ir jį atitinka grafiko dalis BC. Visą kietėjimo laiką aliuminio temperatūra nesikeičia ir lygi 660° C. Kai visas aliuminis sukietėja (pereina iš skystos būsenos į kietąją), jo temperatūra vėl tolygiai mažėja, t.y. kietas aliuminis vėsta iki 220 °C (šis procesas trunka 3 minutes ir jį atitinka grafiko dalis CD).

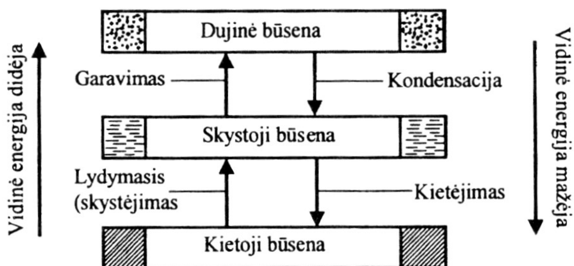
Kai medžiaga lydosi ir kietėja, kinta jos tūris. Daugelio lydomų kūnų tūris didėja, o kietėjančių mažėja. Išimtį sudaro vanduo. Sušalusio į ledą vandens tūris padidėja apie 10 %. Todėl jei stiklinį butelį pripilsime vandens, užkimšime ir paliksime žiemą lauke, tai atėję kitą dieną rasime vandenį sušalusį į ledą, o butelį susprogusį.

## 3.8. MEDŽIAGOS AGREGATINIŲ BŪSENŲ KITIMAS

Susipažinome su trimis medžiagos agregatinėmis būsenomis – kietąja, skystąja ir dujine. Daugelis medžiagų, kintant temperatūrai, gali būti trijų agregatinių būsenų. Ryškiausias medžiagos agregatinių būsenų kitimo pavyzdys yra vandens virsmai:




Bendra agregatinių virsmų schema parodyta paveiksle:

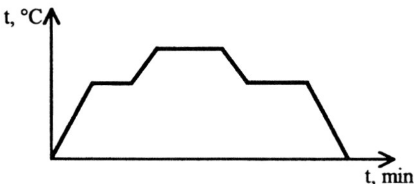



Apibendrinsime visus agregatinių būsenų kitimo procesus:

- **Šildomo kietojo kūno temperatūra kyla iki jo lydymosi temperatūros.** Kūnui suteikiama šiluma naudojama jo vidinei energijai didinti (dėl to dalelės vis intensyviau juda)
- **Įkaitęs iki lydymosi temperatūros ir toliau kaitinamas, kūnas lydosi, bet jo temperatūra nekinta.** Kūno dalelių judėjimo energija padidėja tiek, kad kietasis kūnas suyra į daleles. Energija (šilumos kiekis), kurią gauna šildomas kūnas, naudojama dalelių sąveikos (traukos) jėgoms nugalėti.

- **Šildomo skysčio temperatūra kyla iki virimo temperatūros.** Šiame procese (virimo procese) teikiama skysčiui temperatūra didina jo dalelių judėjimo energiją.
- **Virdamas skystis garuoja, bet jo temperatūra nekinta.** Didelė dalis energijos, kurią gauna šildomas skystis, sunaudojama jo dalelių sąveikos jėgoms nugalėti.

Kūnui atiduodant šilumą, vyksta atvirkštiniai procesai. Kristalinių medžiagų lydymąsi, virimą ir kietėjimą vaizduoja toks grafikas:




## 3.9. KIETŲJŲ KŪNŲ MECHANINĖS SAVYBĖS. DEFORMACIJOS

Kūno savybė atgauti savo formą ir tūrį, nustojus veikti išorinėms jėgoms, vadinama **tamprumu**. Ši savybė kūnui būdinga, kol deformacijos mažos, t.y. kol neperžengiama **tamprumo riba.**

Kūno savybė likti deformuotam, nustojus veikti išorinėms jėgoms, vadinama **plastiškumu.**

Yra medžiagų, kurios subyra į dalis, kai viršijama tamprumo riba. Ši medžiagų savybė vadinama **trapumu**. Šioms medžiagoms nebūdinga liktinė deformacija. Trapus yra stiklas, plytos.

**Stiprumu** vadinama kūno savybė nesuirti nuo išorinių poveikių.

**Stiprumo riba** – tai didžiausias mechaninis įtempimas, kurį medžiaga dar gali atlaikyti.

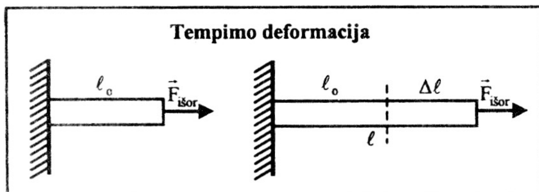
**Stiprumo atsarga** vadinamas skaičius, rodantis, kiek kartų stiprumo riba yra didesnė už leidžiamą įtempimą. Jis būna nuo 1,7 iki

10. Kuo medžiaga stipresnė, tuo ji kietesnė ir atvirkščiai. Kiečiausia medžiaga yra deimantas.

**Deformacija** – kūno formos ar tūrio kitimas. Paprasčiausios deformacijos rūšys – **tempimas** ir **gniuždymas**. Tempimo ir gniuždymo deformaciją apibūdinantys **dydžiai yra absoliutinis** ir **santykinis** pailgėjimas.

**Absoliutinis pailgėjimas** (žymimas $\Delta \ell$) yra kūno ilgio iki deformacijos ir jo ilgio po deformacijos skirtumas, t.y. $\boxed{\Delta\ell = \ell - \ell_0;}$
čia $\ell_0$ – nedeformuoto kūno ilgis, $\ell$ – deformuoto kūno ilgis.

Tempiamo kūno absoliutinis pailgėjimas yra teigiamas, o gniuždomo – neigiamas, nes pirmuoju atveju $\ell > \ell_0$, o antruoju – $\ell < \ell_0$.




**Santykinis pailgėjimas** (žymimas $\varepsilon$) yra absoliutinio pailgėjimo $\Delta \ell$ ir kūno pradinio ilgio $\ell_0$ (nedeformuoto kūno ilgio) santykiui: $\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}.}$

Kūnams deformuojantis atsiranda tamprumo jėgos. **Įtempimas** – fizikinis dydis, lygus kūno tamprumo jėgos F modulio ir skerspjūvio ploto S santykiu:

$$\boxed{\sigma = \frac{F}{S};} \qquad [\sigma] = 1\text{Pa} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

SI sistemoje įtempimo vienetas yra paskalis (Pa): $1\,\text{Pa} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

**Huko dėsnis:** kai deformacija maža, įtempimas $\sigma$ tiesiog proporcingas santykiniam pailgėjimui

$$\boxed{\sigma = E|\varepsilon|,} \quad \text{arba} \quad \boxed{\sigma = E\frac{\Delta\ell}{\ell_0};}$$

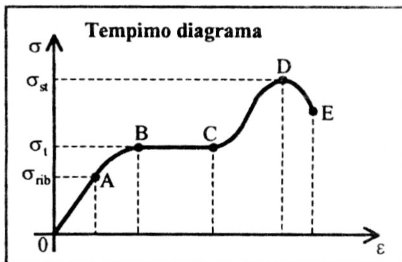
čia E – **Jungo (tamprumo) modulis.**

Jungo modulis apibūdina medžiagos pasipriešinimą deformacijai.

$$\boxed{\frac{F}{S} = E\frac{|\Delta\ell|}{\ell_0},} \quad \text{iš čia} \quad \boxed{F = \frac{SE}{\ell_0}|\Delta\ell|,} \quad \text{arba}$$

$$\boxed{F = k|\Delta\ell|.} \quad \text{kur} \quad k = \frac{ES}{\ell_0}.$$

Nubraižysime įtempimo $\sigma$ priklausomybės nuo santykinio pailgėjimo $\varepsilon$ grafiką, kuris vadinamas **tempimo diagrama**. Tempimo diagrama yra viena iš svarbiausių kietųjų kūnų mechaninių savybių charakteristikų.



Huko dėsnis galioja esant mažoms kūno deformacijoms. Didžiausias įtempimas $\sigma_{nb}$, kuriam dar galima taikyti Huko dėsnį, vadinamas **proporcingumo riba.** Už proporcingumo ribos (tempimo diagramoje ją vaizduoja taškas A), įtempimas jau nėra proporcingas santykiniam pailgėjimui (grafiko dalis nuo taško A iki taško B nėra tiesė). Nuėmus nuo kietojo kūno (bandinio) apkrovą, kūno matmenys atsistato pilnai tiktai iki tam tikros įtempimo $\sigma$ vertės. Tokia deformacija vadinama **tampria.** Didžiausias įtempimas $\sigma_t$, kuriam veikiant deformacija dar išlieka tampri (dar neatsiranda liktinės deformacijos) vadinamas **tamprumo riba**. Diagramoje tamprumo ribą $\sigma_t$ vaizduoja taškas B. Daugelis metalų išlaiko tamprias deformacijas iki $\varepsilon < 0{,}1$. Jei įtempimas viršija tamprumo ribą $(\sigma > \sigma_t)$, tai kūnas neatgauna savo pradinės formos arba pradinių matmenų. Tokios deformacijos vadinamos **plastinėmis**. Plastinės deformacijos srityje (atkarpa BC), vykstant deformacijai (didėjant santykiniam pailgėjimui $\varepsilon$), įtempimas nedidėja. Šis reiškinys vadinamas **medžiagos takumu.**

Medžiagos, kurių tankumo sritis BC nėra maža, gali atlaikyti dideles deformacijas ir nesubyrėti į dalis. Jei medžiagos tankumo srities beveik nėra, tai kūnas nesubyrėjęs išlaiko labai mažas deformacijas. Tokios medžiagos vadinamos **trapiomis.** Trapių medžiagų pavyzdžiais gali būti stiklas, plytų medžiaga, betonas, ketus.

Už tamprumo ribos įtempimo kreivė kyla į viršų iki taško D. Įtempimas $\sigma_{st}$, atitinkantis tašką D, vadinamas **stiprumo riba.** Stiprumo riba – tai didžiausias įtempimas, kurį medžiaga dar gali išlaikyti. Nuo taško D kreivė leidžiasi žemyn (iki trūkio taško E). Diagramos dalyje DE įtempimas mažėja (nors santykinis pailgėjimas didėja).

## 3.10. ŠILUMINIS KIETŲJŲ KŪNŲ, SKYSČIŲ IR DUJŲ PLĖTIMASIS

Šylančio kūno molekulių svyravimo amplitudė didėja, tuo pačiu didėja ir atstumai tarp molekulių, o tai reiškia, kad padidėja ir kūno tūris. Kietieji kūnai, juos šildant, plečiasi visomis kryptimis. Strypai ir viela daugiausia plečiasi į ilgį.

Panagrinėsime kūno šiluminį tiesinį plėtimąsi.

Jei

$\ell_1$ – kūno pradinis ilgis, kai jo temperatūra yra $t_1$,

$\ell_2$ – kūno ilgis, kai jo temperatūra padidėja ir lygi $t_2$,

$\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1$ – kūno absoliutinis pailgėjimas,

$\Delta t = t_2 - t_1$ – kūno temperatūros pokytis,

$\alpha$ – temperatūrinis ilgėjimo koeficientas,

tai kūno absoliutinis pailgėjimas išreiškiamas formule

$$\boxed{\Delta\ell = \alpha \cdot \ell_1 \cdot \Delta t\,.}$$

Galima užrašyti ir tokias formules

$$\ell_2 = \ell_1 + \Delta\ell = \ell_1 + \ell_1 \cdot \alpha \cdot \Delta t\text{, arba}$$

$$\boxed{\ell_2 = \ell_1(1 + \alpha \cdot \Delta t)\,.}$$

Temperatūrinis ilgėjimo koeficientas $\alpha$ lygus kūno santykinio pailgėjimo $\frac{\Delta\ell}{\ell_1}$ ir temperatūros pokyčio $\Delta t$ santykiui:

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta\ell}{\ell_1 \cdot \Delta t}\,.}$$

Kiekviena medžiaga turi savo temperatūrinį ilgėjimo koeficientą. Šie koeficientai pateikiami lentelėse.

* * *

Kai kūnas šildomas, tai didėja ir jo paviršiaus plotas. Kūno ploto didėjimą (dvimatį plėtimąsi) galima nagrinėti kaip kūno tiesinį plėtimąsi dviem kryptimis.

Jei

$S_1$ – kūno plotas esant temperatūrai $t_1$,

$S_2$ – kūno plotas esant temperatūrai $t_2$,

$\Delta S = S_2 - S_1$ – kūno ploto pokytis,

$\Delta t = t_2 - t_1$ – kūno temperatūros pokytis,

$\alpha$ – temperatūrinis ilgėjimo koeficientas,

tai galioja formulės

$$\boxed{\Delta S = 2\alpha \cdot S_1 \cdot \Delta t,}$$

$$S_2 = S_1 + \Delta S = S_1 + S_1 \cdot 2\alpha \cdot \Delta t,$$

$$\boxed{S_2 = S_1(1 + 2\alpha \cdot \Delta t).}$$

* * *

Šildomo kūno tūrinį plėtimąsi galima nagrinėti kaip jo tiesinį plėtimąsi trimis kryptimis.

Jei

$V_1$ – kūno pradinis tūris, kai jo temperatūra yra $t_1$,

$V_2$ – kūno tūris, kai jo temperatūra padidėja iki reikšmės $t_2$,

$\Delta V = V_2 - V_1$ – kūno tūrio pokytis,

$\Delta t = t_2 - t_1$ – kūno temperatūros pokytis,

$\alpha$ – temperatūrinis ilgėjimo koeficientas,

tai kūno tūrio padidėjimas išreiškiamas formule

$$\boxed{\Delta V = 3\alpha \cdot V_1 \cdot \Delta t.}$$

Galima užrašyti ir tokias formules

$$V_2 = V_1 + \Delta V = V_1 + V_1 \cdot 3\alpha \cdot \Delta t, \text{ arba}$$

$$\boxed{V_2 = V_1(1 + 3\alpha \cdot \Delta t).}$$

Toliau nagrinėsime šiluminį skysčių plėtimąsi. Šildomi skysčiai plečiasi žymiai daugiau, negu kietieji kūnai. Jie taip pat plečiasi visomis kryptimis. Dėl didelio molekulių judrumo, skysčiai lengvai įgauna formą indo, į kurį jie supilami, be to, reikia atsižvelgti ir į indo šiluminį plėtimąsi.

Šildomo skysčio tūrio padidėjimą galima išreikšti formule

$$\boxed{\Delta V = \beta \cdot V_1 \cdot \Delta t;}$$

čia

$V_1$ – skysčio tūris, kai jo temperatūra yra $t_1$,

$V_2$ – skysčio tūris, kai jo temperatūra padidėja ir lygi $t_2$,

$\Delta V = V_2 - V_1$ – skysčio tūrio pokytis,

$\Delta t$ – temperatūros pokytis,

$\beta$ – temperatūrinis tūrio plėtimosi koeficientas.

Galima užrašyti ir tokią formulę

$$V_2 = V_1 + \Delta V = V_1 + \beta \cdot V_1 \cdot \Delta t \text{, arba}$$

$$\boxed{V_2 = V_1(1 + \beta \cdot \Delta t).}$$

Temperatūrinis tūrio plėtimosi koeficientas $\beta$ lygus tūrio santykinio padidėjimo $\frac{\Delta V}{V_1}$ ir temperatūros pokyčio $\Delta t$ santykiui:

$$\boxed{\beta = \frac{\Delta V}{V_1 \cdot \Delta t}.}$$

Kiekviena medžiaga turi savąjį temperatūrinį tūrio plėtimosi koeficientą. Šie koeficientai pateikiami lentelėse.

**Pavyzdys.** 8 litrai vandens buvo pašildyti nuo 40° C iki 90° C. Dėl to vandens tūris padidėjo dydžiu:

$$\Delta V = 0{,}21 \frac{cm^3}{\ell \cdot K} \cdot 8\ell \cdot (90°\,C - 40°\,C) = 0{,}21 \frac{cm^3}{\ell \cdot K} \cdot 8\ell \cdot 50\ K = 84\ cm^3.$$

Skysčiui šylant, kinta ne tik jo tūris, bet ir tankis. Kadangi tūris ir tankis atvirkščiai proporcingi vienas kitam, tai

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

ir formulę $V_2 = V_1(1 + \beta \cdot \Delta t)$ galime užrašyti kitu pavidalu

$\rho_1 = \rho_2(1 + \beta \cdot \Delta t)$, arba

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \cdot \Delta t}.$$

Pastebėkime, kad ši formulė teisinga ir kietiesiems kūnams, tik šiuo atveju temperatūrinį tūrio plėtimosi koeficientą reikia pakeisti į $3\alpha$.

* * *

Kylant temperatūrai, dujos taip pat plečiasi – jų tūris didėja. Tačiau jei dujų tūris didėti negali (dujos yra uždarame inde), tai didėja jų slėgis. Visų tobulųjų dujų tūris arba slėgis didėja vienodai.

$\Delta V = \gamma \cdot V_o \cdot \Delta t$, kai $p = \text{const}$;

$\Delta p = \gamma \cdot p_o \cdot \Delta t$, kai $V = \text{const}$;

čia $\gamma = \frac{1}{273} K^{-1}$; $V_o$, $p_o$ – 0° C temperatūros dujų tūris ir slėgis.

* * *

# 4. TERMODINAMIKOS PAGRINDAI

## 4.1. TOBULŲJŲ DUJŲ VIDINĖ ENERGIJA. DUJŲ PLĖTIMOSI DARBAS

Tobulųjų dujų **vidinę energiją** sudaro dalelių šiluminio judėjimo kinetinė energija.

Vienatomių tobulųjų dujų vidinė energija apskaičiuojama pagal formulę

$$\boxed{U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT^{*}}, \text{ arba } \boxed{U = \frac{3}{2}\nu RT;}$$

čia m – dujų masė, M – dujų molio masė, $\nu = \frac{m}{M}$ – medžiagos kiekis (molių skaičius), R – universalioji dujų konstanta:

$R = 8{,}31\frac{J}{mol \cdot K}$, T – dujų temperatūra.

Tobulųjų vienatomių dujų vidinė energija proporcinga dujų temperatūrai. Todėl vidinės energijos pokytis proporcingas temperatūros pokyčiui:

$$\boxed{\Delta U = \frac{3}{2}\frac{mR}{M} \cdot \Delta T;}$$

Dydis $\frac{3R}{2M} = c_v$ vadinamas **pastovaus tūrio kūno savitąja šiluma****. Tada $\boxed{\Delta U = c_v m \Delta T.}$

---

* Kai dujos dviatomės, vietoj „$\frac{3}{2}$" rašoma „$\frac{5}{2}$", kai triatomės – „$\frac{6}{2}$".

** Kai pastovus slėgis, dujų specifinė šiluma $c_p = \frac{R}{M} + c_v$.

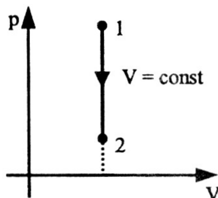
Besiplėsdamos dujos atlieka darbą prieš išorinio slėgio jėgas. Jei A' – dujų plėtimosi darbas, A – išorinių jėgų darbas, tai

$$\boxed{A' = p\Delta V,} \quad \boxed{A = -A' = -p\Delta V;}$$

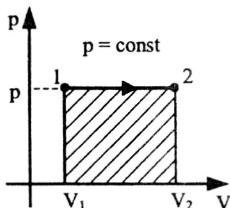
čia p – dujų slėgis, ΔV – dujų tūrio pokytis.

Grafiškai dujų plėtimosi darbas lygus plotui po termodinaminį procesą vaizduojančia kreive.

Kai procesas izochorinis, dujos nesiplečia ir darbo neatlieka: plotas po vertikalia tiese p, V diagramoje lygus nuliui.




Izobarinio dujų plėtimosi (p = const) darbo skaitinė vertė lygi stačiakampio plotui.



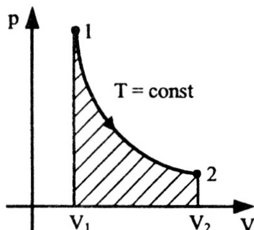

$$\boxed{A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1)}$$

Tam, kad izobariškai besiplėsdamos dujos atliktų darbą, jas reikia šildyti.

Izoterminio dujų plėtimosi (T = const) darbas:

$$A = \frac{mRT}{M} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Izoterminio dujų plėtimosi darbo skaitinė vertė lygi plotui po procesą vaizduojančia izoterme




## 4.2. PIRMASIS TERMODINAMIKOS DĖSNIS IR JO TAIKYMAS IZOPROCESAMS

**Pirmasis termodinamikos dėsnis** teigia, kad sistemos vidinės energijos pokytis, jai pereinant iš vienos termodinaminės būsenos į kitą, lygus išorinių jėgų darbo ir sistemai perduoto šilumos kiekio sumai:

$$\Delta U = A + Q.$$

Kadangi išorinių jėgų darbas lygus pačios sistemos darbui prieš tas jėgas, tik su priešingu ženklu (A' = –A), tai Q = ΔU – A, t.y.

$$Q = \Delta U + A';$$

čia A' – sistemos atliktas darbas.

Ši lygtis išreiškia **pirmąjį termodinamikos dėsnį:** sistemai perduotas šilumos kiekis suvartojamas jos vidinei energijai padidinti ir plėtimosi darbui atlikti.

Šis dėsnis yra energijos tvermės dėsnis šiluminiuose procesuose.

**Pirmojo termodinamikos dėsnio taikymas izoprocesams:**

① **Izochorinis procesas** (V= const):

$\Delta U = A + Q$; Kadangi $A = p\Delta V$, o $\Delta V = 0$, tai $A = 0$.

$$\boxed{\Delta U = Q}$$ (pirmasis termodinamikos dėsnis izochoriniam procesui.)

Sistemai suteikiamas šilumos kiekis suvartojamas sistemos vidinei energijai didinti – dujos įkaista.

② **Izoterminis tobulųjų dujų procesas** (T = const):

$Q = \Delta U + A'$; $U = const$, $\Delta U = 0$.

$$\boxed{Q = A'}$$ (pirmasis termodinamikos dėsnis izoterminiam procesui.)

Šiuo atveju visas dujoms suteiktas šilumos kiekis suvartojamas plėtimosi darbui atlikti.

③ **Izobarinis procesas** (p = const):

Kai šildomos tobulosios dujos plečiasi izobariškai, jos atlieka darbą $A' = p(V_2 - V_1)$. Šiuo atveju pirmasis termodinamikos dėsnis užrašomas taip:

$$\boxed{Q = \Delta U + A',} \text{ arba } \boxed{Q = \Delta U + p(V_2 - V_1).}$$

④ **Adiabatinis procesas** (Q = 0):

$$\boxed{\Delta U = A}$$ (pirmasis termodinamikos dėsnis adiabatiniam procesui.)

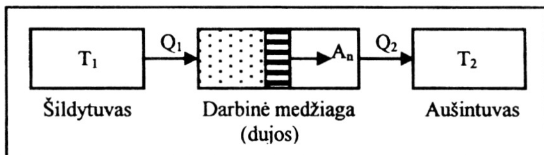
Adiabatinio proceso metu dujų sistema nesikeičia šiluma su aplinka.

## 4.3. ŠILUMINIAI VARIKLIAI. ŠILUMINIO VARIKLIO NAUDINGUMO KOEFICIENTAS

**Šiluminiu varikliu** vadinamas įrenginys, kuris kuro vidinę energiją paverčia mechanine energija. Jis sudarytas iš trijų pagrindinių

dalių: darbinės medžiagos (dujų), $T_1$ temperatūros šildytuvo ir $T_2$ temperatūros aušintuvo.

Vidaus degimo ir reaktyviojo variklio aušintuvas yra aplinkos oras. Taigi šiluminio variklio sandaros bendroji schema yra tokia:

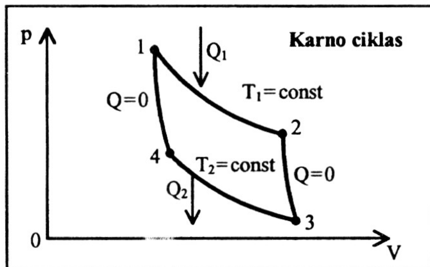



Šiluminio variklio veikimo principas yra toks:

1) darbinė medžiaga (dujos) gauna iš šildytuvo šilumos kiekį $Q_1$ ;
2) įkaitusi darbinė medžiaga (dujos) plečiasi ir kartu atlieka naudingąjį mechaninį darbą $A_n$ ;
3) išsiplėtusios dujos atvėsinamos (jos netenka šilumos kiekio $Q_2$) ir po to suslegiamos iki pradinio tūrio. Kuo mažesnį slėgimo darbą reikia atlikti, tuo naudingesnis šiluminis variklis.

Suslėgtos dujos (darbinė medžiaga) vėl gauna šilumos kiekį $Q_1$ ir t.t. – minėti procesai kartojasi. Vadinasi, šiluminis variklis veikia **cikliškai,** t.y. jo darbas susideda iš kelių nuosekliai besikeičiančių procesų.

Paprasčiausias variklio veikimo ciklas (Karno ciklas) parodytas paveiksle:



Iš šildytuvo gavusi šilumos kiekį $Q_1$, darbinė medžiaga (dujos) izotermiškai plečiasi (šį procesą atitinka ciklo dalis 1-2). Izotermiškai suspaudžiama darbinė medžiaga (dujos) atiduoda šilumos kiekį $Q_2$ šaldytuvui, kurio temperatūra $T_2 < T_1$ (šį procesą atitinka ciklo dalis 3-4).

Adiabatiniai darbinės medžiagos plėtimosi (ciklo dalis 2-3) ir suspaudimo (ciklo dalis 4-1) procesai vyksta jos vidinės energijos kitimo sąskaita, nes šilumos apykaitos su aplinka nėra $(Q = 0)$. Remiantis pirmuoju termodinamikos dėsniu, šiluminio variklio atliktas mechaninis darbas

$$\boxed{A_n = Q = Q_1 - Q_2\,;}$$

čia Q – šilumos kiekis, kurį gauna darbinė medžiaga per visą darbo ciklą, $Q_1$ – šilumos kiekis, kurį gauna darbinė medžiaga iš šildytuvo, $Q_2$ – šilumos kiekis, kurį atiduoda darbinė medžiaga šaldytuvui.

Šiluminio variklio **naudingumo koeficientas** yra variklio atlikto naudingojo mechaninio darbo $A_n$ ir iš šildytuvo gauto šilumos kiekio $Q_1$ santykis:

$$\boxed{\eta = \frac{A_n}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1};} \qquad (1)$$

čia $Q_2$ – aušintuvui atiduotas šilumos kiekis.

Šiluminio variklio naudingumo koeficientas rodo, kuri gauto šilumos kiekio dalis virsta naudingu darbu. Šiluminio variklio, kaip ir kiekvieno mechanizmo, naudingumo koeficientas visada yra mažesnis už vienetą $(\eta < 1)$.

Šiluminio variklio naudingumo koeficientas dažnai išreiškiamas procentais:

$$\boxed{\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%.}$$

Šiluminio variklio naudingumo koeficientas visada yra mažesnis už 100 % $(\eta < 100\ \%)$.

Šilumos kiekius (1) formulėje pakeitę atitinkamomis temperatūromis, gauname kitą naudingumo koeficiento skaičiavimo formulę:

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \quad \text{arba} \quad \eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%;$$

čia $T_1$ – šildytuvo temperatūra, $T_2$ – aušintuvo temperatūra.

Realiųjų šiluminių variklių naudingumo koeficientai gerokai mažesni už idealųjį.

Pavyzdžiui, mažiausias naudingumo koeficientas (12 %) yra garo mašinos, didžiausias (40-50 %) – vidaus degimo variklio. Naudingumo koeficientą galima padidinti šiais būdais:

1) didinant šildytuvo ir aušintuvo temperatūrų skirtumą. Tačiau didinti šildytuvo temperatūrą trukdo kuro degimo kameros medžiagų lydymosi temperatūra, o mažinti aušintuvo temperatūrą $T_2$ – aplinkos temperatūra;
2) gerinant kūno degimo kameros ir kitų dalių šiluminę izoliaciją;
3) mažinant judančiųjų dalių trintį;
4) gerinant kuro kokybę ir pan.

Populiariausi šiluminiai varikliai yra garo mašinos, garo ir dujų turbinos, vidaus degimo varikliai (karbiuratoriniai ir dyzeliniai), reaktyvieji varikliai, turboreaktyvieji varikliai.

Garo mašinose ir turbinose kuro energija iš pradžių paverčiama degimo produktų, vandens garų energija, o ši – mechanine. Vidaus degimo varikliuose kuras dega, ir jo vidinė energija eikvojama variklio viduje – cilindruose.

Iš visų šiluminių variklių labiausiai paplitę vidaus degimo varikliai. Jie veikia naudodami skystą kurą arba degiąsias dujas.

Paplitę ir dyzeliniai varikliai. Nuo benzininių vidaus degimo variklių iš esmės jie skiriasi tuo, kad neturi uždegimo žvakės. Cilindre suslėgtas oras įkaista iki 500-700 °C ir nuo jo savaime suspaudimo takto pabaigoje užsidega dideliu slėgiu įpurkšti į cilindrą degalai. Vidaus degimo varikliai plačiai naudojami automobiliuose, traktoriuose, motocikluose, laivuose, lėktuvuose ir kitur.

## 4.4. ANTRASIS TERMODINAMIKOS DĖSNIS

Šaltesnė sistema negali perduoti šilumos šiltesnei, kai tuo pačiu metu nekinta abi sistemos arba kūnai.

Antrasis termodinamikos dėsnis rodo gamtoje vykstančių procesų kryptį. Visi procesai gamtoje savaime vyksta tam tikra viena kryptimi ir yra negrįžtami.

Šiluma visada sklinda iš šilto kūno į šaltą, o makroskopinių kūnų mechaninė energija virsta vidine energija.

Kita antrojo termodinamikos dėsnio interpretacija gali būti tokia: negali vykti toks periodinis procesas, kurio vienintelis rezultatas – darbas, atliekamas naudojant vieno šaltinio šilumos kiekį (Kelvinas).

* * *

# III. ELEKTRODINAMIKA

## 1. ELEKTROSTATIKA

### 1.1. ELEKTROS KRŪVIS. KŪNŲ ĮELEKTRINIMAS. KRŪVIO TVERMĖS DĖSNIS

**Elektrodinamika** – mokslas apie ypatingos materijos rūšies – elektromagnetinio lauko, sukeliančio įelektrintų kūnų arba elektringųjų dalelių sąveiką, – savybes ir jų dėsningumus.

**Elektrostatika** – elektrodinamikos skyrius, kuriame nagrinėjami nejudančių elektros krūvių sąveikos dėsniai.

Dydis, apibūdinantis elektromagnetinės sąveikos intensyvumą, vadinamas **elektros krūviu**. Elektros krūvis, kaip ir masė, – viena pagrindinių elementariųjų dalelių savybių. Egzistuoja dviejų skirtingų rūšių krūviai: teigiamieji ir neigiamieji.

Elektronas ir protonas – mažiausios stabilios elektringosios dalelės: elektrono krūvis neigiamas, o protono – teigiamas. Jų krūvis absoliutine verte yra vienodas ir vadinamas **elementariuoju.** Jis žymimas raide e:

$$\boxed{1\ \text{e} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C (kulonų).}}$$

Bet kurio įelektrinto kūno krūvis q proporcingas elementariajam krūviui: $\boxed{q = ne.}$

Įprastinėmis sąlygomis makroskopiniai kūnai yra elektriškai neutralūs, nes jie sudaryti iš elektriškai neutralių atomų. Atomas yra sudarytas iš teigiamą elektros krūvį turinčio masyvaus branduolio (branduolį sudaro teigiamą elektros krūvį turinčios dalelės protonai ir neturinčios elektros krūvio dalelės – neutronai) ir aplink jį dideliu greičiu skriejančių elektronų (jau rašėme, kad elektronai turi neigiamą krūvį). Atomai yra neutralios sistemos, nes elektrono neigiamojo elektros krūvio didumas lygus protono teigiamojo elektros krūvio didumui, o visi atomai turi po vienodą skaičių protonų ir elektronų.

Elektros krūviai beveik visada perkeliami vykstant elektronų judėjimui; masyvesni teigiamai įelektrinti branduoliai beveik visuose elektriniuose reiškiniuose iš esmės nejuda. Vadinasi, jei medžiaga turi neigiamą krūvį, tai ji turi elektronų perteklių, o jei medžiagos krūvis teigiamas, joje elektronų trūksta. Bet atomų skaičius abiem atvejais nesikeičia.

Kūnui galima suteikti elektros krūvį, perkėlus į jį elektronus, esančius kito kūno atomuose, arba, priešingai, juos pašalinus. Toks krūvio suteikimo neutraliam kūnui procesas vadinamas kūno **įelektrinimu**. Kūną galima įelektrinti (sudaryti kurio nors ženklo krūvių perteklių), jį trinant, priartinant ar priglaudžiant prie jau įelektrinto kūno, veikiant šviesa (šviesa iš kai kurių medžiagų išplėšia elektronus ir dėl to medžiagą įelektrina teigiamo ženklo krūviu). Pavyzdžiui, stiklinę lazdelę patrynus šilkinio audeklo skiautele, elektronai iš stiklo pereina į šilką ir stiklinė lazdelė įsielektrina teigiamai; patrynus guminę arba ebonitinę (ebonitas – kaučiukas su dideliu kiekiu į jį įmaišytos sieros) lazdelę kailio skiautele, elektronai iš kailio pereina į gumą (arba ebonitą), ir lazdelė įsielektrina neigiamai. Taigi kūnas gali netekti krūvio, bet tuomet šį krūvį įgyja kitas kūnas.

Kūnams įsielektrinant krūviai persiskirsto, t.y. iš vieno kūno pereina į kitą (dažniausiai pereina tik elektronai), tačiau bendra jų suma nepakinta.

Tai ir nusako **krūvio tvermės dėsnis**, teigiantis, kad uždaros sistemos, į kurią iš išorės nepatenka ir iš kurios neišeina elektros krūviai, visų sąveikaujančių kūnų elektros krūvių algebrinė suma yra pastovi:

$$\boxed{q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n = \text{const};}$$

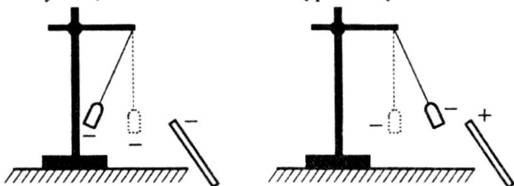
čia $q_1, q_2, \ldots q_n$ – kūnų (elektringųjų dalelių) krūviai.

Vadinasi, atsiradus ar išnykus neigiamiesiems krūviams, visada atsiranda ar išnyksta tiek pat teigiamųjų krūvių.

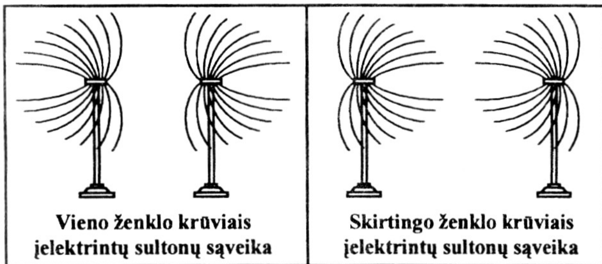
## 1.2. ELEKTROS KRŪVIŲ SĄVEIKA. KULONO DĖSNIS

Elektros krūviai sąveikauja: vienodų ženklų krūviai vienas kitą stumia, o skirtingų ženklų – traukia.

Šią krūvių savybę lengva pastebėti, atlikus paprastus bandymus. Įelektrinkime ebonitinę lazdelę neigimai (pavyzdžiui, patrynę ją kailio skiautele) ir prilieskime ją prie lengvos aliuminio folijos tūtelės, pakabintos ant šilkinio siūlo. Dalis neigiamų krūvių (elektronų) pereina į tūtelę ir ji taip pat įsielektrina neigiamai. Neigiamai įelektrintą ebonitinę lazdelę vėl priartinkime prie neigiamai įelektrintos tūtelės. Matysime, kad lazdelė stums tūtelę nuo savęs. Dabar paimkime stiklinę lazdelę ir įelektrinkime ją teigiamai (tai galima padaryti patrynus ją į šilkinio audeklo skiautelę). Teigiamai įelektrintą stiklinę lazdelę priartinkime prie neigiamai įelektrintos tūtelės. Matysime, kad lazdelė trauks tūtelę prie savęs.



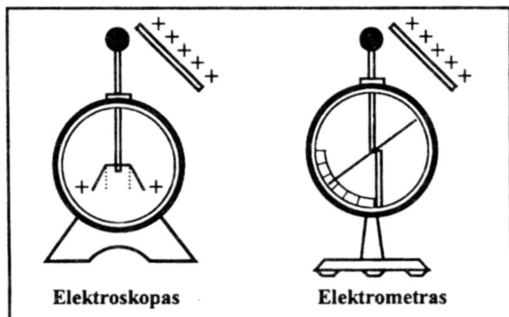

Analogiškas išvadas galime gauti stebėdami dviejų įelektrintų sultonų sąveiką:



| Vieno ženklo krūviais įelektrintų sultonų sąveika | Skirtingo ženklo krūviais įelektrintų sultonų sąveika |
|---|---|

Elektros krūviui aptikti naudojamas prietaisas, kuris vadinamas **elektroskopu**. Elektroskopą sudaro plonas metalinis strypas, kurio viename gale pakabintos dvi popieriaus juostelės arba du aliuminės folijos lapeliai. Kad nejudintų oras, lapeliai paprastai įdedami į metalinį korpusą, kurio priekinės sienelės yra stiklinės. Lapeliai įsielektrina per ploną metalinį strypą (virbą), kurio viršutiniame gale pritvirtintas metalinis rutuliukas arba plokštelė. Jei, liesdami rutuliuką įelektrinta stikline lazdele, lapelius įelektrinsime (nesvarbu, teigiamai ar neigiamai), tai dėl tarpusavio stūmos lapeliai prasiskės tam tikru kampu. Kuo didesnis krūvis, tuo didesniu kampu lapeliai išsiskiria.

Nustatyti, ar kūnas yra įelektrintas, galima ir kitu prietaisu – **elektrometru**. Jo veikimo principas yra toks pat, kaip ir elektroskopo. Pagrindinė elektrometro detalė yra prie virbo pritvirtinta lengva rodyklė, galinti laisvai sukiotis. Tiriamas kūnas priliečiamas prie virbo. Jeigu su juo sujungta rodyklė pasisuka, tai kūnas yra įelektrintas. Iš kampo tarp virbo ir rodyklės galima spręsti, padidėjo ar sumažėjo elektrometro krūvis.




Kadangi elektrometras turi sugraduotą skalę, tai pagal ją nesunkiai galime nustatyti elektros krūvio reikšmes.

Daug medžiagų (tarp jų metalai) turi įdomių savybių: jose kai kurie elektronai nėra susiję su kokiais nors atskirais atomais, o laisvai juda medžiagoje. Tokios medžiagos vadinamos **laidininkais**. Laidininkui pridėtas elektros krūvis greitai jame pasklinda. Laidininkai gerai praleidžia elektros srovę, t.y. pasižymi dideliu elektriniu laidumu. Medžiagos, kuriose elektros krūviai negali laisvai judėti, vadinamos **dielektrikais**, arba **izoliatoriais**.

Dielektrikui suteiktas elektros krūvis lieka toje pačioje vietoje. Geri dielektrikai yra stiklas, plastmasės, gintaras, ebonitas, guma, šilkas, kambario temperatūros dujos, ir kitos medžiagos.

Medžiagų skirstymas į laidininkus ir dielektrikus yra sąlyginis, nes elektrinis laidumas priklauso nuo įvairių faktorių (pavyzdžiui nuo temperatūros).

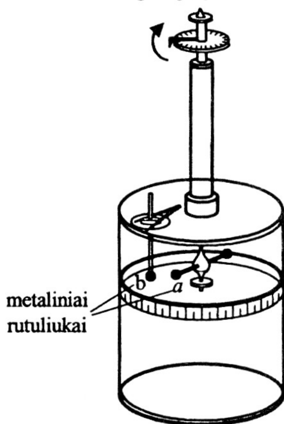
Pavyzdžiui, stiklas yra geras izoliatorius tiktai sausame ore; jei oro drėgmė yra didelė, tai stiklas tampa blogu izoliatoriumi.

* * *

Elektrostatinės sąveikos jėgos dydis priklauso nuo kūnų formos, matmenų, atstumo tarp jų, krūvių pasiskirstymo pobūdžio juose ir nuo aplinkos dielektrinių savybių. Kartais galima neatsižvelgti į įelektrintų kūnų matmenis bei formą ir laikyti, kad visas krūvis yra sutelktas viename kūno taške.

Įelektrinti kūnai, kurių matmenys palyginti su atstumu tarp jų, yra maži, vadinami **taškiniais krūviais**. Pavyzdžiui, taškiniais krūviais galima laikyti du įelektrintus pakankamai mažus metalinius rutuliukus (rutuliukų matmenys yra maži, palyginti su atstumu tarp jų). 1785 m. prancūzų fizikas Šarlis Ogiustenas de Kulonas, naudodamasis jautriomis sukamosiomis svarstyklėmis, panašiomis į tas, kurias naudojo Kevendišas gravitacijos konstantai nustatyti, nuodugniai ištyrė elektrostatines jėgas.

Kulonas nagrinėjo įelektrintų metalinių rutuliukų *a* ir b sąveiką.




**Kulono sukamosios svarstyklės**

Taškinių krūvių sąveikos jėgos dydį nusako **Kulono dėsnis**, kuris teigia, kad vakuume esančių nejudančių taškinių elektros krūvių elektrostatinės sąveikos jėgos dydis tiesiog proporcingas krūvių $q_1$ ir $q_2$ absoliutinių verčių sandaugai ir atvirkščiai proporcingas atstumo r tarp krūvių kvadratui, t.y.

$$F_{vak.} = k\frac{q_1 q_2}{r^2};$$

čia k – proporcingumo koeficientas.

Taip parašytas Kulono dėsnis tinka ir tolygiai įelektrintiems rutuliams, kai r – atstumas tarp jų centrų.

**Proporcingumo koeficientas:**

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2};$$

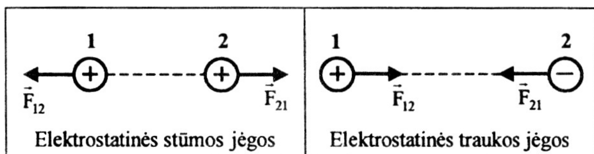
čia $\varepsilon_0$ – **elektrinė konstanta:**

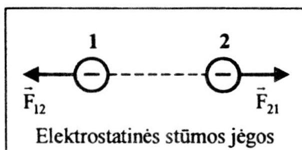
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{C}{N\cdot m^2}.$$

Krūvio vienetas – **kulonas.** 1 kulonas (1C) – krūvis, pratekantis per 1 s laidininko skerspjūviu, kai srovės stiprumas yra 1 A; $1C = 1A\cdot 1s$

Nejudančių elektros krūvių sąveika vadinama **elektrostatine** arba **Kulono** sąveika.

Krūvių elektrostatinės sąveikos jėga F nukreipta išilgai tiesės, jungiančios įelektrintus kūnus. Kai krūvių ženklai vienodi, ji veikia kaip stūmos jėga, o kai ženklai skirtingi – kaip traukos jėga.




Elektrostatinės sąveikos jėgoms, kaip ir visuotinės traukos (gravitacinėms) jėgoms galioja trečiasis Niutono dėsnis: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Kai taškiniai krūviai yra vienalyčiame dielektrike, jų sąveikos jėga yra $\varepsilon$ (epsilon) kartų mažesnė už jų sąveikos jėgą vakuume, t.y.

$$F_{apl} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2};$$

čia $\varepsilon$ – aplinkos santykinė dielektrinė skvarba.

Taigi aplinkos santykinė dielektrinė skvarba

$$\varepsilon = \frac{F_{vak}}{F_{apl}};$$

čia $F_{vak}$ – taškinių krūvių sąveikos jėga vakuume,

$F_{apl}$ – taškinių krūvių sąveikos jėga kurioje nors aplinkoje (terpėje).

Kadangi aplinkos dielektrinė skvarba visada didesnė už vienetą $(\varepsilon > 1)$, tai taškinių krūvių sąveikos jėga dielektrike yra mažesnė už tų pačių taškinių krūvių sąveikos jėgą vakuume.

## 1.3. ELEKTRINIS LAUKAS IR JO STIPRIS. LAUKŲ SUPERPOZICIJOS PRINCIPAS

Nejudantis elektros krūvis sukuria apie save **elektrinį lauką** ir pakeičia aplinkos savybes. Elektrinis laukas yra ypatinga materijos forma. Nejudančių elektros krūvių sukurtas elektrinis laukas vadinamas **elektrostatiniu lauku**. Pagrindinė elektrinio lauko savybė – veikti į jį įneštus krūvius tam tikra jėga, kuri vadinama **Kulono jėga**. Vadinasi, elektrinį lauką apibūdina jame esantį kitą krūvį veikiančios jėgos.

Pagrindinė elektrostatinio lauko charakteristika yra **lauko stipris**. Elektrinio lauko stipris yra vektorinis fizikinis dydis (žymimas $\vec{E}$), lygus jėgos $\vec{F}$, veikiančios tam tikrame lauko taške esantį nejudantį taškinį krūvį q ir to krūvio modulio santykiui:

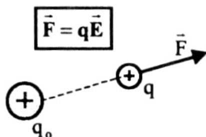
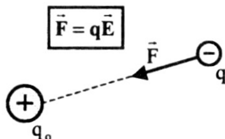
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}.$$

Jo skaitinė vertė lygi jėgai, kuria elektrinis laukas veikia į jį įneštą nejudantį vienetinį (1 C) teigiamą taškinį krūvį. Laikoma, kad šis bandomasis vienetinis krūvis nepakeičia nagrinėjamojo elektrinio lauko savybių, o jo paties elektrinis laukas neegzistuoja.

SI sistemoje elektrinio lauko stiprio matavimo vienetas yra $1\frac{N}{C}$ arba $1\frac{V}{m}$, t.y. $1\frac{N}{C} = 1\frac{V}{m}$.

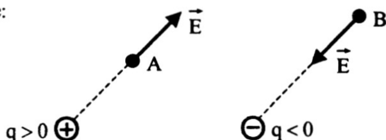
**Pavyzdys.** Yra žinoma, kad elektrinio lauko stipris duotajame lauko taške $5\frac{N}{C}$. Tai reiškia, kad duotajame lauko taške esantį nejudantį 1 C taškinį krūvį elektrinis laukas veikia 5 N dydžio jėga.

Kadangi elektrinio lauko stipris $\vec{E}$ yra vektorinis dydis, tai jis nusakomas ne tik savo dydžiu (moduliu), bet ir kryptimi. Elektrinio lauko stiprio vektoriaus $\vec{E}$ kryptis sutampa su bandomąjį krūvį q veikiančios jėgos $\vec{F}$ kryptimi. Pakeitus krūvio q ženklą, pakinta ir jėgos $\vec{F}$ kryptis.

| **Bandomasis teigiamas taškinis krūvis q yra teigiamo taškinio krūvio $q_0$ sukurtame elektriniame lauke** | **Bandomasis neigiamas taškinis krūvis q yra teigiamo taškinio krūvio $q_0$ sukurtame elektriniame lauke** |
|---|---|
|   |   |
| **Jėga $\vec{F}$ veikia išilgai tiesės, jungiančios krūvius $q_0$ ir q ir nukreipta nuo krūvio $q_0$.** | **Jėga $\vec{F}$ veikia išilgai tiesės, jungiančios krūvius $q_0$ ir q ir nukreipta į krūvį $q_0$.** |

Elektrostatinio lauko stipris kiekviename elektrinio lauko taške nepriklauso nei nuo krūvio q dydžio, nei nuo jo ženklo ir laikomas krūvio $q_0$ sukurto elektrinio lauko **jėgine charakteristika**. Elektrinio lauko stipris apibūdina krūvius veikiančias jėgas. Elektrinio lauko stiprio vektorius $\vec{E}$ bet kuriame elektrinio lauko taške nukreiptas išilgai tiesės, jungiančios tą tašką ir krūvį, be to, jeigu taškinis krūvis yra teigiamas $(q > 0)$, tai vektorius $\vec{E}$ nukreiptas nuo krūvio, o jei krūvis neigiamas $(q < 0)$, tai vektorius $\vec{E}$ nukreiptas link krūvio:

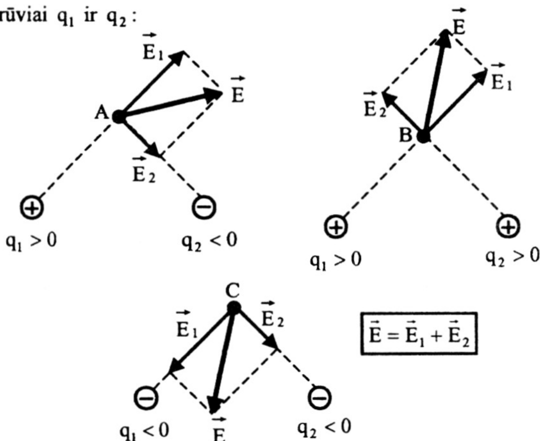
Elektrinio lauko stiprio vektoriaus $\vec{E}$ kryptis pavaizduota paveiksle:




**Laukų superpozicijos principas.** Jei kuriame nors erdvės taške elektrinį lauką sukuria keli krūviai, tai atstojamojo elektrinio lauko stipris yra lygus atskirų krūvių sukurtų elektrinių laukų stiprių vektorinei arba jų projekcijų algebrinei sumai:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ... + \vec{E}_n.$$

Paveiksle pavaizduotas atvejas, kad elektrinį lauką sukuria du krūviai $q_1$ ir $q_2$:

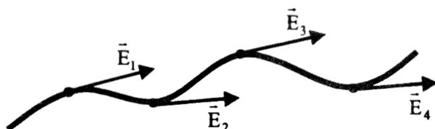



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Šį principą ypač patogu taikyti netaškiniams krūviams, juos mintyse išsklaidžius į taškinius ir sumuojant jų atitinkamas komponentes.

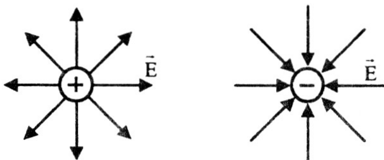
## 1.4. ELEKTRINIO LAUKO JĖGŲ LINIJOS. VIENALYTIS LAUKAS

Elektrostatinį lauką galima pavaizduoti grafiškai. Tam brėžiamos vektoriaus $\vec{E}$, arba **jėgų linijos.** Jėgų linija vadinama tokia įsivaizduojama linija, kurios liestinė bet kuriame linijos taške sutampa su vektoriaus $\vec{E}$ kryptimi jame.



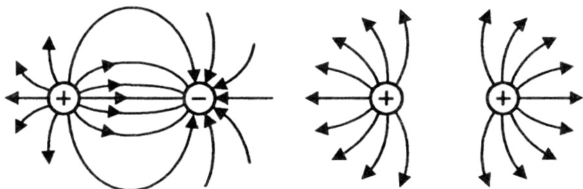

Elektrinio lauko linijos **nėra uždaros,** t.y. jų pradžia ir pabaiga nėra vienas ir tas pats taškas. Elektrinio lauko jėgų linijos prasideda teigiamuose krūviuose ir baigiasi neigiamuose.

Jeigu elektrinį lauką kuria vienas taškinis krūvis, tai tokio elektrinio lauko jėgų linijos pavaizduotos šiame paveiksle:




Pirmuoju atveju jėgų linijos prasideda teigiamajame krūvyje ir nueina į begalybę, o antruoju atveju prasideda begalybėje ir sueina į neigiamąjį krūvį.

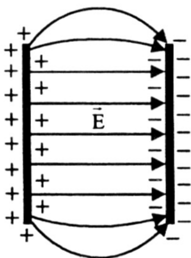
Sąveikaujančių vienaženklių arba priešingų ženklų elektros krūvių elektrinis laukas vaizduojamas taip:




Prisiminkime, kad vienodų ženklų krūviai stumia vienas kitą, o priešingų ženklų – traukia.

Elektrinio lauko jėgų linijos nesikerta, nes vektorius $\vec{E}$ bet kuriame lauko taške nukreiptos viena kryptimi. Kur linijos tankesnės, ten laukas stipresnis.

Elektrinis laukas, kurio jėgų linijos lygiagrečios ir vienodo tankio, vadinamos **vienalyčiu** elektriniu lauku. Vienalyčio elektrinio lauko stipris visuose erdvės taškuose yra vienodas, t.y. vienodi elektrinio lauko stiprio modulis ir kryptis: $\vec{E} = \text{const}$ . Toks laukas yra sukuriamas, pavyzdžiui, tarp dviejų skirtingo ženklo krūviu tolygiai įelektrintų metalinių plokščių.




Lauko stipris $\vec{E}$ tarp plokščių lygus kiekvienos plokštės sukurtų laukų stiprių sumai:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 .$$

## 1.5. TAŠKINIO KRŪVIO SUKURTO ELEKTRINIO LAUKO STIPRIS. TOLYGIAI ĮELEKTRINTOS SFEROS IR BEGALINĖS PLOKŠTUMOS SUKURTO ELEKTRINIO LAUKO STIPRIS

Taškinio krūvio $q_o$ sukurto elektrinio lauko stipris vakuume tiesiog proporcingas krūviui ir atvirkščiai proporcingas atstumo r nuo krūvio iki nagrinėjamo lauko taško kvadratui:

$$E = k\frac{q_o}{r^2}.$$

Šią išraišką galima gauti naudojantis Kulono dėsniu bei elektrinio lauko stiprio apibrėžimu. Iš tikrųjų, jei į taškinio elektros krūvio $q_o$ sukuriamą lauką įnešime kitą taškinį krūvį q, tai elektrinis laukas veiks į jį įneštą krūvį jėga (Kulono jėga), kurios modulis lygus

$$F = k\frac{|q_o|\cdot|q|}{r^2}.$$

Pagal elektrinio lauko stiprio apibrėžimą:

$$E = \frac{F}{|q|} = k\cdot\frac{|q_o|\cdot|q|}{r^2\cdot|q|} = k\frac{|q_o|}{r^2}.$$

Elektrinio lauko stipris aplinkoje $E_{apl}$ yra $\varepsilon$ kartų mažesnis už lauko stiprį vakuume $E_{vak}$. Kai taškinis krūvis $q_o$ yra aplinkoje, tai jo sukurto elektrinio lauko stipris atstumu r nuo krūvio skaičiuojamas pagal formulę:

$$E_{apl} = k\frac{q}{\varepsilon r^2};$$

čia $\varepsilon$ – aplinkos dielektrinė skvarba: $\varepsilon = \dfrac{E_{vak}}{E_{apl}} > 1$.

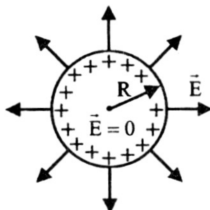
Parašyta lygtis netinka taškui $r = 0$, nes jo atžvilgiu taškinis krūvis jau ne taškinis.

Tolygiai įelektrinta R spindulio sfera arba rutulys sukuria elektrostatinį lauką, kurio stipris atstumu $r \geq R$ (čia R – sferos arba rutulio spindulys) apskaičiuojamas pagal formulę:

$$E = k\frac{\sigma 4\pi R^2}{r^2}; \quad \text{arba} \quad E = k\frac{q}{r^2};$$

čia $\sigma$ – **paviršinio krūvio tankis:**

$$\sigma = \frac{q}{S}; \quad [\sigma] = 1\frac{C}{m^2},$$

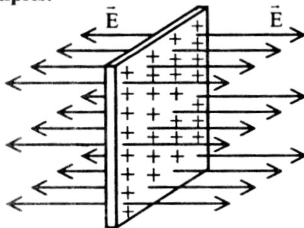



S – sferos (rutulio) paviršiaus plotas,

$S = 4\pi R^2$.

Kai $r < R$, tai $E = 0$, t.y. elektrinio lauko stipris įelektrintos sferos ar rutulio viduje lygus nuliui.

**Įelektrintos begalinės plokštumos, esančios vakuume, elektrinio lauko stipris:**



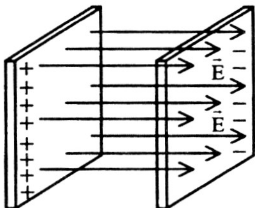

$$E = k2\pi\sigma, \quad \text{arba} \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0};$$

čia $\sigma$ – paviršinio krūvio tankis: $\sigma = \frac{q}{S}$,

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, \quad \varepsilon_0 \text{ – elektrinė konstanta.}$$

Elektrinio lauko jėgų linijos statmenos plokštumai ir nukreiptos nuo plokštumos, jeigu plokštuma įelektrinta teigiamai; jeigu plokštuma įelektrinta neigiamai, tai elektrinio lauko jėgų linijos nukreiptos į plokštumą.

Elektrinio lauko, sukuriamo tarp dviejų skirtingo ženklo krūviais įelektrintų plokščių (elektrinio lauko tarp plokščiojo kondensatoriaus plokščių) stipris:




$$E = E_1 + E_2 = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}, \quad \text{arba} \quad E = k4\pi|\sigma|;$$

čia $E_1$ – pirmos plokštės elektrinio lauko stipris, $E_2$ – antros plokštės elektrinio lauko stipris.

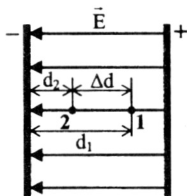
Matome, kad elektrinio lauko, esančio tarp dviejų įelektrintų plokščių, stipris nepriklauso nuo atstumo tarp plokščių.

## 1.6. ELEKTROSTATINIO LAUKO JĖGŲ DARBAS. KRŪVIO POTENCINĖ ENERGIJA

Nagrinėsime taškinio krūvio judėjimą vienalyčiame elektrostatiniame lauke.

Sakykime, teigiamas taškinis krūvis q yra $\vec{E}$ stiprio vienalyčiame elektrostatiniame lauke, esančiame tarp dviejų priešingo ženklo krūviais įelektrintų plokščių. Šis laukas veikia krūvį q pastovia jėga, kurios modulis lygus $F = qE$ ; čia E – vienalyčio elektrostatinio lauko

stipris. Šios jėgos veikiamas krūvis pasislenka iš lauko taško 1 į tašką 2.



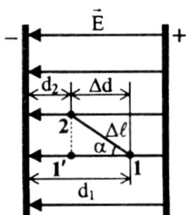

Pažymėkime: $d_1$ – atstumą nuo pradinės krūvio padėties (taško 1) iki neigiamai įelektrintos plokštės, $d_2$ – atstumą nuo galinės krūvio padėties (taško 2) iki neigiamai įelektrintos plokštės. Tada krūvio poslinkis $S = \Delta d = d_1 - d_2$. Darbas, kurį atlieka elektrostatinio lauko jėgos, perkeldamos elektriniame lauke esantį krūvį q išilgai elektrinio lauko jėgų linijų iš vieno lauko taško į kitą, lygus:

$$\boxed{A = F \cdot \Delta d = qE\Delta d = qE\Delta d = qE(d_1 - d_2).}$$

Kadangi $d_1 > d_2$, tai $A > 0$.

Pasikeitus judėjimo krypčiai elektrinio lauko jėgų darbas, kaip ir sunkio jėgų darbas mechanikoje, keičia ženklą priešingu.

Čia aprašėme atvejį, kai krūvis juda išilgai elektrinio lauko jėgų linijų, t.y. pradinis ir galinis krūvio trajektorijos taškai (1 ir 2) yra išsidėstę ant vienos ir tos pačios jėgų linijos.




Dabar apskaičiuosime darbą, kurį atlieka vienalyčio elektrostatinio lauko jėgos, perkeldamos teigiamą taškinį krūvį q iš taško 1 į tašką 2, kai šie taškai nepriklauso vienai kuriai nors jėgų linijai. Šiuo atveju krūvio poslinkis $\Delta \ell$ sudaro nelygų nuliui kampą $\alpha$ su elektrinio lauko jėgų linijomis ir elektrinio lauko jėgų darbas, perkeliant krūvį iš lauko taško 1 į tašką 2, randamas taip:

$$A = F \cdot \Delta\ell \cdot \cos\alpha ;$$

čia $\alpha$ kampas tarp elektrinio lauko stiprio vektoriaus $\vec{E}$ ir krūvio poslinkio $\Delta \ell$.

Iš paveikslo matyti, kad $\Delta \ell \cdot \cos\alpha = d_1 - d_2 = \Delta d$. Todėl $A = qE(d_1 - d_2) = qE \cdot \Delta d$.

Vadinasi, darbas atlieka elektrinio lauko jėgos, perkeldamos iš vieno lauko taško į kitą, nepriklauso nuo krūvio judėjimo trajektorijos. Šis darbas priklauso tik nuo krūvio judėjimo trajektorijos pradinio ir galinio taškų atstumų iki neigiamai įelektrintos plokštės skirtumo.

Pastebėkime, kad elektrostatinio lauko jėgos perkeldamos krūvį statmenai lauko jėgų linijoms, darbo neatlieka $(A = 0)$.

Bendru atveju elektrostatinio lauko jėgų darbą, perkeliant krūvį iš taško 1 į tašką 2, galime skaičiuoti kaip darbų, kuriuos atlieka šios jėgos kelio ruožuose $1 \to 1'$ ir $1' \to 2$ (žr. paveikslą), sumai, t.y.

$A = A_{1,1'} + A_{1',2} = A_{1,1'} = qE\Delta d$, nes $A_{1',2} = 0$ (krūvio poslinkis statmenas lauko jėgų linijoms).

Darbas, kurį atlieka elektrostatinio lauko jėgos, perkeldamos krūvį bet kuria uždara trajektorija, lygus nuliui. Jeigu darbas nepriklauso nuo trajektorijos formos, tai jis lygus potencinės energijos pokyčiui su priešingu ženklu, t.y.

$$A = qE(d_1 - d_2) = qEd_1 - qEd_2 =$$
$$= W_{p1} - W_{p2} = -(W_{p2} - W_{p1}) = -\Delta W_p;$$

čia $W_{p1} = qEd_1$ – krūvio **potencinė energija** pradiniame trajektorijos taške, $W_{p2} = qEd_2$ – krūvio potencinė energija galiniame trajektorijos taške

Taigi elektrostatinio lauko jėgų darbas lygus krūvio potencinės energijos pokyčiui su minuso ženklu:

$$A = -\left(W_{p2} - W_{p1}\right) = -\Delta W_p\,.$$

Dydis $W_p = qEd$ vadinamas **krūvio potencine energija**.

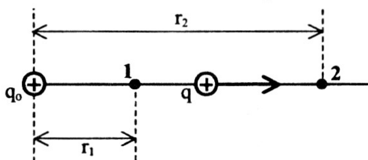
Kai teigiamas krūvis q perkeliamas iš vieno taško į kitą lauko jėgų linijų kryptimi, jo potencinė energija sumažėja. Kai krūvis q yra nevienalyčiame kito taškinio krūvio $q_o$ elektrostatiniame lauke, jo potencinė energija lygi

$$W_p = k\frac{q_o \cdot q}{\varepsilon r}\,;$$ čia r – atstumas tarp krūvių.

Ši potencinė energija dar vadinama dviejų **taškinių krūvių sąveikos potencine energija**.

Kai $q_o$ ir q ženklai vienodi, tai $W_p > 0$. Kuo mažesnis atstumas r tarp krūvių, tuo didesnė jų sąveikos potencinė energija.

Kai $q_o$ ir q ženklai priešingi, tai $W_p < 0$.




Tada krūvio perkėlimo darbas

$$A_{1,2} = \frac{kq_o \cdot q}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right);$$

čia $k = 9 \cdot 10^9\,\frac{N \cdot m^2}{C^2}$, $r_1$ ir $r_2$ – krūvio q judėjimo trajektorijos pradinio ir galinio taško atstumai iki krūvio $q_o$.

Pateiksime analogiją tarp elektrinio lauko jėgų darbo bei krūvio potencinės energijos elektrostatikoje ir sunkio jėgos darbo bei kūno potencinės energijos mechanikoje:

| Elektrinis laukas | Gravitacijos laukas |
|---|---|
| − + $d_1$ $\vec{F}=q\vec{E}$ +q 2 1 $d_2$ $\Delta d$ | 1 m $m\vec{g}$ 2 $h_1$ $h_2$ $\vec{g}$ |
| $\vec{F}=q\vec{E}$; | $\vec{F}=m\vec{g}$; |
| $A=qE(d_1-d_2)$; | $A=mg(h_1-h_2)$; |
| $A=-(qEd_2-qEd_1)$; | $A=-(mgh_2-mgh_1)$; |
| $A=-(W_{p2}-W_{p1})$; | $A=-(E_{p2}-E_{p1})$; |
| $W_p=qEd$; | $E_p=mgh$; |
| $E=k\dfrac{q_o}{\varepsilon r^2}$. | $g=G\dfrac{M}{R^2}$. |

## 1.7. POTENCIALAS IR POTENCIALŲ SKIRTUMAS (ĮTAMPA)

Krūvio potencinė energija elektrostatiniame lauke proporcinga krūviui. Vadinasi, potencinės energijos ir krūvio santykis nepriklauso nuo lauke esančio krūvio. Taigi galime įvesti naują kiekybinę elektrostatinio lauko charakteristiką – **potencialą.**

**Elektrostatinio lauko potencialas** yra fizikinis dydis, lygus krūvio potencinės energijos ir to krūvio santykiui:

$$\boxed{\varphi=\frac{W_p}{q}.}$$

Potencialas – skaliarinis dydis. Tai energetinė elektrinio lauko charakteristika. Krūvio potencinė energija lygi:

$$W_p = q \cdot \varphi.$$

Vartojant potencialo sąvoką, krūvio perkėlimo darbą, kurį atlieka elektrostatinio lauko jėgos, galima išreikšti **potencialų skirtumu**:

$$A_{1,2} = -(W_{p2} - W_{p1}) = -(q\varphi_2 - q\varphi_1) = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

t.y. elektrostatinių jėgų darbas lygus perkeliamo krūvio ir potencialų skirtumo sandaugai. Taigi potencialų skirtumo sandaugai. Taigi potencialų skirtumo skaitinė vertė lygi darbui, kurį atlieka elektrostatinio lauko jėgos, perkeldamos teigiamą vienetinį (1 C) krūvį iš vieno lauko taško į kitą.

Vadinasi, ir potencialo skaitinė vertė lygi darbui, kurį atlieka elektrostatinės stūmos ar traukos jėgos, stumdamos ar traukdamos vienetinį krūvį iš duoto lauko taško į begalybę arba atvirkščiai:

$$\varphi_1 = \frac{A_{1,\infty}}{q}.$$

Krūvio q judėjimo trajektorijos pradinio ir galinio taškų potencialų skirtumas $\varphi_1 - \varphi_2$ dar vadinamas **įtampa** ir žymimas raide U:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2;$$

čia $\varphi_1$ – krūvio judėjimo trajektorijos pradinio taško potencialas,

$\varphi_2$ – krūvio judėjimo trajektorijos galinio taško potencialas.

Krūvio perkėlimo darbas $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot U$.

Potencialo pokytis $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -U$;

iš čia įtampa $U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi$.

Kadangi $A = qU$, tai dviejų elektrinio lauko taškų potencialų skirtumas (įtampa) lygus lauko darbo, atliekamo perkeliant krūvį iš pradinio taško į galinį, ir to krūvio santykiui:

$$\boxed{U = \frac{A}{q}.}$$

Potencialų skirtumo (įtampos) vienetas SI sistemoje – voltas (V):

$$[U] = 1V = 1\frac{J}{C}.$$

Dviejų lauko taškų potencialų skirtumas lygus 1 V, kai, perkeliant 1 C krūvį iš vieno taško į kitą, elektrinis laukas atlieka 1 J darbą.

Taškinio krūvio $q_o$ sukurto elektrostatinio lauko potencialas, kai laukas nėra vienalytis skaičiuojamas pagal formulę:

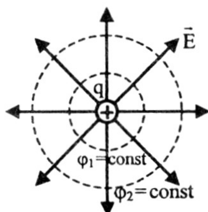
$$\boxed{\varphi = k\frac{q_o}{\varepsilon r};}$$

čia $\varepsilon$ – aplinkos dielektrinė skvarba.
$r$ – atstumas nuo krūvio iki lauko taško, kurio potencialo ieškome.

$\varphi$ artėja prie 0, kai $r$ artėja į begalybę.

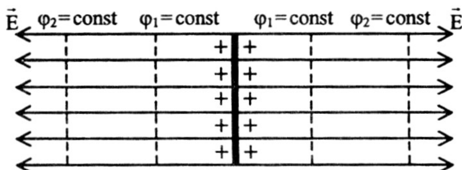
Kai $q_o > 0$, tai $\varphi > 0$.

Kai $q_o < 0$, tai $\varphi < 0$.




Vienodo potencialo taškų geometrinė vieta vadinama **ekvipotencialiniu paviršiumi**. Taškinio krūvio elektrostatinio lauko ekvipotencialiniai paviršiai yra koncentrinės sferos (žr. paveikslą). Jos statmenos elektrostatinio lauko jėgų linijoms.

Plokštumoje tolygiai pasiskirsčiusio krūvio ekvipotencialiniai paviršiai yra plokštumos, statmenos elektrostatinio lauko jėgų linijoms.




Elektrostatinio lauko jėgų darbas perkeliant krūvį ekvipotencialiniu paviršiumi lygus nuliai.

Elektrostatinių jėgų darbas uždara trajektorija taip pat lygus nuliui, nes $\varphi_{prad} = \varphi_{gal}$.

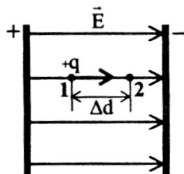
Krūvių sistemos $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$ sukurto elektrostatinio lauko potencialas bet kuriame lauko taške lygus atskirų laukų potencialų šiame taške algebrinei sumai:

$$\boxed{\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots + \varphi_n,}$$

Ši lygybė yra laukų superpozicijos principo išdava.

## 1.8. ELEKTROSTATINIO LAUKO STIPRIO IR POTENCIALŲ SKIRTUMO RYŠYS

Abi elektrostatinio lauko charakteristikos – lauko stipris E ir potencialų skirtumas $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – tarpusavy susijusios. Nustatysime šį ryšį. Tarkime, kad teigiamas krūvis q vienalyčiame elektrostatiniame lauke pasislenka išilgai lauko linijos iš taško 1 į tašką 2. Krūvį veikia jėgas, kurios modulis lygus $F = qE$. Elektrostatinis laukas (tiksliau, elektrostatinio lauko jėga F) atlieka darbą (atkarpoje $1 \to 2$):




$$A = q \cdot E \cdot \Delta d,$$

čia $\Delta d$ – atstumas tarp krūvio judėjimo trajektorijos pradinio ir galinio taškų.

Šį darbą galime išreikšti potencialų skirtumu tarp taškų 1 ir 2:

$$A = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot U .$$

Palyginę abi darbo išraiškas, gauname lygybę:

$$qE\Delta d = qU \text{ , t.y. } \boxed{E\Delta d = U \text{ ,}} \text{ arba}$$

$$\boxed{E = \frac{U}{\Delta d} .}$$

Ši lygybė ir nusako ryšį tarp elektrostatinio lauko stiprio E ir įtampos U. Iš šios išraiškos matome, kad mažesnį potencialo pokytį kelio atkarpoje $\Delta d$, atitinka mažesnis elektrostatinio lauko stipris. Vadinasi, iš potencialų skirtumo (įtampos) tarp dviejų elektrostatinio lauko taškų dydžio galima spręsti apie lauko stiprį.

Elektrostatinio lauko stipris lygus nuliui $(E = 0)$, jeigu potencialas nekinta $(U = 0, \ \varphi_1 = \varphi_2)$.

Perkeldamas teigiamą krūvį išilgai elektrostatinio lauko jėgų linijos, elektrostatinis laukas atlieka teigiamą darbą $A > 0$, todėl potencialas $\varphi_1$ didesnis už potencialą $\varphi_2$, t.y. $\varphi_1 > \varphi_2$. Tai reiškia, kad elektrostatinio lauko stiprio vektorius $\vec{E}$ nukreiptas potencialo mažėjimo kryptimi.

Jeigu laukas nevienalytis $(E \neq \text{const})$, tai nagrinėjamasis sąryšis tarp elektrostatinio lauko stiprio E ir įtampos tokiam laukui negalioja.

Remiantis sąryšiu $E = \dfrac{U}{\Delta d}$, galime įvesti elektrinio lauko stiprio E matavimo vienetą: SI sistemoje šis vienetas yra $\dfrac{V}{m}$. Jeigu

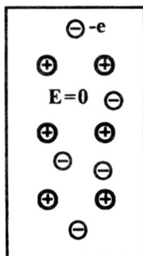
potencialų skirtumas tarp dviejų elektrostatinio lauko taškų, nutolusių vienas nuo kito 1m atstumu, lygus 1 V, tai tokio lauko stipris lygus vienetui. Elektrinio lauko stipris E taip pat matuojamas ir $\frac{N}{C}$. Šie matavimo vienetai yra lygūs:

$$1\frac{V}{m}=1\frac{J}{C}\cdot\frac{1}{m}=1\frac{N\cdot m}{C}\cdot\frac{1}{m}=1\frac{N}{C}.$$

## 1.9. LAIDININKAI ELEKTRINIAME LAUKE

**Laidininkais** vadinamos medžiagos, kuriose elektros krūviai gali laisvai ir kryptingai judėti. Tai metalai, druskų ir rūgščių vandeniniai tirpalai, jonizuotos dujos ir kt. Metaluose visada yra laisvųjų krūvio nešėjų – elektronų. Jie vadinami **laidumo elektronais.**

Kol išorinio elektrostatinio lauko nėra, tol laisvieji elektronai juda chaotiškai (netvarkingai). Laidininko viduje elektrostatinio lauko nėra $(E=0)$, nes laisvųjų elektronų ir teigiamųjų jonų sukurti mikroskopiniai elektriniai laukai kompensuoja vienas kitą.

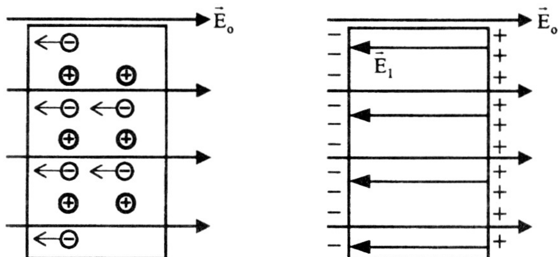



**Kai laidininkas (metalinė plokštelė) nėra patalpintas į išorinį elektrinį lauką, tai laidininko viduje elektrinio lauko nėra (E=0).**

Įnešus laidininką į elektrinį lauką, kurio stipris yra $\vec{E}_0$, laisvieji elektronai pradeda tvarkingai judėti priešinga lauko stiprumo linijoms kryptimi, ir laidininko paviršius AB (žr. paveikslą) įsielektrina

neigiamai, o paviršius CD – teigiamai (į paviršių AB atėjo elektronai, o iš paviršiaus CD išėjo elektronai). Laidininko viduje atsiranda vidinis elektrinis laukas, kurio stiprio vektorius $\vec{E}_1$ nukreiptas priešinga kryptimi, negu išorinio elektrinio lauko stiprio vektoriaus $\vec{E}_0$. Todėl atstojamojo elektrinio lauko stipris

$$\boxed{E = E_0 - E_1\,.}$$

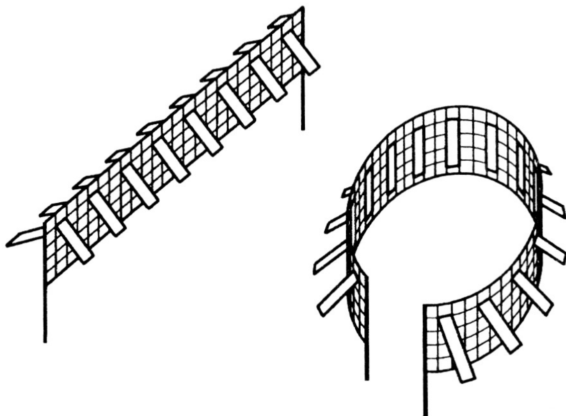



Kai $E_1$ tampa lygus $E_0$, likusieji laisvieji elektronai juda tik chaotiškai. Vadinasi, laidininko viduje laisvieji krūviai pasiskirsto taip, kad atstojamojo lauko stiprumas būtų lygus nuliui $(E = 0)$. Skirtingų ženklų krūvių persiskirstymas laidininke, patalpintame į išorinį elektrinį lauką, vadinamas **elektrostatine indukcija**.

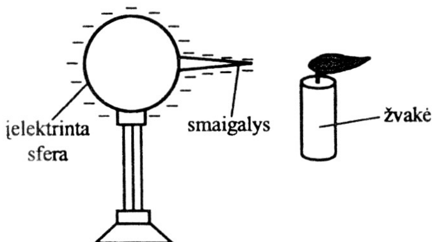
Įelektrinto laidininko viduje elektrinio lauko nėra: pertekliniai krūviai išsidėsto jo paviršiuje. Dėl to įelektrinto laidininko paviršius yra ekvipotencialinis. Kaip rodo bandymai, įelektrintame laidininke krūviai išsidėsto ne visame laidininko tūryje, o tiktai laidininko išoriniame paviršiuje. Tuo galima įsitikinti įelektrinus metalinį tinklelį, kurio abiejose pusėse priklijuotos popieriaus juostelės; abiejose tinklelio pusėse juostelės prasiskleidžia tam tikru kampu, nes

juostelės įsielektrina to paties ženklo krūviu, kaip ir tinklelio paviršius vienodo ženklo krūviai stumia vienas kitą.

Jeigu tinklelį sulenksime į žiedą, tai žiedo vidinėje pusėje esantys lapeliai prisiglaus prie tinklelio, o išorinėje pusėje esantys lapeliai prasiskleis dar didesniu kampu. Vadinasi, visi krūviai perėjo į išorinį tinklelio paviršių. Svarbu pabrėžti, kad erdvės dalyje, kurią riboja vidinis žiedo paviršius elektrinio lauko nėra $(E = 0)$, nepriklausomai nuo išorinio elektrinio lauko, kuriame yra pats laidininkas (tinklelis), stiprio ir paties laidininko krūvio. Tai ir yra **elektrostatinės apsaugos principas.** Jis formuluojamas taip: **metaliniu gaubtu apgaubto prietaiso išorinis elektrinis laukas neveikia.**



Lauko stipris šalia įelektrinto laidininko paviršiaus didesnis ten, kur paviršius kreivesnis. Ypač jis stiprus ties smaigaliais, nuo kurių nutekėdami, elektros krūviai sukelia elektrinį vėją arba jonizuoja dujas.



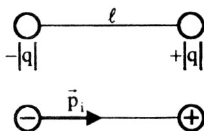

**Veikiama elektrinio vėjo žvakės liepsna nukrypsta į šoną.**

## 1.10. DIELEKTRIKAI ELEKTRINIAME LAUKE. MEDŽIAGOS DIELEKTRINĖ SKVARBA

**Dielektrikais** vadinamos medžiagos, kurios blogai praleidžia elektros srovę. Tai nejonizuotos dujos, kai kurie skysčiai (pavyzdžiui, distiliuotas vanduo) ir kietieji kūnai (pavyzdžiui, stiklas). Dielektrike nėra laisvųjų krūvių nešėjų. Jo atomų valentiniai elektronai tvirtai susieti su branduoliais. Dielektrikų atomai ir molekulės yra elektriškai neutralios. Pagal molekulių sandarą dielektrikai skirstomi į **polinius** ir **nepolinius.**

Poliniais vadinami dielektrikai, kurių molekulių teigiamų krūvių (protonų) ir neigiamų krūvių (elektronų) pasiskirstymo centrai nesutampa. Tokia, pavyzdžiui yra vandens molekulė. Polines molekules galima apytiksliai nagrinėti kaip elektrinius dipolius.

**Elektrinį dipolį** sudaro du skirtingų ženklų ir vienodų modulių taškiniai krūviai, esantys $\ell$ atstumu vienas nuo kito.



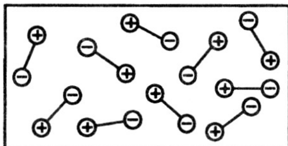

Pagrindinė elektrinio dipolio charakteristika yra jo **dipolinis elektrinis momentas** (žymimas $p_i$). Tai vektorinis dydis, kurio skaitinė vertė lygi krūvio q ir atstumo $\ell$ sandaugai, t.y.

$p_i = q \cdot \ell$;

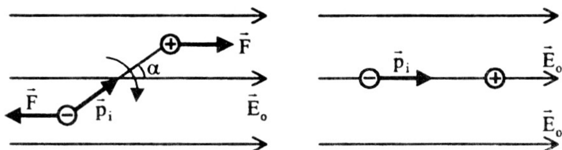
čia q – teigiamas (arba jam lygus neigiamas) molekulės krūvis, $\ell$ – atstumas tarp krūvių.

Vektoriaus $\vec{p}_i$ kryptimi laikoma kryptis nuo neigiamo krūvio (–q) link teigiamojo krūvio (+q).

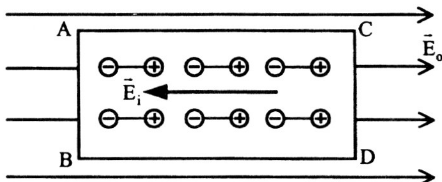
Kol dielektrikas yra ne elektrostatiniame lauke, jo natūralūs dipoliai dėl chaotiško judėjimo išsidėstę netvarkingai, ir bendras dipolinis elektrinis momentas lygus nuliui.



Jeigu dielektriką įnešime į vienalytį išorinį elektrinį lauką, kurio stipris $\vec{E}_0$, tai kiekvieną dipolį veiks Kulono (elektrostatinių) jėgų $\vec{F} = |q| \cdot E$ dvejetas. Šių jėgų moduliai lygūs, o kryptys priešingos. Šios jėgos sukuria jėgų momentą (tiksliau, sukamąjį momentą $M = p_i \cdot E_0 \cdot \sin\alpha$, kur $\alpha$ – kampas tarp vektorių $\vec{E}_0$ ir $\vec{p}_i$), kuris stengiasi pasukti dipolį taip, kad jo ašis būtų nukreipta išilgai išorinio elektrinio lauko jėgų linijų, t.y. dipolinio elektrinio momento vektorius $\vec{p}_i$ būtų vienakryptis su išorinio elektrinio lauko stiprio vektoriumi $\vec{E}_0$ (žr. paveikslą).



Teigiamieji krūviai pasislenka elektrinio lauko jėgų linijų kryptimi, o neigiamieji – į priešingą pusę. Taigi stipriame elektriniame lauke visi dipoliai išsirikiuoja išilgai lauko jėgų linijų (žr. paveikslą).




Šiluminis judėjimas trukdo tokiai dipolių orientacijai.

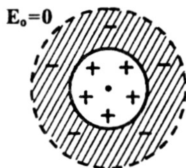
Sakoma, kad dielektrikas **poliarizuojasi**. Dielektriko paviršiuose AB ir CD atsiradę elektros krūviai vadinami **surištaisiais**, nes jie priklauso molekulėms. Surištieji krūviai sukuria savąjį elektrinį lauką, kurio stipris yra $\vec{E}_i$. Savojo elektrinio lauko stiprio vektoriaus $\vec{E}_i$ kryptis priešinga išorinio lauko krypčiai. Todėl dielektriko elektrostatinio lauko stiprumas yra $\varepsilon$ kartų mažesnis negu vakuumo:

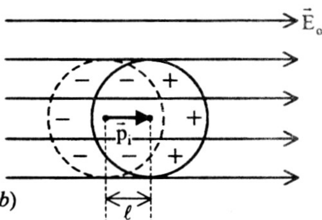
$$E = \frac{E_o}{\varepsilon}$$

Dydis $\varepsilon$ vadinamas **terpės (aplinkos) dielektrine skvarba.**

* * *

Panagrinėkime nepolinius dielektrikus. Nepoliniu vadinamas dielektrikas, kurio molekulių arba atomų teigiamųjų ir neigiamųjų krūvių centrai sutampa (žr. paveikslą *a*). Nepoliniai dielektrikai yra, pavyzdžiui, inertinės dujos, vandenilis, benzolas ir kt.

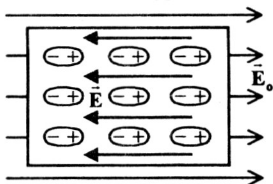


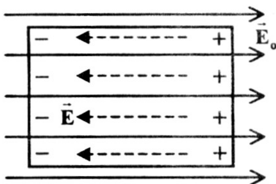




Kai išorinio elektrinio lauko nėra, tai nepolinio dielektriko molekulės dipolinis elektrinis momentas lygus nuliui $(\ell = 0 \Rightarrow p_i = 0)$. Kai toks dielektrikas yra išoriniame elektriniame lauke, kurio stipris $\vec{E}_0$, tai molekulių teigiamųjų ir neigiamųjų krūvių centrai pasislenka išilgai elektrinio lauko stiprio linijų į priešingas puses ir molekulės tampa panašios į dipolius (žr. paveikslą b).

Šis krūvių centrų poslinkis tuo didesnis, kuo stipresnis išorinis elektrinis laukas. Poslinkį tarp teigiamųjų ir neigiamųjų krūvių centrų pažymėjus raide $\ell$, galima apskaičiuoti dipolinį elektrinį momentą, kurio modulis $p_i = q \cdot \ell$.

Dėl nepolinio dielektriko poliarizacijos išoriniame elektrostatiniame lauke, dielektriko paviršiuose AB ir CD (kaip ir polinio dielektriko atveju) atsiranda surištieji krūviai, sukuriantys savąjį elektrinį lauką, kurio stipris yra $\vec{E}$, o kryptis priešinga išorinio elektrinio lauko krypčiai.



Todėl nepolinio dielektriko viduje esančio savojo elektrinio lauko stipris $\bar{E}$ yra $\varepsilon$ kartų mažesnis negu vakuumo, t.y.

$$\boxed{E = \frac{E_o}{\varepsilon}}.$$

Jau rašėme, kad dydis $\varepsilon$ vadinamas **terpės (aplinkos) dielektrine skvarba.**

Pavyzdžiui, oro dielektrinė skvarba lygi 1,00026; kambario temperatūros vandens – 81; gumos – 3.

## 1.11. ELEKTRINĖ TALPA. KONDENSATORIAI

Kuo didesnis laidininko krūvis, tuo didesnis ir jo potencialas. Krūvio ir potencialo santykis yra pastovus dydis. Šis fizikinis dydis vadinamas **laidininko elektrine talpa** ir žymimas raide C. Taigi

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi};}$$

čia $\varphi$ – laidininko potencialas, tiesiog proporcingas laidininko krūviui q.

Elektrinės talpos skaitinė vertė lygi krūviui, kurį gavusio laidininko potencialas pakinta vienu voltu (1 V). Laidininko elektrinė talpa priklauso nuo jo formos, matmenų ir aplinkos santykinės dielektrinės skvarbos, bet nepriklauso nuo laidininko medžiagos ir jo agregatinės būsenos. Pavyzdžiui, rutulio, kurio spindulys lygus R, ir esančio vienalytėje aplinkoje (aplinkos dielektrinė skvarba $\varepsilon$), talpa tiesiog proporcinga spinduliui R ir apskaičiuojama pagal formulę

$$\boxed{C_{rut} = \frac{\varepsilon R}{k};} \quad \text{čia } k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \text{ – konstanta.}$$

Elektrinės talpos vienetas – **faradas (F)**. Tai talpa laidininko, kurio potencialas pakinta 1 V, laidininkui gavus 1 C krūvį: $1\,F = \frac{1\,C}{1\,V}$.

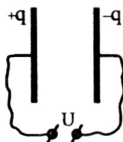
Praktikoje dažnai naudojami daliniai elektrinės talpos vienetai: $1\mu F = 10^{-6}$ F (1 mikrofaradas), $1nF = 10^{-9}$ F (1 nanofaradas) ir $1\ pF = 10^{-12}$ F (1 pikofaradas).

Pavyzdžiui, Žemės rutulio elektrinė talpa yra apie $700\ \mu F$.

Praktikoje dažniausiai kalbama ne apie vieno kurio nors laidininko talpą, o apie laidininkų sistemos elektrinę talpą. Sakykime, turime du laidininkus (pavyzdžiui, dvi lygiagrečias metalines plokštes), įelektrintus vienodo modulio, bet priešingų ženklų krūviais (vieno + q, kito − q). Tarp laidininkų susidaro potencialų skirtumas (įtampa): $U = \varphi_1 - \varphi_2$.

Dviejų laidininkų **elektrine talpa** vadinamas vieno laidininko krūvio ir to laidininko bei gretimojo potencialų skirtumo (įtampos) santykis:

$$\boxed{C = \frac{q}{U},} \quad q > 0$$




Taigi dviejų laidininkų elektrinė talpa yra fizikinis dydis, apibūdinantis jų gebėjimą kaupti elektros krūvį.

Įtampa U tarp dviejų laidininkų proporcinga laidininkų elektros krūviui. Kuo lėčiau didėja įtampa tarp laidininkų, didinant jų krūvį, tuo didesnį krūvį galima juose sukaupti.

Dideliems įvairių rūšių elektros krūvio kiekiams sukaupti naudojami **kondensatoriai**. Kondensatoriumi vadinama dviejų ar kelių laidininkų (elektrodų) sistema, perskirta dielektriko sluoksniu, kurio storis mažas, palyginti su laidininko matmenimis. Laidininkai įelektrinami vienodo dydžio, bet priešingų ženklų krūviais. Jei kondensatorių sudaro du elektrodai, tai kondensatoriaus elektrinės

talpos skaitinė vertė lygi jo elektrodų krūvio q ir potencialų skirtumo santykiui:

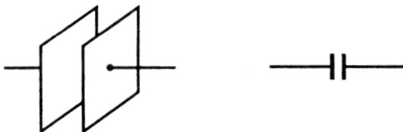
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Ji priklauso nuo kondensatoriaus elektrodų formos, matmenų ir tarpą užpildančio dielektriko savybių.

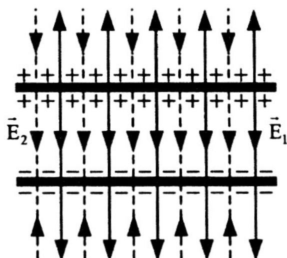
Pagal elektrodų formą kondensatoriai skirstomi į plokščiuosius, cilindrinius ir sferinius. Laidininkai turi būti išsidėstę vienas kito atžvilgiu taip, kad šių laidininkų sukurtas elektrinis laukas būtų sutelktas tarp jų. Norint kondensatorių įkrauti, reikia jo elektrodus prijungti prie srovės šaltinio gnybtų arba vieną elektrodą įelektrinti kurio nors ženklo krūviu, o kitą elektrodą įžeminti. Tada įžemintas elektrodas įsielektrins priešingo ženklo krūviu, negu pirmasis elektrodas, be to, šio krūvio modulis bus lygus pirmojo elektrodo krūvio moduliui. Taip atsitinka dėl to, kad į Žemę nuteka to ženklo krūvis, kuriuo buvo įelektrintas pirmasis elektrodas.

Laikoma, kad kondensatoriaus krūvis lygus vieno elektrodo krūvio moduliui. Jeigu įelektrinto kondensatoriaus elektrodus sujungsime laidininku, tai elektros krūviai pereis šiuo laidininku iš vieno kondensatoriaus elektrodo į kitą ir neutralizuos vieni kitus. To pasekoje kondensatorius išsikraus.

**Plokščiojo kondensatoriaus** elektrodai – dvi lygiagrečios plokštės, įelektrintos vienodo modulio, bet priešingų ženklų krūviais. Tarpas užpildytas dielektriku. Paveiksle pavaizduotas plokščiasis kondensatorius ir jo žymėjimo sutartinis ženklas elektrinėse schemose:



Kondensatoriaus plokščių krūviai yra priešingų ženklų (vienas $+q$, kitas $-q$), todėl erdvėje už kondensatoriaus plokščių (kondensatoriaus išorėje) elektrinio lauko stipris lygus nuliui, nes skirtingų ženklų, bet vienodo modulio krūviai ten sukuria elektrinius laukus, kurių stiprių moduliai lygūs, o stiprių vektorių kryptys priešingos. Todėl įkrauto kondensatoriaus visas elektrinis laukas sukoncentruotas erdvėje tarp jo elektrodų. Vadinasi, kondensatoriaus talpa nepriklauso nuo aplinkos, kurioje jis yra, savybių. Remiantis laukų superpozicijos principu, jei vienos plokštės sukuriamo elektrinio lauko stipris yra $\vec{E}_1$, o kitos plokštės sukuriamo lauko stipris yra $\vec{E}_2$, tai elektrinio lauko, esančio tarp kondensatoriaus plokščių, stipris lygus

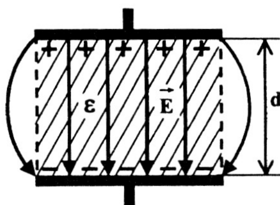



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 .$$

Kadangi kondensatoriaus viduje vektorių $\vec{E}_1$ ir $\vec{E}_2$ kryptys sutampa, tai moduliais ši lygybė užrašoma taip:

$$E = E_1 + E_2 .$$

Kadangi kondensatoriaus plokščių krūvių moduliai lygūs (tik ženklai priešingi), tai plokščių sukuriamų elektrinių laukų stipriai $E_1$ ir $E_2$ yra lygūs $(E_1 = E_2)$. Tada $\boxed{E = 2E_1}$. Išvesime formulę plokščiojo kondensatoriaus talpai skaičiuoti. Sakykime, kondensatoriaus kiekvienos plokštės plotas yra S, o atstumas tarp plokščių lygus d.



Laikysime, kad abi kondensatoriaus plokštės yra įelektrintos tolygiai, t.y. kiekvienam plokštės ploto vienetui tenka vienodas krūvis. Jei paviršinis krūvių tankis $\sigma = \frac{q}{S}$, tai vienos kondensatoriaus plokštės sukuriamo elektrinio lauko stipris lygus:

$$E_1 = k \cdot 2\pi \cdot \sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0\varepsilon S}.$$

Tada elektrinio lauko, kurį sukuria abi kondensatoriaus plokštės, stipris lygus

$$E = 2E_1 = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon S}.$$

Vienalyčio elektrinio lauko stipris E ir potencialų skirtumas (įtampa) tarp plokščių U yra susiję lygybe

$$E = \frac{U}{d}\text{; iš čia } U = E \cdot d.$$

Tada plokščiojo kondensatoriaus talpa

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{E \cdot d} = \frac{q \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{q \cdot d} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}\text{, t.y.}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d};}$$

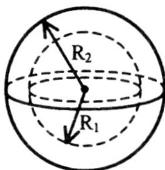
čia S – kondensatoriaus vienos plokštės plotas, d – atstumas tarp plokščių, $\varepsilon$ – dielektrinė skvarba, $\varepsilon_0$ – elektrinė konstanta $\left(\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C}{N \cdot m^2}\right)$.

Iš šios formulės matom, kad plokščiojo kondensatoriaus talpa priklauso nuo plokščių ploto, atstumo tarp jų, o taip pat nuo medžiagos, užpildančios erdvę tarp kondensatoriaus plokščių dielektrinės skvarbos. Tačiau elektrinė talpa nepriklauso nuo

laidininkų medžiagos, plokščių krūvio ir potencialų skirtumo. Turėdamas mažus matmenis, kondensatorius gali turėti didelę elektrinę talpą.

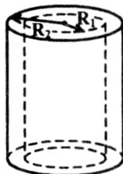
Sferinio kondensatoriaus elektrodai yra dvi koncentrinės sferos, t.y. sferos, kurių centrai sutampa. Jei vienos sferos spindulys lygus $R_1$, o kitos – $R_2$ $(R_2 > R_1)$, tai sferinio kondensatoriaus elektrinė talpa apskaičiuojama pagal formulę

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$




Ritininio kondensatoriaus elektrinė talpa lygi:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon\ell}{\ell_n\left(\frac{R_2}{R_1}\right)},$$

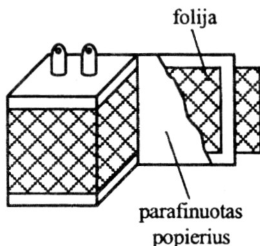



čia $R_2$, $R_1$ – išorinio ir vidinio ritinių spinduliai, $\ell$ – ritinių aukštis.

Kondensatoriai skiriasi savo sandara. Techninių kondensatorių metaliniai elektrodai paprastai yra plonos folijos juostelės, atskirtos viena nuo kitos dielektriko sluoksniu. Pavyzdžiui, techninį popierinį kondensatorių sudaro dvi metalinės folijos (aliuminio arba staniolio) juostelės, kurios izoliuotos viena nuo kitos ir nuo metalinio korpuso popierinėmis juostomis, prisotintomis parafino. Folijos juostelės ir parafinuoto popieriaus juostos standžiai susukamos į ruloną ir patalpinamos į metalinį korpusą.

**Elektrolitinio kondensatoriaus** dielektrikas yra labai plona oksidų plėvelė, uždengianti folijos juostą (vieną iš kondensatoriaus elektrodų). Kitas elektrodas yra elektrolito prisotintas popierius. Tokių

kondensatorių talpa žymiai padidėja nes tarpą tarp elektrodų pavyksta sumažinti iki minimumo.




**Popierinio kondensatoriaus sandara**

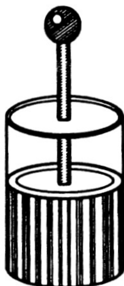


**Elektrolitinis kondensatorius**

Radiotechnikoje plačiai naudojami **kintamos talpos kondensatoriai.** Tokį kondensatorių sudaro dvi metalinių plokštelių sistemos. Dielektrikas yra oras. Jų žymėjimas schemose parodytas paveiksle. Sukant rankenėlę, vienos sistemos plokštelės įeina į tarpą tarp kitos sistemos plokštelių. Taip keičiama kondensatoriaus talpa, proporcingai persidengiančios plokštelių dalies plotui.



Pats seniausias kondensatoriaus tipas yra „leideno stiklinė". Šis kondensatorius buvo sukonstruotas XVIII a. viduryje Leideno mieste. Jį sudaro stiklinis indas, kurio viduje įtaisytas metalinis strypas. Indo vidus ir išorė apklijuoti metaline folija: taip gaminami vidinis ir išorinis elektrodai. Metalinis strypas yra sujungtas su vidiniu elektrodu. Norėdami įkrauti kondensatorių, jį laikome rankoje, paėmę už išorinio elektrodo (išorinės folijos), o strypui suteikiame elektros krūvį, priliesdami prie jo kokį nors įelektrintą kūną.

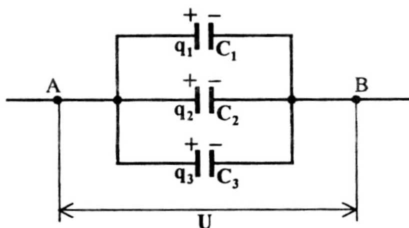



Kondensatoriai turi vieną svarbią savybę: jie gali kaupti elektros krūvius ilgesnį ar trumpesnį laiką, o išsikraudami atiduoti juos elektros grandinei akimirksniu ir taip sukurti stiprios elektros srovės impulsus. Ši kondensatoriaus savybė pritaikoma lempose – blykstėse, plačiai naudojamose fotografijoje.

Plačiausiai kondensatoriai naudojami radiotechnikoje.

Praktikoje dažnai iš atskirų kondensatorių sudaromos kondensatorių baterijos. Kondensatoriai į baterijas jungiami dvejopai.

① **Lygiagrečiai**, kai norima elektrinę talpą padidinti. Sakykime, turime tris lygiagrečiai sujungtus kondensatorius, kurių elektrinės talpos yra $C_1$, $C_2$ ir $C_3$, o krūviai atitinkamai $q_1$, $q_2$ ir $q_3$.



Visų kondensatorių potencialų skirtumai vienodi ir lygūs $\Delta \varphi_{AB} = U$, o baterijos krūvis lygus visų kondensatorių krūvių sumai:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 .$$

Kadangi $q = C \cdot U$, $q_1 = C_1 \cdot U$, $q_2 = C_2 \cdot U$ ir $q_3 = C_3 \cdot U$, tai gauname lygybę

$$C \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U \text{, arba}$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 ;} \quad \text{čia } C > C_1, C > C_2, C > C_3.$$

Taigi lygiagrečiai sujungtų kondensatorių baterijos elektrinė talpa lygi atskirų kondensatorių elektrinių talpų sumai.

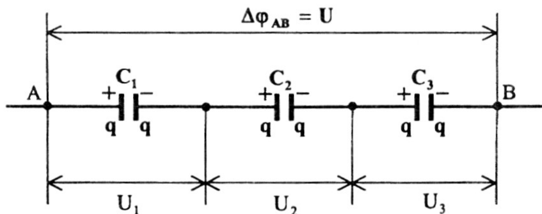
Bendru atveju, kai bateriją sudaro n lygiagrečiai sujungtų kondensatorių, kurių elektrinės talpos yra $C_1$, $C_2$, ..., $C_n$, tai tokios baterijos elektrinė talpa

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + ... + C_n ;} \quad \text{čia } n = 2, 3, 4, ...$$

Jei bateriją sudaro n lygiagrečiai sujungtų vienodos talpos kondensatorių, t.y. $C_1 = C_2 = ... = C_n$, tai tokios baterijos elektrinė talpa: $\boxed{C = C_1 \cdot n .}$

② **Nuosekliai,** kai norima elektrinę talpą sumažinti ar išvengti kondensatoriaus pramušimo.

Sakykime, turime tris nuosekliai sujungtus kondensatorius, kurių elektrinės talpos yra $C_1$, $C_2$ ir $C_3$.



Šiuo atveju visų kondensatorių krūviai vienodi. Todėl baterijos krūvis lygus vieno kondensatoriaus krūviui q. Potencialų skirtumas (įtampa) tarp taškų A ir B randamas taip:

$$\Delta \varphi_{AB} = U = U_1 + U_2 + U_3 .$$

Bet $U = \frac{q}{C}$, $U_1 = \frac{q}{C_1}$, $U_2 = \frac{q}{C_2}$, $U_3 = \frac{q}{C_3}$, todėl

$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$, arba

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3};} \quad \text{čia } C < \min\{C_1, C_2, C_3\}.$$

Taigi nuosekliai sujungtų kondensatorių baterijos elektrinė talpa lygi bateriją sudarančių atskirų kondensatorių atvirkštinių elektrinių talpų sumai.

Bendru atveju, jei bateriją sudaro n nuosekliai sujungtų kondensatorių, kurių talpos yra $C_1$, $C_2$, ..., $C_n$, tai tokios baterijos elektrinė talpa apskaičiuojama pagal formulę:

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n};} \quad \text{čia } n = 2, 3, 4, ...$$

Jei bateriją sudaro n nuosekliai sujungtų vienodos talpos kondensatorių, t.y. $C_1 = C_2 = ... = C_n$, tai tokios baterijos elektrinė talpa:

$$\boxed{C = \frac{C_1}{n}.}$$

Įkrautas plokščiasis kondensatorius turi potencinės energijos

$$\boxed{W_p = qE_1 d = q\frac{E}{2}d,}$$

čia d – atstumas tarp plokščių, q – kondensatoriaus krūvis, E – elektrinio lauko, esančio tarp kondensatoriaus plokščių, stipris.

Kadangi $E = \frac{U}{d}$, tai $E \cdot d = U$.

Vadinasi, įkrauto kondensatoriaus potencinė energija lygi:

$$W_p = \frac{qU}{2}.$$

Prisiminkime, kad kondensatoriaus talpa $C = \frac{q}{U}$, todėl formulę kondensatoriaus energijai skaičiuoti galime perrašyti taip:

$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Tarp plokščiojo kondensatoriaus plokščių esančio elektrinio lauko energiją galima išreikšti elektrinio lauko stipriu. Įtampa tarp kondensatoriaus plokščių $U = E \cdot d$, o plokščiojo kondensatoriaus talpa $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Įrašykime šias išraiškas į plokščiojo kondensatoriaus energijos skaičiavimo formulę $W_p = \frac{CU^2}{2}$. Gausime:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot V;$$

čia $W_p$ – elektrinio lauko, esančio tarp kondensatoriaus plokščių, energija, $\varepsilon_0$ – elektrinė konstanta, $\varepsilon$ – aplinkos dielektrinė skvarba, d – atstumas tarp kondensatoriaus plokščių, S – kondensatoriaus plokščių plotas, V – elektrinio lauko užimamas tūris (erdvės tarp kondensatoriaus plokščių tūris), E – elektrinio lauko stipris.

Taigi vienalyčio elektrinio lauko, sutelkto tūrio V erdvėje, energija skaičiuojama pagal formulę:

$$W_p = \frac{\varepsilon_o \cdot \varepsilon \cdot E^2}{2} \cdot V.$$

**Elektrinio lauko energijos tankis,** t.y. energija tenkanti lauko tūrio vienetui, randama taip:

$$\varpi_p = \frac{W_p}{V}, \quad \text{t.y.} \quad \varpi_p = \frac{\varepsilon_o \cdot \varepsilon \cdot E^2}{2}.$$

Pagal šią formulę apskaičiuojamas bet kokio (ir nevienalyčio) elektrinio lauko energijos tankis.

# 2. NUOLATINĖ ELEKTROS SROVĖ

## 2.1. ELEKTROS SROVĖ. JOS ATSIRADIMO SĄLYGOS. ELEKTROVAROS JĖGA

**Elektros srovė** – kryptingas (tvarkingas) elektros krūvį turinčių dalelių (krūvininkų) judėjimas.

**Srovės tekėjimo kryptimi** laikoma teigiamą elektros krūvį turinčių dalelių judėjimo kryptis.

**Sąlygos elektros srovei atsirasti:**

1) medžiagoje turi būti laisvų elektringųjų dalelių (metalų krūvininkai yra elektronai, elektrolitų – jonai, dujų – jonai ir elektronai, puslaidininkių – elektronai ir skylės);

2) laidininkų viduje turi egzistuoti elektrinis laukas, priverčiantis krūvininkus judėti kryptingai.

Kad elektros srovė laidininku tekėtų ilgą laiką (nenutrūktų), laidininko viduje reikia palaikyti pastovų elektrostatinį lauką. Šį lauką uždaroje elektros srovės grandinėje palaiko į ją įjungtas srovės šaltinis, sukuriantis pastovų potencialų skirtumą išorinės grandinės galuose. Plačiau panagrinėkime elektros krūvių judėjimą srovės šaltinyje (vidinėje grandinės dalyje). Pasirodo, kad srovės šaltinio viduje laisvuosius elektros krūvius be elektrostatinės kilmės jėgų

(Kulono jėgų) dar veikia vadinamosios **pašalinės jėgos**, kurių kryptis priešinga elektrostatinės sąveikos jėgų krypčiai. Pašalinės jėgos priverčia judėti elektringąsias daleles kryptimi, priešinga elektrostatinio lauko jėgų veikimo krypčiai. Taigi krūvių elektrostatinės sąveikos jėgos priverčia skirtingo ženklo krūvius susijungti, o pašalinės jėgos šaltinio viduje juos atskiria ir palaiko tarp jų pastovų potencialų skirtumą, o tuo pačiu ir srovę.

Pašalinės jėgos veikia krūvius tik elektros srovės šaltinio viduje (vidinėje elektros grandinės dalyje); išorinėje grandinės dalyje krūvius priverčia judėti elektrostatinės kilmės jėga (Kulono jėga).

Pašalinės jėgos atsiranda galvaniniuose elementuose, akumuliatoriuose, elektros srovės generatoriaus apvijoje, fotoelementuose ir kitur. Pašalinių jėgų prigimtis taip pat yra skirtinga: pavyzdžiui, galvaniniuose elementuose ir akumuliatoriuose – cheminė, generatoriuose – magnetinė.

Pašalinių jėgų poveikis apibūdinamas **elektrovaros jėga (evj).** Elektrovaros jėga lygi pašalinių jėgų darbo $A_{paš}$, atliekamo perkeliant krūvį q uždara grandine, ir to krūvio modulio santykiui:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{A_{paš}}{q}.}$$

Elektrovaros jėga – specifinis darbas, t.y. darbas perkeliant vienetinį teigiamąjį krūvį. EVJ – skaliarinis dydis, kuris gali būti tiek teigimas, tiek ir neigiamas. EVJ ženklas priklauso nuo elektros srovės krypties grandinėje ir nuo grandinės apėjimo krypties. Elektrovaros jėgos vienetas yra voltas (kaip ir potencialų skirtumo bei įtampos):

$$[\varepsilon] = 1\ \text{V} = 1\frac{\text{J}}{\text{C}}.$$

Kai elektros srovės grandinė atvira, šaltinio evj lygi potencialų skirtumui tarp jo gnybtų: $\varepsilon = \varphi_1 - \varphi_2 = U$.

## 2.2. ELEKTROS SROVĖS STIPRIS IR TANKIS

**Srovės stipris** lygus krūvio $\Delta q$, pratekančio laidininko skerspjūviu per laiko tarpą $\Delta t$, ir to laiko tarpo santykiui:

$$\boxed{I = \frac{\Delta q}{\Delta t};}$$

Srovės stiprio vienetas – **amperas**. Jo skaitinė vertė lygi 1 C krūviui, pratekančiam per 1 sekundę laidininko skerspjūviu.

Kai srovės stipris ir tekėjimo kryptis laikui bėgant nekinta, srovė vadinama **nuolatine.**

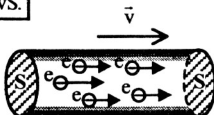
**Elektros srovės laidininke stipris:**

$$\boxed{I = q_o nvS;}$$

čia $q_o$ – vienos elektringosios dalelės (krūvio nešėjos) krūvis, n – elektringųjų dalelių koncentracija (jų skaičius tūrio vienete), v – elektringųjų dalelių kryptingo judėjimo greitis, S – laidininko skerspjūvio plotas.

Elektros srovė metaluose – kryptingas laisvųjų elektronų judėjimas, todėl $q_o = e$ – elektrono krūvis ir elektros srovės metaluose stipris:

$$\boxed{I = envS.}$$




**Kryptingo elektronų judėjimo laidininke greitis:**

$$\boxed{v = \frac{I}{enS};}$$

čia e – elektrono krūvis.

Srovės stiprio ir laidininko skerspjūvio ploto santykis vadinamas elektros **srovės tankiu**:

$$j = \frac{I}{S} = env;$$ Srovės tankio vienetas $\frac{A}{m^2}$.

## 2.3. LAIDININKO ELEKTRINĖ VARŽA

Medžiagos dalelės kliudo elektringoms dalelėms (metaluose elektronams) kryptingai judėti. Medžiagos savybė – mažinti tvarkingo elektringųjų dalelių judėjimo greitį – vadinama **medžiagos elektrine varža R. Laidininko elektrinė varža R** tiesiog proporcinga laidininko ilgiui, atvirkščiai proporcinga jo skerspjūvio plotui ir priklauso nuo laidininko medžiagos.

$$R = \rho\frac{\ell}{S};$$

čia ρ – laidininko medžiagos **savitoji, arba specifinė varža,** $\ell$ – laidininko ilgis, S – laidininko skerspjūvio plotas.

Varžos vienetas yra **omas (Ω).** 1 Ω varžą turi laidininkas, kuriuo teka 1 A stiprumo elektros srovė, sukurianti jo galuose 1 V potencialų skirtumą.

Iš laidininko varžos skaičiavimo formulės matyti, kad savitoji varža

$$\rho = \frac{R \cdot S}{\ell}.$$

Remiantis šia lygybe, nesunku sužinoti savitosios varžos matavimo vienetą:

$$[\rho] = \frac{1\,\Omega \cdot 1\,m^2}{1\,m} = 1\,\Omega \cdot m$$

Savitosios varžos skaitinė vertė lygi varžai laidininko, kurio ilgis $\ell = 1\,m$, o skerspjūvio plotas $S = 1\,m^2$.

Praktikoje įvairių laidininkų (ypač vielų) skerspjūvio plotą patogiau išreikšti kvadratiniais milimetrais, o ilgį – metrais. Todėl dažniau vartojamas toks savitosios varžos matavimo vienetas $[\rho] = 1\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$.

Savitoji (specifinė) varža apibūdina laidininko varžos priklausomybę nuo medžiagos. Įvairių medžiagų savitoji varža pateikiama lentelėse.

Dydis $\boxed{\lambda = \frac{1}{R},}$ vadinamas medžiagos **elektriniu laidumu**.

Elektrinio laidumo vienetas yra **simensas (S):**

$[\lambda] = \frac{1}{\Omega} = 1\,S$ (simensas).

Dydis $\sigma = \frac{1}{\rho}$ vadinamas laidininko **savituoju (specifiniu) elektriniu laidumu.** Jo vienetas – simensas metrui $\left(\frac{S}{m}\right)$:

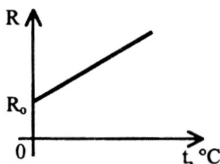
$[\sigma] = 1\frac{S}{m}$.

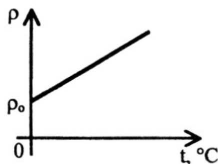
Laidininko varžos (taip pat ir medžiagos savitosios varžos) priklausomybė nuo temperatūros išreiškiama lygybe:

$$\boxed{R = R_o(1 + \alpha\, t);} \qquad \boxed{\rho = \rho_o(1 + \alpha\, t);}$$

čia $R(\rho)$ – laidininko varža (savitoji varža) prie temperatūros t,
$R_o(\rho_o)$ – laidininko varža (savitoji varža) esant 0° C temperatūrai.

Laidininko varžos ir savitosios varžos priklausomybės nuo temperatūros grafikai:



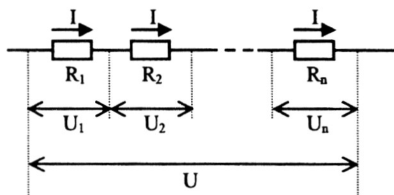




α – **temperatūrinis varžos koeficientas**; grynųjų metalų

$$\alpha = \frac{1}{273} K^{-1}.$$

Laidininkai elektrinėse grandinėse jungiami **nuosekliai** ir **lygiagrečiai.**

## 2.4. NUOSEKLUSIS LAIDININKŲ JUNGIMAS




Kai laidininkai sujungti nuosekliai, grandinės srovės stipris, įtampa ir varža apskaičiuojami remiantis šiomis taisyklėmis.

**I taisyklė:** kiekvienoje nuosekliai sujungtų laidininkų grandinės dalyje srovės stipris yra vienodas:

$$I_1 = I_2 = ... = I_n = I.$$

**II taisyklė:** grandinės dalies įtampa lygi atskirų dalių įtampų sumai:

$$U = U_1 + U_2 + ... + U_n.$$

**III taisyklė:** laidininkams suteikta įtampa yra tiesiogiai proporcinga tų laidininkų varžai:

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2} \text{ arba } \frac{U_2}{U_3}=\frac{R_2}{R_3}, \text{ arba} \ldots .}$$

**IV taisyklė:** grandinės dalies pilnutinė varža lygi atskirų dalių varžų sumai:

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n .}$$

Sujungus nuosekliai n vienodų laidininkų, pilnutinė grandinės dalies varža $\boxed{R = R_1 \cdot n ,}$ o bendra įtampa $\boxed{U = U_1 \cdot n .}$

**Pastaba.** Jei vienas iš nuosekliai į grandinę įjungtų laidininkų pakeičiamas kitu, turinčiu kitokią varžą, tai pasikeičia ir visų tos grandinės dalių įtampa.

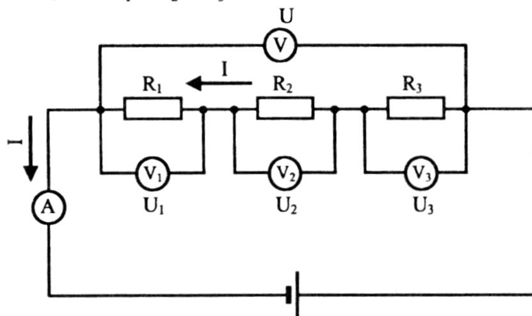
**Pavyzdys.** Jeigu į uždarą elektros grandinę nuosekliai sujungsime tris laidininkus, kurių varžos yra $R_1$, $R_2$ ir $R_3$, tai minėtos keturios taisyklės šiam atvejui atrodo taip:

1) $I_1 = I_2 = I_3 = I$ ;

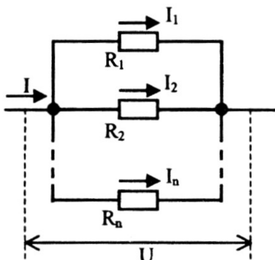
2) $U = U_1 + U_2 + U_3$ ;

3) $\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2}, \quad \frac{U_2}{U_3}=\frac{R_2}{R_3}, \quad \frac{U_1}{U_3}=\frac{R_1}{R_3}.$

4) $R = R_1 + R_2 + R_3$ .



## 2.5. LYGIAGRETUSIS LAIDININKŲ JUNGIMAS




Kai laidininkai sujungti lygiagrečiai, grandinės srovės stipris, įtampa ir varža apskaičiuojami remiantis šiomis taisyklėmis.

**I taisyklė:** neišsišakojusia grandinės dalimi tekančios elektros srovės stipris lygus atskiromis šakomis tekančių srovių stiprių sumai:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n .$$

**II taisyklė:** atskirų šakų įtampos yra vienodos, t.y.

$$U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U .$$

**III taisyklė:** laidininkais tekančios dalinės srovės stipris yra atvirkščiai proporcingas tų laidininkų varžai:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \text{ arba } \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}, \text{ arba } \ldots \quad .$$

**IV taisyklė:** išsišakojusios dalies elektrinis laidumas lygus šakų elektrinių laidumų sumai, t.y.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} .$$

**Pavyzdžiui,** jei išsišakojusioje dalyje yra du lygiagrečiai sujungti laidininkai, kurių varžos yra $R_1$ ir $R_2$, tai iš lygybės $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ randame pilnutinę išsišakojusios dalies varžą: $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$; jei išsišakojusioje dalyje yra trys laidininkai, kurių varžos yra $R_1$, $R_2$ ir $R_3$, tai $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ ir pilnutinė išsišakojusios dalies varža

$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}.$$

Kuo daugiau prietaisų prijungiama prie srovės šaltinio, tuo stipresnė srovė paimama iš to šaltinio ir tuo mažesnė pilnutinė grandinės varža R.

**Pastaba.** Lygiagrečiai sujungtų laidininkų pilnutinė varža yra **mažesnė** už mažiausią varžą turinčio laidininko (atšakos) varžą.

Kai visų n lygiagrečiai sujungtų laidininkų varžos vienodos $R_1 = R_2 = ... = R_n$, tai išsišakojusios grandinės dalies pilnutinė varža

$$R = \frac{R_1}{n}.$$

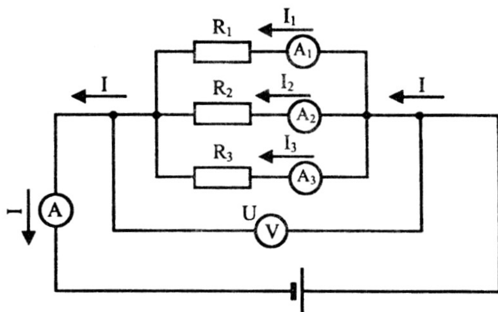
**Pavyzdys.** Jei uždaros elektros grandinės išsišakojusią dalį sudaro trys laidininkai, kurių varžos yra $R_1$, $R_2$ ir $R_3$, tai minėtos keturios taisyklės šiam atvejui užrašomos taip:

1) $I = I_1 + I_2 + I_3$;

2) $U_1 = U_2 = U_3 = U$;

3) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$, $\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}$, $\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1}$;

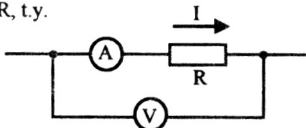
4) $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$ .



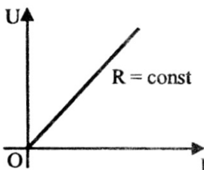

## 2.6. OMO DĖSNIS

**Omo dėsnis grandinės daliai** teigia, kad srovės stipris grandinės dalyje tiesiog proporcingas grandinės dalies galų įtampai U ir atvirkščiai proporcingas varžai R, t.y.

$$I=\frac{U}{R}.$$




**Omo dėsnio grandinės daliai grafinis vaizdavimas** (voltamperinė charakteristika):



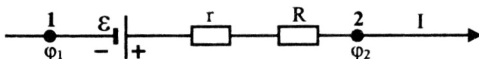

Kai R = const, įtampa yra tiesinė srovės stiprio funkcija.

Voltamperinė charakteristika išreiškia srovės stiprio priklausomybę nuo įtampos įvairios prigimties laidininkuose.

Srovės stiprį gali sąlygoti ir tarp 1-2 taškų kokiu nors būdu sudarytas potencialų skirtumas. Tuomet Omo dėsnis formuluojamas taip: srovės stipris tiesiog proporcingas potencialų skirtumo ir evj algebrinei sumai ir atvirkščiai proporcingas šios grandinės dalies varžai, t.y.

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R + r};$$

čia r – srovės šaltinio vidinė varža, $\varepsilon$ – elektros srovės šaltinio elektrovaros jėga, $\varphi_1$, $\varphi_2$ – taškų 1 ir 2 potencialai atitinkamai.

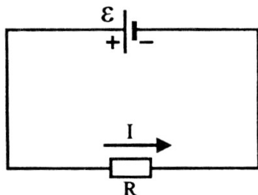



**Omo dėsnis uždarai grandinei:**

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$ arba $$\varepsilon = IR + Ir;$$

čia $\varepsilon$ – elektrovaros jėga, R – išorinė varža, r – vidinė srovės šaltinio varža, IR – įtampos kritimas išorinėje grandinės dalyje, Ir – įtampos kritimas vidinėje grandinės dalyje (srovės šaltinyje).

Paprasčiausia uždara grandinė atrodo taip:




Jei grandinė turi keletą srovės šaltinių, tai srovės stipris tokioje grandinėje tiesiog proporcingas grandinės elektrovaros jėgų algebrinei

sumai ir atvirkščiai proporcingas apkrovos ir šaltinių vidinių varžų sumai, t.y.

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_n}{R + r_1 + r_2 + ... + r_n}.$$

Šaltinio EVJ gali turėti arba pliuso, arba minuso ženklą.

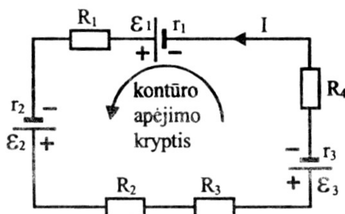
**EVJ ženklas nustatomas pagal taisyklę:** jei apeinant grandinę laisvai pasirinkta kryptimi einama nuo šaltinio neigiamojo poliaus link teigiamojo, tai šaltinio evj rašoma su pliuso ženklu; jei apeinant grandinę laisvai pasirinkta kryptimi einama nuo šaltinio teigiamojo poliaus link neigiamojo, tai šaltinio evj rašoma su minuso ženklu.

**Pavyzdžiui,** grandinei, pavaizduotai paveiksle, Omo dėsnis užrašomas taip:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2 + r_3},$$

arba

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3 + Ir_1 + Ir_2 + Ir_3$$



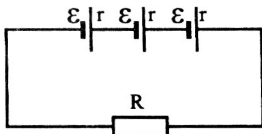

Kai n vienodų srovės šaltinių skirtingais poliais sujungti nuosekliai, tai Omo dėsnis tokiai uždarai grandinei užrašomas pavidalu:

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{R + nr};$$

čia I – grandine tekančios srovės stipris, $\mathcal{E}$ – vieno srovės šaltinio elektrovaros jėga, r – vieno šaltinio vidinė varža.

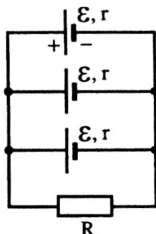
**Pavyzdžiui,** uždarai grandinei, pavaizduotai paveiksle, Omo dėsnis užrašomas taip:

$$I = \frac{3\mathcal{E}}{R + 3r}.$$




Kai n vienodų srovės šaltinių vienodais poliais sujungti lygiagrečiai, tai Omo dėsnis užrašomas taip:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}};$$




I – grandine tekančios elektros srovės stipris,

$\mathcal{E}$ – vieno srovės šaltinio EVJ,

r – vieno srovės šaltinio vidinė varža.

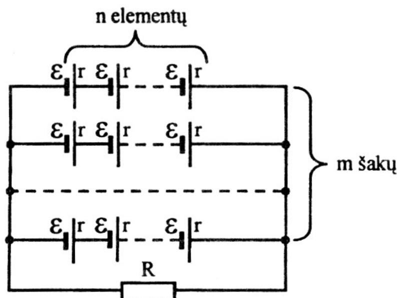
**Pavyzdžiui,** jei uždarai grandinei, pavaizduotai paveiksle, Omo dėsnis užrašomas taip:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{3}}.$$

Kai elementai jungiami mišriai:

$$I = \frac{n\,\mathcal{E}}{R + \frac{nr}{m}};$$

čia n – šakos elementų skaičius, m – šakų skaičius.




## 2.7. KIRCHOFO TAISYKLĖS

Sprendžiant išsišakojusių elektros grandinių uždavinius, dažnai remiamasi dviem taisyklėmis, kurios vadinamos **Kirchofo taisyklėmis,** arba **Kirchofo dėsniais**.

**1. Pirmoji Kirchofo taisyklė (mazgų taisyklė).**

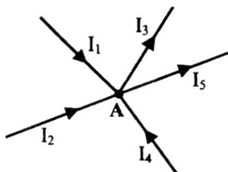
Į išsišakojimo tašką (mazgą) įtekančių ir iš jo ištekančių srovių algebrinė suma lygi nuliui:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = 0\,.}$$

Srovės, įtekančios į mazgą, laikomos teigiamomis, o ištekančios iš mazgo – neigiamomis.

Pirmąją Kirchofo taisyklę galima suformuluoti ir taip: **į išsišakojimo tašką (mazgą) įtekančių srovių suma lygi iš jo ištekančių srovių sumai.**

Elektrinės grandinės taškas vadinamas **mazgu** (išsišakojimo tašku), jeigu jame sujungti ne mažiaus kaip trys laidai.




Paveiksle pavaizduotam mazgui A pirmoji Kirchofo taisyklė užrašoma taip:

$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$, arba

$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$.

**2. Antroji Kirchofo taisyklė (kontūrų taisyklė).**

Visų elektrinės grandinės uždaro kontūro EVJ algebrinė suma lygi visų įtampos kritimų to paties grandinės kontūro varžose algebrinei sumai, t.y.

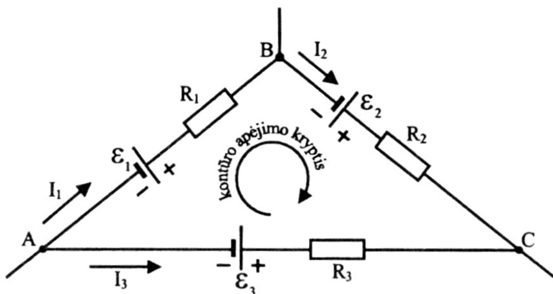
$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_k .$$

Sudarant lygtis pagal antrąjį Kirchofo dėsnį, srovės laikomos teigiamomis, jeigu jų tekėjimo kryptis sutampa su laisvai pasirinkta kontūro apėjimo kryptimi ir – neigiamomis, jeigu jų tekėjimo kryptis priešinga kontūro apėjimo krypčiai.

Įtampos kritimo $I_iR_i$ ženklas sutampa su srovės $I_i$ ženklu. EVJ laikoma teigiama, kai, apeinant kontūrą laisvai pasirinkta kryptimi, srovės šaltinyje einama nuo neigiamojo poliaus link teigiamojo ir – neigiama, kai apeinant kontūrą laisvai pasirinkta kryptimi, srovės šaltinyje einama nuo teigiamojo poliaus link neigiamojo.

Kontūro apėjimo kryptis pasirenkama arba pagal laikrodžio rodyklę, arba prieš laikrodžio rodyklę.

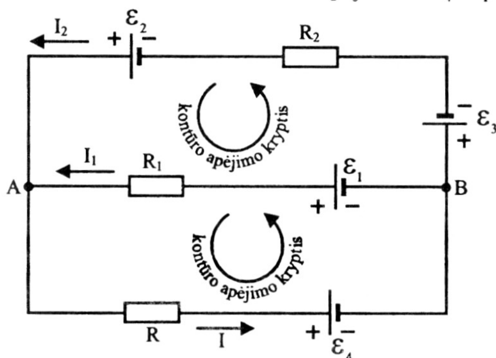
**1 pavyzdys.** Užrašysime antrąją Kirchofo taisyklę uždaram kontūrui, išskirtam iš išsišakojusios grandinės (žr.pav.)




Antrasis Kirchofo dėsnis turi pavidalą:

$$I_1R_1 + I_2R_2 - I_3R_3 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 .$$

**2 pavyzdys.** Užrašysime pirmąją Kirchofo taisyklę mazgui A ir antrąją Kirchofo taisyklę kontūrams $A\mathcal{E}_2\mathcal{E}_3BA$ ir $A\mathcal{E}_4B\mathcal{E}_1A$.




Pirmais Kirchofo dėsnis mazgui A: $I_1 + I_2 - I = 0$ .

Laisvai parenkame kontūro $A\mathcal{E}_2\mathcal{E}_3BA$ apėjimo kryptį (prieš laikrodžio rodyklę). Tada Antrasis Kirchofo dėsnis kontūrui $A\mathcal{E}_2\mathcal{E}_3BA$ užrašomas sekančiai:

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 = -I_1R_1 + I_2R_2 .$$

Laisvai parenkame kontūro $A\mathcal{E}_4B\mathcal{E}_1A$ apėjimo kryptį (taip pat prieš laikrodžio rodyklę). Tada antrasis Kirchofo dėsnis kontūrui $A\mathcal{E}_4B\mathcal{E}_1A$ užrašomas sekančiai:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_4 = I_1R_1 + IR .$$

## 2.8. ELEKTROS SROVĖS IR ĮTAMPOS MATAVIMAS

Elektros srovės stipris matuojamas **ampermetru. Ampermetras jungiamas į elektrinę grandinę nuosekliai laidininkui:**



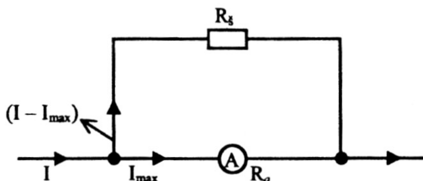

Kad nepakistų grandinės režimas, ampermetro varža turi būti kuo mažesnė. Ampermetrą galima paversti voltmetru nuosekliai įjungus didelę papildomą varžą.

Kai ampermetru reikia matuoti elektros srovės stiprį I, n kartų didesnį už tą maksimalų $I_{max}$, kurį gali matuoti šis prietaisas, tai lygiagrečiai jam jungiamas šuntas. Šunto varža apskaičiuojama iš lygties:

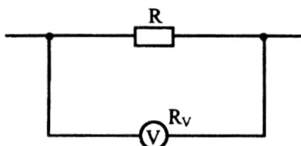
$$\frac{I - I_{max}}{I_{max}} = \frac{R_a}{R_š};$$

čia $R_a$ – ampermetro vidinė varža.

Taigi $R_š = \frac{R_a}{n-1}$; čia $n = \frac{I}{I_{max}}$.



Įtampa grandinės dalyje matuojama **voltmetru. Voltmetras jungiamas lygiagrečiai rezistoriui:**




Kad nepakistų grandinės režimas, voltmetro varža turi būti kuo didesnė.

Kai voltmetru, skirtu matuoti įtampai, ne didesnei kaip $U_{max}$, norima matuoti n kartų didesnę įtampą U, tai reikia prie jo nuosekliai prijungti papildomą $R_p$ varžos rezistorių.

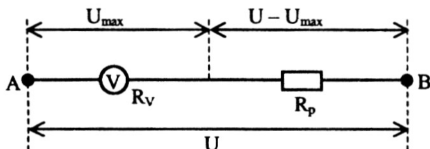
Rezistoriaus varža $R_p$ apskaičiuojama iš lygties:

$$\frac{U - U_{max}}{U_{max}} = \frac{R_p}{R_v};$$

čia $R_v$ – voltmetro vidinė varža.

Taigi $R_p = R_v(n-1)$;

čia $n = \frac{U}{U_{max}}$.



## 2.9. ELEKTROS SROVĖS DARBAS IR GALIA

Tekant laidininku elektros srovei, elektros krūviai juda kryptingai. Vadinasi, elektrinio lauko jėgos perneša juos iš vieno taško į kitą. Šis krūvių pernešimo darbas vadinamas **elektros srovės darbu** ir apskaičiuojamas pagal formulę:

$$A = \Delta q \cdot U\ ;$$

čia $\Delta q$ – perneštas krūvis per laiką $\Delta t$, $U$ – įtampa laidininko galuose.

Kadangi $\Delta q = I \cdot \Delta t$, tai elektros srovės darbas

$$A = IU\Delta t = I^2 R\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t\ .$$

Pagal energijos tvermės dėsnį šis darbas lygus nagrinėjamos grandinės dalies energijos pokyčiui. Vadinasi, energija, kurią elektros srovė perkelia iš evj šaltinio į laidininką, lygi srovės darbui. Susidūrę su kristalinės gardelės jonais, elektronai perduoda jiems savo energiją. Dėl to laidininkas, kuriuo teka elektros srovė, įkaista. Vadinasi, padidėja laidininko vidinė energija. Kai neatliekamas mechaninis darbas ir nėra cheminio srovės veikimo, tai vidinės energijos prieaugis pasidaro lygus išspinduliuotam šilumos kiekiui. Vadinasi, laidininke išsiskyręs šilumos kiekis lygus elektros srovės atliktam darbui:

$$Q = A\ .$$

Šilumos kiekis, kurį išskiria laidininkas per laiką $\Delta t$, kai laidininku teka stiprio $I$ srovė, apskaičiuojamas pagal **Džaulio ir Lenco dėsnį**:

$$Q = I^2 R\Delta t\ , \quad \text{arba} \quad Q = I \cdot U \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Taigi nuosekliai sujungtuose laidininkuose išsiskyrusios šilumos kiekiai proporcingi jų varžoms, lygiagrečiai – atvirkščiai proporcingi jų varžoms.

Šį dėsnį eksperimentiškai atrado anglų mokslininkas Dž. Džaulis ir rusų mokslininkas E.Lencas. Jis formuluojamas taip:

**Šilumos kiekis, išsiskiriantis laidininke, kuriuo teka elektros srovė, lygus srovės stiprio kvadrato, laidininko varžos ir srovės tekėjimo laiko sandaugai.**

Kai nuosekliai sujungiami keli laidininkai, kurių varžos yra $R_1$ ir $R_2$, tai šilumos kiekis, išsiskyręs kiekviename laidininke, tiesiog proporcingas šių laidininkų varžai, t.y.

$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$, nes nuosekliai sujungus laidininkus jais teka vienodo stiprio elektros srovė $(I_1 = I_2)$.

Kai laidininkai, kurių varžos yra $R_1$ ir $R_2$, sujungiami lygiagrečiai, tai kiekviename laidininke išsiskyręs šilumos kiekis atvirkščiai proporcingas to laidininko varžai:

$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}$, nes lygiagrečiai sujungus du laidininkus, įtampos tų laidininkų galuose yra vienodos $(U_1 = U_2)$.

Elektros srovės galia lygi jos darbui, atliktam per laiko vienetą:

$$\boxed{P = \frac{A}{\Delta t} = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}}.$$

Srovės galia visoje grandinėje lygi srovės atskirose grandinės dalyse galių sumai.

Elektros srovės galios matavimo vienetas SI sistemoje – **vatas:** $1\ W = \frac{1\ J}{1\ s}$.

Įvedus elektros srovės galios sąvoką, galima elektros srovės darbą apibrėžti taip:

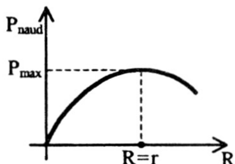
$$\boxed{A = P \cdot t\,.}$$

Taigi darbo matavimo vienetai taip pat yra kilovatvalandės (kWh) arba vatvalandės (Wh):

$$1\ \text{Wh} = 3{,}6 \cdot 10^2\ \text{J}\,, \quad 1\ \text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^5\ \text{J}\,.$$

Elektros srovės **naudinga galia** (galia, išskiriama išorinėje varžoje) apskaičiuojama pagal formulę

$$\boxed{P_{naud} = I^2 \cdot R = I \cdot U = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}\,.}$$




Jos priklausomybė nuo apkrovos varžos R parodyta paveiksle. Iš grafiko matyti, kad $P_{naud} = P_{max}$, kai $R = r$.

Tada elektros srovės šaltinio vidinė varža $r = \frac{P_{max}}{I}$, o šaltinio evj lygi $\mathcal{E} = I \cdot 2r$.

Elektros srovės **prarandama galia**:

$$\boxed{P_{prar} = I^2 \cdot r = \frac{\mathcal{E}^2 r}{(R+r)^2}\,.}$$

**Pilnoji galia** elektros srovės grandinėje, į kurią įjungtas srovės šaltinis (šaltinio evj yra $\mathcal{E}$ ir vidinė varža lygi r) ir išorinė varža R, apskaičiuojama pagal formulę:

$$P_o = I^2(R+r) = I^2 R + I^2 r = I \cdot I \cdot (R+r) = I \cdot \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}, \text{ t.y.}$$

$$\boxed{P_o = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}\,.}$$

# 3. ELEKTROS SROVĖ ĮVAIRIOSE APLINKOSE

## 3.1. ELEKTROS SROVĖ METALUOSE

Metalų elektrinis laidumas atsiranda dėl laisvųjų elektronų kryptingo judėjimo. Laisvuosius krūvius metaluose perneša elektronai, veikiami elektrinio lauko.

Remiantis metalų laidumo elektronine teorija, susidūręs su metalo gardelės jonais, elektronas gali pradėti judėti bet kuria kryptimi ir po kiekvieno tokio susidūrimo dreifuojančio elektrono pradinis greitis lygus nuliui.

Veikiamas elektrinio lauko, elektronas pradeda judėti išilgai laidininko, per laikotarpį $\tau$ vėl sutinka gardelės joną ir įgyja greitį

$$\boxed{V_{max} = a\tau = \frac{eE\tau}{m};}$$ čia e – elektrono krūvis,

m – elektrono masė, $\tau$ – laikas, E – elektrinio lauko stipris.

Vidutinis elektrono dreifo greitis

$$\boxed{V_{vid} = \frac{0 + V_{max}}{2} = \frac{e\tau E}{2m}.}$$

Vadinasi, laidininku tekančios srovės stipris

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \text{ arba } I = en_o V_{vid} S, \text{ arba } \boxed{I = \frac{e^2 n_o \tau S}{2m} \cdot \frac{U}{\ell};} \quad (1)$$

čia $\ell$ – laidininko ilgis, U – įtampa, m – elektrono masė, e – elektrono krūvis, S – laidininko skerspjūvis, $n_o$ – elektronų koncentracija, $\tau$ – laikotarpis tarp smūgių.

Metalų varža priklauso nuo temperatūros. Temperatūrai didėjant metalų varža didėja, o temperatūrai mažėjant – mažėja. Ši savybė taikoma varžiniuose termometruose. Metalų varžos priklausomybė nuo temperatūros aiškinama metalo jonų šiluminių svyravimų amplitudės padidėjimu. Kuo aukštesnė temperatūra, tuo mažiau vietos lieka laisviesiems elektronams ir tuo didesnė laidininko varža.

Žemesnėje temperatūroje šiluminiai svyravimai ne tokie intensyvūs ir jie mažiau veikia elektronų judėjimą. Todėl , krintant temperatūrai, mažėja varža. Gryno idealaus kristalo varža pasidaro artima nuliui tik temperatūrai priartėjus prie absoliutinio nulio.

Kai temperatūra labai žema ir lygi **krizinei temperatūrai** $T_k$ , kai kurių grynųjų metalų, jų lydinių ir netgi keramikos varža pranyksta ( $R = 0$ ). Šis reiškinys vadinamas **superlaidumu**.

1911 m. Kamerlingas – Onesas pastebėjo nuostabią švino savybę. 7,2 K temperatūroje švino (Pb) elektrinė varža staiga pasidaro lygi nuliui, t.y. ji išnyksta. Tokioje ir žemesnėje temperatūroje švinas tampa **superlaidininku**. Viename eksperimente gryno švino žiedu buvo paleista kelių šimtų amperų stiprio elektros srovė; po metų srovė tebetekėjo žiedu, ir jos stipris per tą laiką praktiškai nepasikeitė! Išmatavus superlaidaus švino varžą, pasirodė, kad ji ne mažiau kaip $10^{11}$ kartų mažesnė už normalaus švino varžą.

Pateikiame kai kurių medžiagų kritines temperatūras ( $T_k$ ) : švinas – 7,2 K; gyvsidabris – 4,1 K; alavas – 3,7 K; aliuminis – 1,2 K.

Žinomų superlaidininkų krizinė temperatūra neviršija 23 K. Susintetintos tokios keraminės medžiagos, kurių krizinė temperatūra yra 90 – 250 K. Pavyzdžiui, itrio – bario – vario – deguonies pagrindu susintetintos keramikos krizinė temperatūra artima skysto azoto temperatūrai $T_k = 93$ K .

Superlaidumas, panašiai kaip ir supertakumas, yra makroskopinis kvantinis efektas. Aiškindami superlaidumą, daug nusipelnė Džonas Bardinas, Leonas Kuperis (Leon Cooper) ir Robertas Šriferis (Robert Schriffer), sukūrę šio reiškinio teoriją. Pagal ją superlaidumo reiškinys atsiranda taip pat dėl to, kad bozonai (elektronų poros) būna žemiausiame energijos lygmenyje ir juda visi kartu, be energijos nuostolių.

Superlaidumo reiškinys taikomas elektromagnetų su superlaidžiomis apvijomis gamyboje, skaičiavimo technikoje.

## 3.2. ELEKTROS SROVĖ SKYSČIUOSE. ELEKTROLIZĖ, JOS DĖSNIAI IR TAIKYMAS

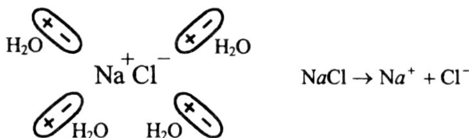
Skysčiai gali būti **dielektrikai** (distiliuotas vanduo), **laidininkai** (rūgščių, šarmų ir druskų tirpalai bei druskų ir metalų oksidų lydalai) ir **puslaidininkiai** (išlydytas selenas, sulfidų lydalai).

Elektros srovei laidūs rūgščių, šarmų ir druskų tirpalai bei druskų ir metalų oksidų lydalai vadinami **elektrolitais**. Judrūs krūvio nešėjai (teigiamieji ir neigiamieji jonai) elektrolituose atsiranda dėl **elektrolitinės disociacijos**.

**Elektrolitine disociacija** vadiname ištirpusios ar išsilydžiusios medžiagos molekulių skilimą į jonus (teigiamuosius jonus – **katijonus** ir neigiamuosius jonus – **anijonus**).

Šis molekulių skilimas vyksta todėl, kad tirpiklyje, pavyzdžiui, vandenyje, veikiant vandens polinėms molekulėmis, ištirpusios medžiagos molekulių jonų traukos jėga sumažėja 81 kartą (vandens dielektrine skvarba $\varepsilon = 81$ ).

Chaotiškai susidurdamos tarpusavyje ir su tirpiklio molekulėmis, ištirpusios medžiagos (pavyzdžiui druskos NaCl) molekulės suskyla į jonus.



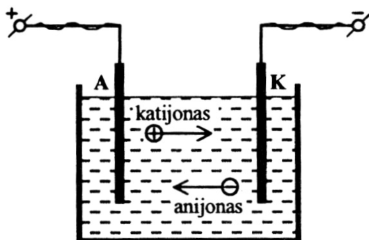

**Disociacijos laipsnis** suskilusių į jonus molekulių skaičiaus ir bendro ištirpusios medžiagos molekulių skaičiaus santykis:

$$\alpha = \frac{\text{disocijavusių molekulių skaičius}}{\text{bendras molekulių skaičius}}$$

Disociacijos laipsnis didėja, kylant elektrolito temperatūrai. Disociacijos laipsnis taip pat didėja, mažėjant elektrolite ištirpusios medžiagos koncentracijai.

Tirpale ar lydale vyksta ir atvirkščias – **rekombinacijos** – procesas: susidūrus priešingų ženklų krūviams, vėl susidaro molekulės.

Normaliomis sąlygomis jonai, kaip ir molekulės, juda netvarkingai. Tačiau, jeigu į vonią, pripildytą elektrolito, įstatysime elektrodus (teigiamąjį elektrodą – **anodą** ir neigiamąjį – **katodą**) ir tarp jų sukursime elektrostatinį lauką, tai teigiamieji jonai judės link neigiamojo elektrodo (katodo), o neigiamieji – link teigiamojo (anodo). Pasiekę elektrodus, jie tampa molekulėmis.




Pastebėta, kad tekant srovei elektrolitu kinta jo cheminė sudėtis ir ant elektrodų išsiskiria medžiaga.

Su oksidacijos – redukcijos reakcijomis susijęs medžiagų nusėdimas ant elektrodų vadinamas **elektrolize**.

Ant abiejų elektrodų medžiaga išsiskiria tada, kai anodas yra chemiškai neaktyvus, t.y. netirpsta elektrolite.

Kai vonioje yra anodo metalo druskos tirpalas, anodas pats tirpsta ir medžiaga išsiskiria tik ant katodo: visos anodo priemaišos nusėda ant vonios dugno.

Kiekybines elektrolizės charakteristikas nusako **elektrolizės dėsniai (Faradėjaus dėsniai).**

**Pirmasis Faradėjaus dėsnis elektrolizei:** ant elektrodo nusėdusios medžiagos masė proporcinga elektrolitu pratekėjusiam arba, kitaip sakant, elektros krūviui, elektros srovės stipriui ir laikui:

$$\boxed{m = k\Delta q\ ,} \quad \text{arba} \quad \boxed{m = kI\Delta t\ ,}$$

nes $\Delta q = I\Delta t$, kai I – elektrolitu tekančios elektros srovės stipris, $\Delta t$ – jos tekėjimo trukmė, $\Delta q$ – pratekėjęs per laiką $\Delta t$ elektros krūvis.

Proporcingumo koeficientas k vadinamas **medžiagos elektrocheminiu ekvivalentu**. Jis priklauso nuo medžiagos, o skaitinė vertė lygi medžiagos masei, kuri išsiskiria elektrolitu pratekant vieno kulono krūviui.

Elektrocheminis ekvivalentas lygus jono masės ir jo krūvio santykiui:

$$\boxed{k = \frac{m_{oj}}{q_{oj}}\ .}$$

**Antrasis Faradėjaus dėsnis elektrolizei**: medžiagų elektrocheminiai ekvivalentai proporcingi jų cheminiams ekvivalentams, t.y.

$$\boxed{k = \frac{1}{F}\cdot\frac{M}{n}\ ;}$$

čia $\frac{M}{n}$ – medžiagos cheminis ekvivalentas (elemento molio masės M santykis su jo valentingumu n), $\boxed{F = e\cdot N_A}$ – **Faradėjaus skaičius (konstanta).**

Faradėjaus skaičius $F = 96500 \dfrac{C}{mol}$. Jo skaitinė vertė lygi krūviui, kuriam pratekėjus elektrolitu išsiskiria medžiagos masė, lygi jos cheminiam ekvivalentui.

Iš pirmojo ir antrojo Faradėjaus dėsnių elektrolizei gauname, kad ant elektrodų per laiką $\Delta t$ nusėdusi medžiagos masė m išreiškiama lygybe:

$$\boxed{m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} I \Delta t \; ;}$$

čia I – elektrolitu tekančios srovės stipris.

Iš lygybės $F = e \cdot N_A$ lengvai nustatomas elektrono krūvis (elementarusis krūvis):

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{96500}{6{,}02 \cdot 10^{23}} C = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \; C \, .$$

Elektrolizės reiškinys plačiai taikomas šiuolaikinėje gamyboje. Elektrolizės būdu gryninami iš rūdų išlydyti metalai. Elektrolitinėje vonioje plonu neoksiduojančių metalų sluoksniu padengiami neatsparūs korozijai metaliniai paviršiai (galvanostegija). Tada šie paviršiai tampa atsparūs korozijai, t.y. nekoroduoja. Elektrolizės būdu sidabruojami ir auksuojami papuošalai, chromuojami ir nikeliuojami buitinės paskirties įrankiai bei prietaisai, gaminamos matricos knygoms ir laikraščiams, metalinės reljefinių atvaizdų kopijos, klišės pinigams spausdinti (galvanoplastika) ir t.t. Elektrolizės reiškinys pasireiškia veikiant akumuliatoriams ir kitiems elektros srovės šaltiniams.

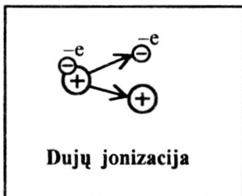
## 3.3. ELEKTROS SROVĖ DUJOSE. NESAVAIMINIS IR SAVAIMINIS IŠLYDIS. PLAZMA

Normaliomis sąlygomis dujas sudaro neutralūs atomai arba molekulės. Vadinasi, normaliomis sąlygomis jose laisvųjų krūvininkų praktiškai nėra ir dujos yra geri dielektrikai.

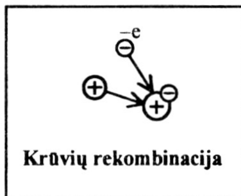
Veikiant dujas jonizatoriumi (kaitinant, veikiant ultravioletiniais, Rentgeno, radioaktyviais spinduliais ir pan.) nuo dalies atomų atplėšiami vienas ar keli elektronai ir atomai tampa teigiamą krūvį turinčiais jonais. Toks procesas vadinamas **dujų jonizacija**, o pačios dujos vadinamos **jonizuotomis**. Jonizuotose dujose atsiradę elektronai prisijungia prie molekulių ar atomų ir sudaro neigiamus jonus. Taigi **krūvio nešėjai dujose yra elektronai ir teigiamieji bei neigiamieji jonai**.

Tačiau jonizuotose dujose vyksta ir atvirkščias procesas jonizacijai.

Kai elektronas ir teigiamas jonas susidūrę sudaro neutralų atomą ar molekulę, tai šis procesas vadinamas elektringųjų dalelių (elektronų ir teigiamųjų jonų) **rekombinacija**.



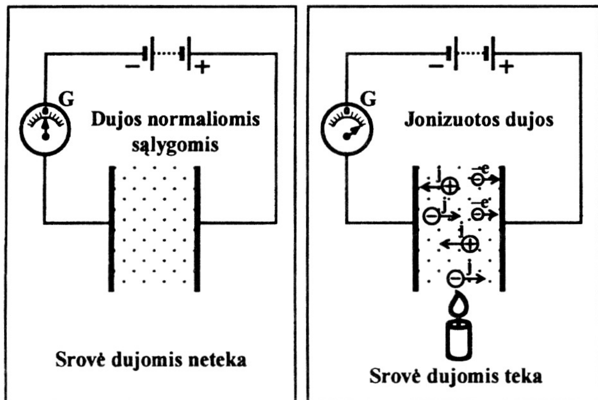
**Dujų jonizacija**



**Krūvių rekombinacija**

Dėl krūvių rekombinacijos judriųjų krūvio nešėjų koncentracija mažėja. Tačiau tarp abiejų procesų – jonizacijos ir rekombinacijos – gali susidaryti dinaminė pusiausvyra, kai atsirandančių krūvių skaičius lygus išnykstančių skaičiui.

Jei jonizuotas dujas patalpintume tarp dviejų elektrodų (teigiamojo ir neigiamojo), tai išorinio elektrostatinio lauko jėgų veikiami, laisvieji krūvininkai juda link atitinkamų elektrodų (dujomis teka srovė) ir ten virsta atomais arba molekulėmis.

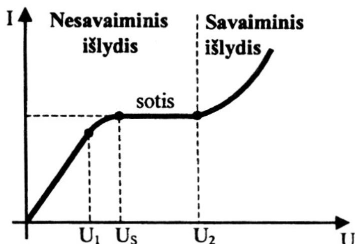



Elektros srovės tekėjimas dujomis vadinamas **elektros išlydžiu dujose**.

Kai elektros srovė teka dujomis veikiant išoriniam jonizatoriui, tai sakoma, kad vyksta **nesavaiminis išlydis**.

Išlydis dujose be išorinio jonizatoriaus poveikio vadinamas **savaiminiu**.

Elektrinį išlydį dujose apibūdina **voltamperinė charakteristika**, t.y. elektros srovės stiprio priklausomybė nuo įtampos tarp elektrodų. Didinant įtampą, vis daugiau krūvininkų pasiekia anodą, nespėję rekombinuoti.




Iki įtampos $U_1$ galioja Omo dėsnis. Kai įtampa pasiekia soties įtampos vertę $U_s$ ir ją viršija, srovės stipris tampa pastovus ir lygus $I_s$.

Šiuo atveju elektrodus pasiekia visi krūvininkai, kuriuos sukuria jonizatorius. Kai įtampa yra toliau didinama ir pasiekia įtampą $U_2$ arba ją viršija, laisvieji elektronai įgyja tokį pagreitį, kad patys sugeba jonizuoti kitas molekules. Jonizacijos metu atsiradę elektronai taip pat įgyja pagreitį ir jonizuoja kitas dujų molekules.

Tokiu būdu atsiranda elektronų griūtis, ir įvyksta dujų elektrinis pramušimas.

Šiuo atveju elektronas turi įgyti kinetinę energiją, kuri viršija atomo jonizacijos darbą $A_j$ :

$$\boxed{\frac{mv^2}{2} \geq A_j .}$$

$A_j$ – tai darbas, kurį reikia atlikti norint jonizuoti vieną dujų atomą ar molekulę.

Elektrono įgyta kinetinė energija proporcinga elektrinio lauko stiprumui ir elektrono laisvojo kelio ilgiui:

$$\boxed{\frac{mv^2}{2} = eE\ell .}$$

Savaiminiai išlydžiai esti įvairūs: **rusenantysis, vainikinis, kibirkštinis** ir **lankinis.** Jų pobūdis priklauso nuo dujų slėgio ir įtampos tarp elektrodų. Rusenantysis išlydis vyksta praretintose dujose ir jam būdingas švytėjimas (reklaminiai vamzdeliai, dienos šviesos lempos ir pan.).

**Plazma** – tai dalinai ar visiškai jonizuotos dujos, kurių teigiamųjų ir neigiamųjų krūvių tankiai praktiškai vienodi. Todėl plazma yra elektriškai neutrali.

Maždaug $(20 \div 30) \cdot 10^3$ K temperatūroje kiekviena medžiaga tampa visiškai jonizuota plazma. Plazma yra ketvirtoji medžiagos būsena.

Apie 99 % Visatos yra plazmos būsenos. Plazma būna aukštos temperatūros ir žemos. Saulė ir žvaigždės yra dideli tankios, aukštos temperatūros plazmos kūnai.

Tarpžvaigždinės dujos yra žemos temperatūros plazma, nes jų tankis ir jonizacijos laipsnis mažas.

Jonosfera – laidus atmosferos sluoksnis – yra silpnai jonizuota plazma. Aukščiau esančias radiacines juostas irgi sudaro plazma.

Dujinė plazma atsiranda ir vykstant išlydžiui dujose. Aukštos temperatūros plazma (dešimčių milijonų laipsnių) naudojama valdomoms termobranduolinėms reakcijoms gauti, tankios plazmos čiurkšlės – plazmotronuose metalams pjaustyti, gręžti ir suvirinti. Dujinė plazma naudojama kvantiniame šviesos generatoriuje – dujiniame lazeryje.

## 3.4. ELEKTROS SROVĖ VAKUUME. ELEKTRONINĖ EMISIJA

**Vakuumas** yra labai praretintos dujos, kuriose molekulės ar atomai tarpusavyje praktiškai nesusiduria, juose molekulių laisvo kelio vidutinis ilgis viršija indo matmenis.

Kad vakuume tekėtų elektros srovė, vienas elektrodų turi būti krūvininkų šaltinis. Tam tikslui šis elektrodas kaitinamas arba apšviečiamas.

Elektronų atsiradimas apšvietus elektrodą vadinamas **fotoelektronine emisija.** Fotoelektroninė emisija taikoma fotoelementuose.

**Termoelektronine emisija** vadinamas laisvųjų elektronų spinduliavimas iš kaitinamų kietųjų ar skystųjų kūnų.

Iš elektrodo išlekia tik tie elektronai, kurių kinetinės energijos pakanka ryšiui su medžiaga nutraukti, t.y. elektrono **išlaisvinimo darbui** atlikti.

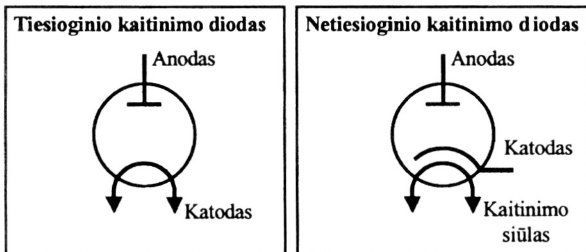
Termoelektroninė emisija taikoma elektroninėse lempose, elektroniniuose vamzdžiuose.

## 3.5. DVIEJŲ ELEKTRODŲ ELEKTRONINĖ LEMPA (DIODAS)

**Diodas** yra dviejų elektrodų elektroninė lempa. Jį sudaro stiklinis vakuuminis balionas (iš baliono išsiurbtas oras) ir jame įmontuoti du elektrodai – katodas (K) ir anodas (A).

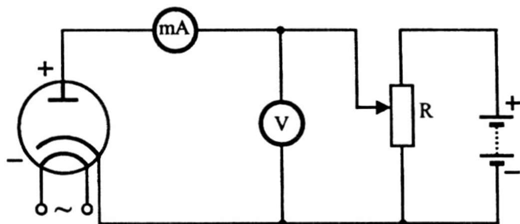
Dviejų elektrodų elektroninės lempos būna **tiesioginio kaitinimo** ir netiesioginio kaitinimo.

Schemose jos žymimos taip:

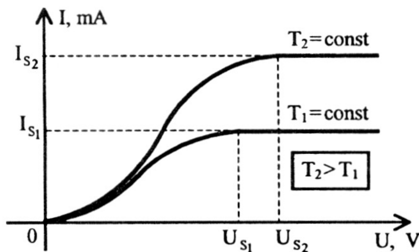



Netiesioginio kaitinimo lempos cilindrinis katodas atskirtas nuo kaitinimo siūlelio, kuris dažniausiai būna volframinis. Tokius katodus galima kaitinti ir kintamąja elektros srove.

Įkaitintas katodas dėl termoelektroninės emisijos spinduliuoja elektronus. Vadinasi, elektringųjų dalelių (elektronų) šaltinis dviejų elektrodų elektroninėje lempoje yra įkaitęs katodas. Prie elektros srove kaitinamo siūlelio K susidaro elektronų debesėlis, kuris trukdo kitiems elektronams išlėkti iš katodo.




Jeigu baterijos teigiamąjį polių sujungsime su lempos anodu, o neigiamąjį polių – su lempos katodu, tai tarp anodo ir katodo sukursime elektrostatinį lauką. Šio lauko greitinami elektronai pradės kryptingai judėti link anodo – lempa ims tekėti elektros srovė. Jos stiprumas priklauso nuo katodo temperatūros ir nuo įtampos tarp anodo ir katodo. Diodą charakterizuoja jo **voltamperinė charakteristika.** Paveiksle pavaizduota diodo voltamperinė charakteristika, kai katodo temperatūra pastovi ir lygi $T_1$ bei $T_2$:



Iš voltamperinės charakteristikos matyti, kad didinant potencialų skirtumą (įtampą) tarp anodo ir katodo, stiprėja anodinė srovė – elektronų debesėlis siurbiamas, kol jo visai nebelieka. Toliau didinant įtampą, srovės stiprumas nekinta ir yra lygus **soties srovės stipriui $I_S$.** Kaip matome iš grafiko, lempa tekančios srovės stipris nėra tiesiog proporcingas įtampai (grafikas nėra tiesė). Vadinasi, Omo dėsnis elektroninei lempai netinka, skirtingai negu metaliniam laidininkui.

Išspinduliuotų elektronų skaičių galima padidinti, jeigu pakelsime katodo temperatūrą (reostatu R padidinę siūleliu tekančios srovės stiprį). Padidėjus katodo išspinduliuotų elektronų skaičiui n, padidėja ir soties srovės stipris, kuris apskaičiuojamas remiantis formule

$$\boxed{I_S = e \cdot n \;;}$$

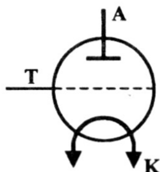
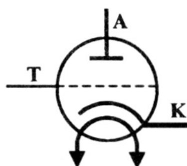
čia e – elektrono krūvis, n – skaičius elektronų, pasiekiančių anodą.

Jei anodą prijungsime prie baterijos neigiamojo poliaus , o katodą – prie teigiamojo poliaus, tai elektrostatinis laukas priešinsis elektronų judėjimui link anodo ir srovės grandinėje nebus, t.y. lempa taps uždara.

Taigi **pagrindinė diodo savybė yra ta, kad elektros srovė juo teka tik viena kryptimi, nuo anodo link katodo.** Dėl šios savybės diodai naudojami radioelektroniniuose prietaisuose kintamajai srovei lyginti.

## 3.6. TRIJŲ ELEKTRODŲ ELEKTRONINĖ LEMPA (TRIODAS)

**Triodas (trijų elektrodų elektroninė lempa)** skiriasi nuo diodo (dviejų elektrodų elektroninės lempos) tuo, kad tarp katodo ir anodo yra įmontuotas trečiais elektrodas – **tinklelis**.

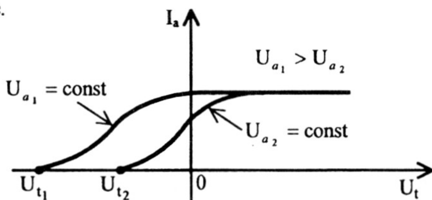
| Tiesioginio kaitinimo triodas | Netiesioginio kaitinimo triodas |
|---|---|
|  |  |





Tinklelis – vielinė spiralė, apvyniota aplink katodą, bet neliečianti jo. Juos gaubia metalinis cilindras – anodas. Tinklelis, būdamas arti katodo, savo elektriniu lauku stipriai veikia elektronų debesėlį, atsirandantį prie įkaitinto katodo. Tuo ir yra pagrįstas triodo veikimo principas.

Triodo anodinė charakteristika tokia pat, kaip ir diodo. Triodo **tinklelinė charakteristika** (anodinės srovės stiprio priklausomybė nuo tinklelio įtampos, esant pastoviai anodo įtampai) pavaizduota paveiksle.




Jeigu tinklelio potencialas didesnis už katodo potencialą $(U_t > 0)$, tai elektrostatinis laukas tarp tinklelio ir katodo greitina link anodo judančius elektronus. Vadinasi, kai didėja $U_t$, didėja ir anodinė srovė $I_a$. Jeigu tinklelio potencialas mažesnis už katodo potencialą $(U_t < 0)$, tas laukas stabdo elektronus, ir anodinės srovės stiprumas mažėja. Mažiausia neigiama tinklelio įtampa, prie kurios srovė per lempą neteka, vadinama **užtvarine įtampa**. Ši įtampa tuo didesnė, kuo didesnė anodinė įtampa.

Triodai naudojami elektriniams signalams stiprinti, nes bent kiek pakitus tinklelio potencialui, ryškiai pakinta lempos anodinės srovės stipris.

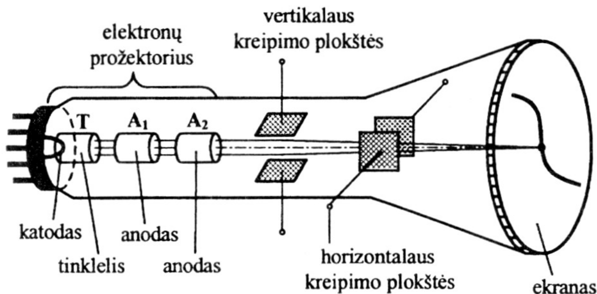
### 3.7. ELEKTRONŲ PLUOŠTAS. ELEKTRONINIS VAMZDIS

**Elektronų pluoštas (katodiniai, elektroniniai spinduliai)** yra viena kryptimi dideliu greičiu lekiančių elektronų srautas.

Elektronų pluoštas:

- gali įkaitinti kūną iki aukštos temperatūros (taikoma supergrynųjų metalų elektriniam lydymui vakuume),
- stabdomas sukelia Rentgeno spinduliavimą,
- sukelia kai kurių medžiagų (liuminoforų) švytėjimą,
- jonizuoja dujas,
- nukrypsta elektriniame lauke (pavyzdžiui, elektronų pluoštas, nukrypsta nuo teigiamai įelektrintos plokščiojo kondensatoriaus plokštelės),
- veikiamas Lorenco jėgos, nukrypsta magnetiniame lauke.

Elektronų pluošto gebėjimas nukrypti magnetiniame ir elektriniame lauke bei sukelti medžiagos, padengtos liuminoforu, švytėjimą, panaudojamas **elektroniniuose vamzdžiuose**. Elektroninio vamzdžio veikimas pagrįstas termoelektroninės emisijos reiškiniu.



Elektroninis vamzdis sudarytas iš vakuuminiame vamzdyje įmontuoto elektronų prožektoriaus, dviejų porų plokščių (vertikalaus ir horizontalaus kreipimo) ir ekrano, kuris iš vidaus padengtas specialia medžiaga – liuminoforu.

Elektronų prožektorius susideda iš kaitinamojo katodo, valdančiojo elektrodo (tinklelio) ir dviejų anodų. Elektronų prožektorius suformuoja siaurą greitai lekiančių elektronų pluoštelį. Elektronų pluoštelis valdomas elektriniais laukais, kuriuos sukuria vertikalaus bei horizontalaus kreipimo plokštės. Vertikalaus kreipimo plokštės nukreipia pluoštelį į viršų arba į apačią, o horizontalaus – į dešinę arba į kairę pusę. Dėl mažos elektronų masės elektronų pluoštelis praktiškai akimirksniu reaguoja į kreipiamųjų plokščių įtampos kitimus. Atsimušęs į liuminoforu (švytalu) padengtą ekraną, pluoštelis toje vietoje sukelia ekrano švytėjimą. Priklausomai nuo liuminoforo rūšies jis gali švytėti skirtinga spalva. Švytinčios dėmelės dydį ir ryškį galiam keisti, keičiant tinklelio ir anodo potencialus.

Elektroninis vamzdis plačiai naudojamas **elektroniniuose oscilografuose, kompiuterių monitoriuose. Elektroniniai oscilografai**, yra prietaisai, skirti stebėti ir nagrinėti kitimus tų fizikinių dydžių, kuriuos galima paversti elektriniais signalais (pavyzdžiui, garso, kintamosios elektros srovės virpesiai ir kt.) Elektroninio oscilografo vamzdyje elektronų pluoštelis valdomas elektriniais laukais, sukuriamais tarp vertikaliojo ir horizontaliojo kreipimo plokščių.

Elektrinis vamzdis, naudojamas televizoriuose, vadinamas **kineskopu**.

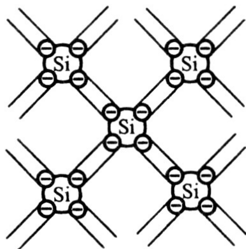
Elektronų pluoštelį (elektroninį spindulį) televizoriaus kineskope valdo ne elektrinis laukas, o magnetinis laukas, kurį sukuria dvi poros ričių, esančių kineskopo išorėje. Keisdami ritėmis tekančios srovės kryptį ir stiprį, galime lengvai valdyti elektronų pluoštelį.

## 3.8. ELEKTROS SROVĖ PUSLAIDININKIUOSE

Puslaidininkiais vadinamos medžiagos, kurios pagal savo elektrinį laidumą užima tarpinę padėtį tarp laidininkų ir dielektrikų. Skirtingai negu dielektrikai, puslaidininkiai praleidžia elektros srovę. Nuo metalų puslaidininkiai skiriasi tuo, kad jų varža kylant temperatūrai ne didėja, bet mažėja. Aukštoje temperatūroje puslaidininkiai praleidžia elektros srovę beveik kaip metalai, o temperatūroje, artimoje absoliutiniam nuliui $(T \approx 0\ K)$, puslaidininkiai savo savybėmis pasidaro panašūs į dielektrikus (srovės praktiškai nepraleidžia). Be to, puslaidininkių savitoji varža, o tuo pačiu ir laidumas, labai priklauso nuo kitų išorinių sąlygų, pavyzdžiui, apšviestumo. Labiausiai ištirti ir didelį praktinį pritaikymą turi puslaidininkiams priklausantys Mendelejevo periodinės cheminių elementų sistemos IV grupės elementai germanis (Ge) ir silicis (Si). Taip pat prie puslaidininkių priskiriami indis (In) iš III grupės, selenas (Se) iš VI grupės (selenas plačiai naudojamas fotoelementuose ir elektros srovės lygintuvuose) ir daug kitų elementų. Puslaidininkiams būdingomis savybėmis taip pat pasižymi ir III grupės elementų junginiai su V grupės elementais bei II grupės elementų junginiai su IV grupės elementais.

Elektrinės puslaidininkių savybės paaiškinamos ypatinga puslaidininkių kristalų sandara. Kai $(T = 0\ K)$, visos šių kristalinių medžiagų jungtys užpildytos, ir laisvųjų krūvio nešėjų nėra.

Pavyzdžiui, silicio kristalo atominės gardelės plokščioji projekcija pavaizduota paveiksle:




Kadangi silicis (Si) yra keturvalentis, tai jo atomų išoriniame elektronų sluoksnyje yra keturi valentiniai elektronai, kurie palyginti silpnai susiję su branduoliu. Kristalinėje gardelėje kiekvieno silicio atomo keturi valentiniai elektronai **kovalentinėmis jungtimis** (du gretimi atomai turi du bendrus valentinius elektronus, t.y. elektronų porą) susieti su tokiais pat kaimyninių gardelės atomų elektronais.

Kai temperatūra žema kovalentinės jungtys pakankamai stiprios ir laisvųjų elektronų kristale nėra (silicis ir kiti puslaidininkiai yra geri dielektrikai).

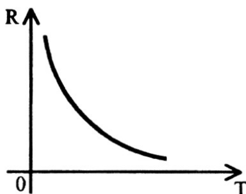
Kaitinant arba švitinant silicį, valentinių elektronų kinetinė energija didėja, dalis kovalentinių jungčių nutrūksta ir kristale atsiranda laisvųjų elektronų. Nutrūkus kovalentinei jungčiai, atsiranda laisva vieta, į kurią gali pereiti kaimyninio silicio atomo vienas elektronas, o į jo vietą – kito atomo elektronas ir t.t. Laisvos vietos, kuriose trūksta elektrono, turi teigiamą krūvį ir vadinamas **skyle**. Laisvųjų elektronų ir skylių koncentracija grynajame puslaidininkyje visada vienoda.

Grynąjį puslaidininkį įjungus į elektros srovės grandinę, elektrinio lauko veikiami, laisvieji elektronai juda prieš lauko kryptį, o skylės – lauko kryptimi.

Taigi gryname puslaidininkyje krūvio nešėjai yra elektronai ir skylės. Grynų puslaidininkių elektrinis laidumas vadinamas **savuoju**. Paprastai šis laidumas yra nedidelis.

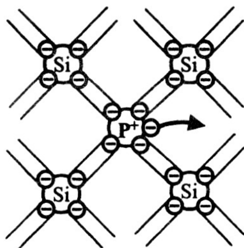
Didėjant temperatūrai, didėja laisvųjų elektronų ir skylių koncentracija, o tuo pačiu ir grynojo puslaidininkio elektrinis laidumas, o varža mažėja.

**Grynojo puslaidininkio varžos priklausomybės nuo temperatūros grafikas pavaizduotas paveiksle:**



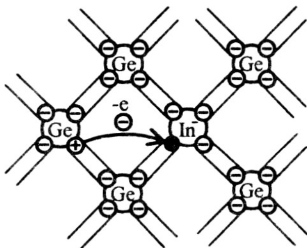

Krūvininkų koncentracija puslaidininkyje pasikeis, jeigu į jį įterpsime priemaišų. Priemaišų atomai ar jonai išsidėsto puslaidininkio gardelės mazguose ar tarpmazgiuose ir yra papildomų elektronų ar skylių šaltiniai.

Pavyzdžiui, jeigu į IV grupės elemento silicio kristalą įterpsime V grupės elemento fosforo priemaišų, tai penktasis valentinis fosforo elektronas nesudaro kovalentinės jungties ir yra silpnai susietas su fosforo atomu. Netgi kambario temperatūroje jis gali tapti laisvu. Jeigu sukursime išorinį elektrinį lauką, tai jo veikiami elektronai tampa judriais krūvio nešėjais. Taigi toks puslaidininkis pasižymi elektroniniu priemaišiniu laidumu – **n tipo laidumu** (n – lot. negatyvus – neigiamas).




Priemaišos, kurių įterpus atsiranda n tipo laidumas, vadinamos **donorinėmis** (lot. donare – dovanoti, aukoti). Elektronai tokiame puslaidininkyje yra pagrindiniai krūvininkai, o skylės – šalutiniai (nepagrindiniai).

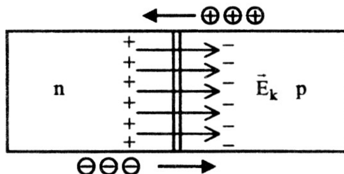
Į IV grupės elemento germanio kristalą įterpus III grupės elemento indžio priemaišų, indžio atomas ketvirtajai kovalentinei jungčiai sudaryti paims iš kaimyninio germanio atomo elektroną ir taps neigiamuoju jonu. Taigi germanio atome atsiras skylė. Skylių skaičius priklauso nuo priemaišų koncentracijos. Į skylės vietą peršoka kaimyninio atomo elektronas, į vėl atsiradusią laisvą vietą (skylę) tuojau peršoka gretimo germanio atomo elektronas ir t.t. Taigi skylės juda kristale, tik priešinga nei elektronai kryptimi. Išorinio elektrinio lauko veikiamos jos sukuria skylinį priemaišinį laidumą, kuris vadinamas **p tipo laidumu** (p – lot. positivus – teigiamas).



Priemaišos, kurių įterpus į puslaidininkį atsiranda p tipo laidumas, vadinamas **akceptorinėmis** (lot. acceptare – priimti). Tokiame puslaidininkyje skylės yra pagrindiniai krūvio nešėjai, o elektronai – šalutiniai (nepagrindiniai).

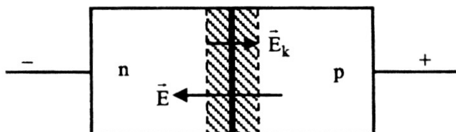
Dviejų p ir n laidumo puslaidininkių kontaktas vadinamas **pn sandūra.** Panagrinėkime pn sandūroje vykstančius procesus.

Elektronai iš n srities difunduoja į p sritį, o skylės iš p srities difunduoja į n sritį. Vadinasi, n sritis įsielektrina teigiamai, o p sritis – neigiamai. Dėl šios priežasties, elektroninėje skylinėje sandūroje susidaro dvejopas elektros krūvio sluoksnis, o kartu atsiranda ir kontaktinis elektrinis laukas, kuris trukdo pagrindiniams krūvio nešėjams (n srityje – elektronams, o p srityje – skylėms) dėl difuzijos judėti per pn sandūrą.

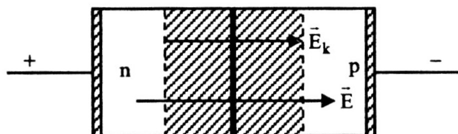



Per pn sritį pratekančios suminės elektros srovės stiprumas lygus nuliui. Jeigu puslaidininkį, turintį n tipo laidumą, prijungsime prie elektros srovės šaltinio neigiamo poliaus, o p tipo laidumą turintį puslaidininkį prie srovės šaltinio teigiamo poliaus, tai atsiras **išorinis elektrostatinis laukas,** kurio stiprumo vektoriaus $\vec{E}$ kryptis bus priešinga kontaktinio lauko stiprumo vektoriaus $\vec{E}_k$ krypčiai. Vadinasi, suminio elektrostatinio lauko stiprumas np sandūroje sumažėja, taip pat sumažėja ir np srities plotis bei varža. Tada

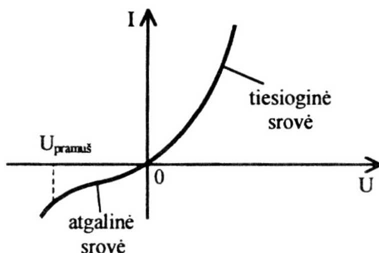
pagrindinių krūvininkų srautai per np sritį padidėja – sandūra teka stipri elektros srovė, kuri vadinama tiesiogine elektros srove. Jos stiprumas staigiai didėja didėjant įtampai.




Jei n tipo laidumą turintį puslaidininkį prijungsime prie srovės šaltinio teigiamo poliaus, o p tipo laidumą turintį puslaidininkį – prie srovės šaltinio neigiamo poliaus, tai išorinio elektrostatinio lauko stiprumo vektoriaus $\vec{E}$ kryptis sutampa su kontaktinio lauko vektoriaus $\vec{E}$ kryptimi. Tada srities np plotis, vadinasi, ir varža padidėja, o pagrindinių krūvininkų srautai per np sandūrą sumažėja. Taigi per np sandūrą teka mažo stiprumo elektros srovė, kuri vadinama **atgaline**. Šios srovės stiprumas beveik nepriklauso nuo įtampos.




Taigi np sandūra srovės atžvilgiu yra nesimetriška: viena kryptimi ja elektros srovė teka, kita – ne. Taip yra dėl to, kad tiesiogine kryptimi np sandūros varža daug mažesnė negu atbuline kryptimi. np sandūros voltamperinė charakteristika parodyta paveiksle:

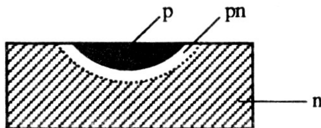



Kai atgalinė įtampa gana didelė, np sandūra pramušama.

## 3.9. PUSLAIDININKINIAI PRIETAISAI IR JŲ NAUDOJIMAS

Dviejų puslaidininkių sistemą su np sandūra vadiname **puslaidininkiniu lygintuvu,** arba **diodu.**

Svarbiausias puslaidininkinio diodo darbinis elementas yra germanio arba silicio kristalas, turintis dvi skirtingo laidumo sritis. Elektroninio ir skylinio laidumo sričių skiriamojoje riboje susidaro pn sandūra. Kristalas įdedamas į stiklinį arba metalinį korpusą ir prie kristalo skirtingo laidumo sričių prijungiami laidai.




Puslaidininkinio diodo veikimas pagrįstas **ventiline** np sandūros savybe (viena kryptimi elektros srovė teka, kita neteka). Dėl šios np sandūros savybės jie naudojami kintamajai elektros srovei lyginti.

Schemose puslaidininkinis diodas žymimas taip:




Diodo sutartinio ženklo rodyklės kryptis sutampa su tieioginės elektros srovės kryptimi.

Puslaidininkinio diodo voltamperinė charakteristika yra tokia pat, kaip ir np sandūros.

**Puslaidininkinių diodų privalumai:**

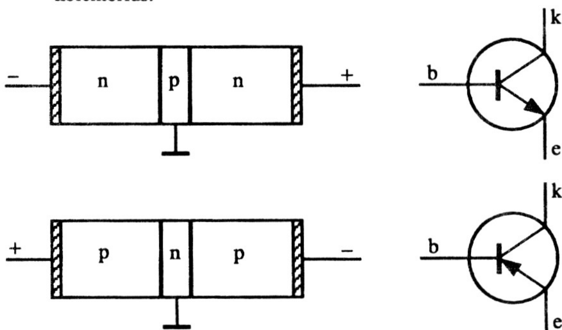
- maži matmenys ir masė,
- ekonomiški (nėra kaitinimo),
- didelis mechaninis atsparumas,
- patvarūs.

**Puslaidininkinių diodų trūkumas** yra tas, kad jų veikimo temperatūros intervalas yra ribotas (nuo –70° C iki +125° C).

**Puslaidininkinis triodas,** arba **tranzistorius** sudarytas iš trijų puslaidininkinių kristalų, kurių du turi vienodą laidumą.

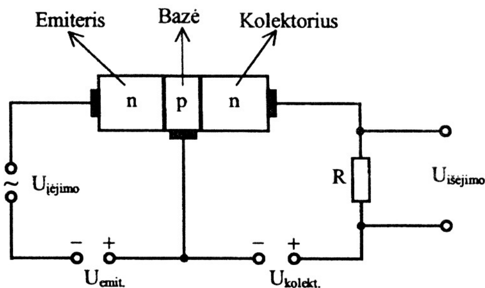
Tranzistoriai būna npn ir pnp tipo. Tranzistorių sudaro trys dalys:

- pagrindas, arba bazė,
- emiteris,
- kolektorius.




Labiausiai paplito pnp tipo tranzistoriai. Tranzistorius, skirtingai nuo puslaidininkinio diodo, turi du pn perėjimus, kurių vienas vadinamas **emiteriniu**, o antrasis – **kolektoriniu**.

Tranzistorius į elektrinę grandinę jungiamas taip, kad kairioji sandūra (emiterinė) praleidžia srovę tiesiogine kryptimi, o dešinioji (kolektorinė) – atgaline.




Kadangi bazės sritis labai siaura, tai didžioji dalis pagrindinių krūvių nešėjų (elektronų) iš emiterio ir bazės sandūros patenka į bazės ir kolektoriaus sandūrą ir ją pereina. Dėl šios priežasties vietoj silpnos atgalinės elektros srovės dešiniąja sandūra teka beveik tokio pat stiprumo elektros srovė, kaip ir kairiąja. Jeigu į emiterio grandinę papildomai įjungsime kintamos EVJ šaltinį, tai emiterio srovė, o tuo pačiu ir kolektoriaus srovė, keisis proporcingai EVJ pasikeitimams.

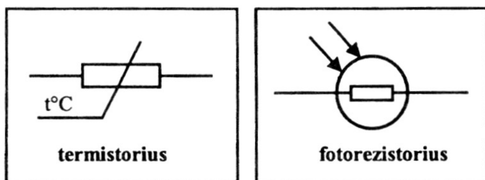
Į bazės ir kolektoriaus grandinę įjungus apkrovą (didelės varžos R rezistorių), šios grandinės įtampa labai padidėja. Taigi bent kiek sustiprėjus elektros srovei emiterio grandinėje, gerokai padidėja apkrovos įtampa (įėjimo signalas sustiprėja). Tranzistorių stiprinimo koeficientas siekia tūkstančius ir daugiau kartų.

Tuo reiškiniu pagrįstas tranzistoriaus naudojimas radiotechnikoje elektriniams signalams stiprinti.

Tranzistoriai yra labai ekonomiški, turi ilgą tarnavimo laiką, miniatiūrinius matmenis, dirba esant labai žemoms įtampoms. Tačiau tranzistoriai labai jautrūs temperatūros padidėjimui, elektrinėms

perkrovoms ir stipriam spinduliavimui. Puslaidininkių elektrinė varža labai priklauso nuo temperatūros ir šviesos poveikio, nes dėl to kristale nutrūksta kovalentinės jungtys ir atsiranda vis daugiau laisvų krūvininkų. Tuo pagrįstas **termistorių** ir **fotorezistorių** veikimas. Šių prietaisų elektrinė varža priklauso nuo temperatūros ir apšviestumo pokyčių (didėjant temperatūrai arba apšviestumui, jų varža mažėja, o laidumas didėja).

Termistoriai ir fotorezistoriai schemose žymimi taip:




Daugumos termistorių matuojamos temperatūros diapazonas yra nuo 170 iki 570 K. Taip pat yra ir tokių termistorių, kuriais galima matuoti labai aukštas temperatūras (iki 1300 K) ir labai žemas temperatūras (iki 4 – 80 K). Šiuolaikiniai termistoriai užfiksuoja milijoninių laipsnio dalių temperatūros pokyčius.

Termistoriai taikomi distanciniam temperatūros matavimui, priešgaisrinėje signalizacijoje ir kitur.

Fotorezistoriai plačiai naudojami automatikoje, skaičiavimo technikoje ir kitur.

* * *

# 4. MAGNETINIS LAUKAS

## 4.1. MAGNETINIS LAUKAS IR JO EGZISTAVIMĄ PATVIRTINANTYS BANDYMAI

**Magnetinį lauką** kuria judantys elektros krūviai ir kintantis elektrinis laukas.

Elektros srovė yra kryptingas elektros krūvių judėjimas, todėl elektros srovė taip pat sukuria magnetinį lauką, kuris veikia į jį įneštus kitus judančius elektros krūvius ar elektros sroves.

Magnetinis laukas – tai ypatingos formos materija, perduodanti judančių elektros krūvių sąveiką.

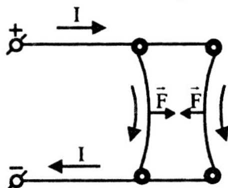
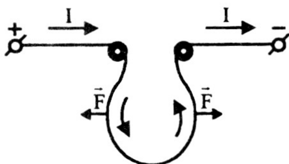
Magnetinio lauko savybėms apibūdinti naudojamas **srovės rėmelis** arba **magnetinė rodyklė**.

Magnetinio lauko egzistavimą patvirtina šie bandymai:

**1** 1820 m. danų fizikas Hansas Erstedas (Oersted, 1777 –1851) bandymais įrodė, kad laidininku tekanti srovė veikia magnetinę rodyklę, bet ne traukia ar stumia, o pasuka, kad ji būtų statmena srovės krypčiai.




**2** Prancūzų fizikas Andrė Amperas (Ampere, 1775 –1836) nustatė, kad viena kryptimi tekančios srovės viena kitą traukia, o tekančios priešingomis kryptimis – viena kitą stumia.

| **Vienos krypties srovės traukia viena kitą** | **Priešingų krypčių srovės stumia viena kitą** |
|---|---|
|  |  |





Taip pat sąveikauja ir ritės, kai jomis teka srovė.

Jei turime du vienodo ilgio lygiagrečius laidininkus ir pirmuoju laidininku teka $I_1$ stiprio srovė, o antruoju $I_2$ stiprio srovė, tai jų sąveikos jėgos dydis tiesiog proporcingas srovių stiprių sandaugai, laidų ilgiui $\ell$ ir atvirkščiai proporcingas atstumui r tarp jų:

$$F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} \cdot \ell, \quad \text{arba} \quad F = 2 \cdot 10^{-7} \mu \frac{I_1 I_2 \ell}{r};$$

čia $\mu_0$ – magnetinė konstanta:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 1{,}25 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2},$$

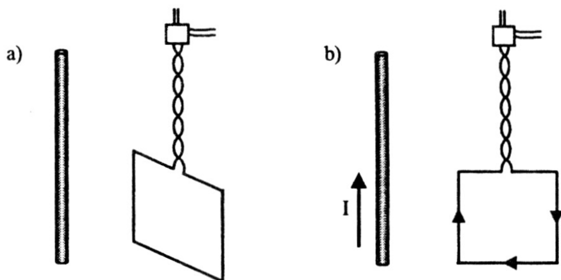
$\mu$ – santykinė aplinkos magnetinė skvarba.

Srovių sąveikos jėgos vadinamos **elektrodinaminėmis jėgomis.**

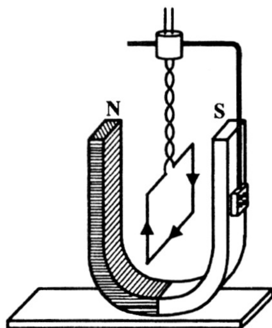
**Amperas – tai stipris tokios srovės, kuriai tekant dviem lygiagrečiais laidininkais, esančiais vakuume 1 m atstumu vienas nuo kito, kiekvieną laido ilgio metrą veikia $2 \cdot 10^{-7}$ N jėga.**

3 Bandymais nustatyta, kad magnetinis laukas veikia rėmelius, kuriais teka elektros srovė. Į magnetinį lauką įnešę vielinius rėmelius (uždarą mažą laidų kontūrą), kuriais teka elektros srovė, pastebėsime, kad jie šiame lauke pasisuks tam tikru kampu. Jei rėmeliai, kuriais

teka elektros srovė, yra įnešami į laidininko su srove sukurtą magnetinį lauką, tai rėmeliai šiame lauke pasisuka taip, kad laidininkas ir rėmeliai būtų vienoje plokštumoje.




Jei rėmeliai, kuriais teka elektros srovė, yra įnešami į nuolatinio magneto sukuriamą magnetinį lauką, tai rėmeliai šiame lauke pasisuka (orientuojasi) taip, kad rėmelių plokštuma būtų statmena tiesės atkarpai, jungiančiai magneto polius ir jiems statmenai.



## 4.2. MAGNETINIO LAUKO JĖGŲ LINIJOS. TIESIU LAIDININKU, VIJA ARBA RITE TEKANČIOS ELEKTROS SROVĖS SUKURTAS MAGNETINIS LAUKAS IR JO VAIZDAVIMAS JĖGŲ LINIJOMIS

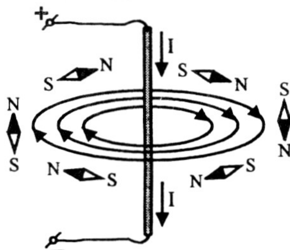
Magnetinį lauką grafiškai galima pavaizduoti įsivaizduojamomis linijomis, kurios vadinamos magnetinio lauko jėgų linijomis.

**Magnetinio lauko jėgų linijomis** vadiname tokias linijas, kurių liestinės kiekviename lauko taške sutampa su pasisukusios magnetinės rodyklės ašimi. Jėgų linijos kryptimi (magnetinio lauko kryptimi) susitarta laikyti kryptį, kurią rodo magnetinės rodyklės **šiaurės** polius.

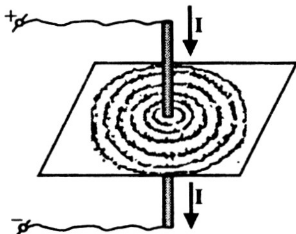
Magnetinio lauko jėgų linijos visada yra uždaros kreivės, juosiančios laidininką, kuriuo teka elektros srovė. Taigi **magnetinio lauko jėgų linijos neturi nei pradžios, nei pabaigos.** Panašių į elektrinius magnetinių krūvių, kaip magnetinio lauko šaltinių, gamtoje nėra. Laukas, kurio jėgų linijos yra uždaros, vadinamas **sūkuriniu lauku.** Taigi **magnetinis laukas yra sūkurinis.**

Jeigu jėgų linijos yra lygiagrečios ir jų tankis visur vienodas, tai toks laukas yra vadinamas **vienalyčiu**.

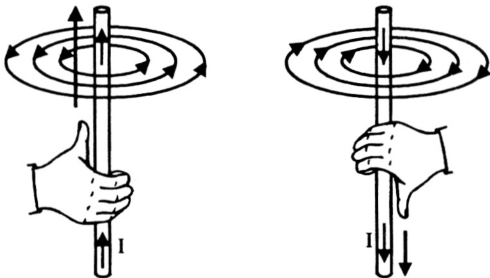
Paveiksle parodytos tiesiu laidininku tekančios elektros srovės magnetinio lauko jėgų linijos, kurių kryptį rodo šiaurinis magnetinės rodyklės (kompaso rodyklės) galas.



Magnetinio lauko jėgų linijas nesunku vaizdžiai parodyti. Geležies drožlės, papiltos ant kartono lapo, tiesaus laidininko su srove sukurtame magnetiniame lauke virsta magnetinėmis rodyklėmis ir orientuojasi pagal magnetinio lauko jėgų linijas, t.y. išsidėsto išilgai jėgų linijų.

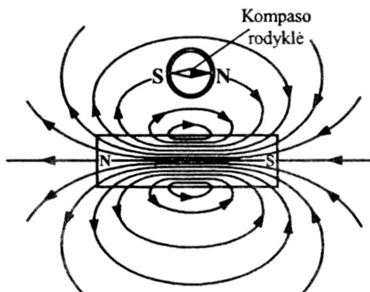



Tiesiu laidininku tekančios elektros srovės sukurto magnetinio lauko jėgų linijų kryptį galima nustatyti ir be magnetinės rodyklės, t.y. remiantis **dešiniosios rankos taisykle**: jeigu dešine ranka apimsime laidininką taip, kad ištiestas nykštys rodytų srovės kryptį, tai pirštai rodys magnetinio lauko jėgų linijų kryptį.

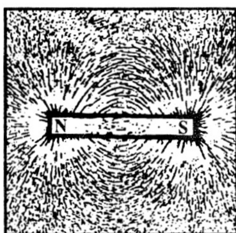



Naudojantis magnetine rodykle nustatytos ir **tiesaus magneto** sukurto magnetinio lauko jėgų linijos. Susitarta magnetinio lauko jėgų

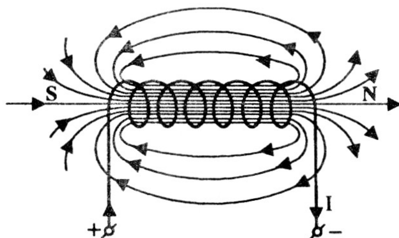
linijų kryptimi laikyti tokią, kokią rodo šiaurinės kompaso rodyklės (magnetinės rodyklės) galas, t.y. jėgų linijos šalia tiesaus magneto išeina iš jo šiaurinio **poliaus N** ir sueina į pietinį **polių S**, kaip parodyta paveiksle.



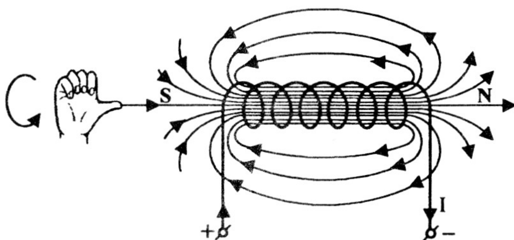

Jėgų linijas galima vaizdžiai parodyti. Virš tiesaus magneto padėjus popieriaus lapą ir ant jo pabėrus geležies pjuvenų, pastarosios magneto sukurtame magnetiniame lauke virsta magnetinėmis rodyklėmis ir orientuojasi pagal magnetinio lauko jėgų linijas. Tų linijų visuma sudaro tiesaus magneto **magnetinio lauko spektrą**.




Ritės, kuria teka elektros srovė, sukuriamas magnetinis laukas panašus į tiesaus magneto lauką: magnetinio lauko jėgų linijos išeina iš šiaurinio poliaus ir sueina į pietinį polių.

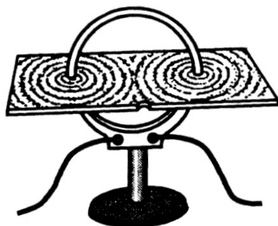



Magnetinio lauko jėgų linijų kryptį bei ritės šiaurinį polių galima nustatyti naudojantis „atvirkščia" **dešiniosios rankos taisykle**: dešine ranka reikia apimti ritę taip, kad pirštai rodytų srovės kryptį – tada ištiestas nykštys rodo magnetinio lauko jėgų linijų kryptį ritės viduje; ištiestas nykštys taip pat rodo šiaurės polių.

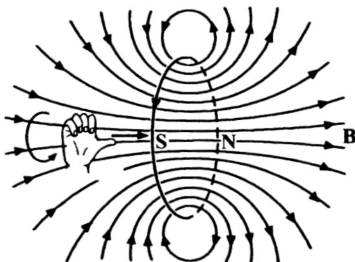



Ritė, kurios ilgis $\ell$ yra daug didesnis už jos vijų spindulį R, vadinama **solenoidu.** Solenoide magnetinio lauko jėgų linijos lygiagrečios, jų tankis vienodas, o magnetinis laukas vienalytis.

Apskritiminės srovės (vijos su srove) magnetinį lauką galima stebėti panašiai kaip ir tiesaus laidininko ar ritės su srove magnetinį lauką, t.y. pabėrus ant popieriaus lapo geležies drožlių, pastarosios orientuojasi išilgai magnetinio lauko jėgų linijų.



Apskritiminės srovės (vijos su srove) sukurto magnetinio lauko jėgų linijų kryptį galima nustatyti dešiniosios rankos taisykle: dešine ranka reikia apimti viją taip, kad pirštai rodytų srovės kryptį – tada ištiestas nykštys rodys magnetinio lauko linijų kryptį.




## 4.3. MAGNETAI IR KOMPASAS. ŽEMĖS MAGNETINIS LAUKAS

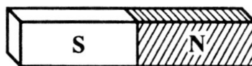
Jau senovėje buvo žinoma, kad gamtoje pasitaiko akmenų, traukiančių vienas kitą ir geležies gabalėlius. Tokių akmenų buvo randama Mažojoje Azijoje, Magnezijos miesto apylinkėse ir dėl to juos imta vadinti **magnetitais** arba **natūraliaisiais magnetais**. Taip pat buvo nustatyta, kad tokia savybė būdinga mažiems geležies, kobalto, nikelio ir kitų panašių medžiagų gabalėliams.

Medžiagų savybė traukti viena kitą (**magnetizmas**) negali išnykti kaip elektros krūviai, atsirandantys trinant vieną kūną į kitą. Taigi **magnetizmas yra pastovi medžiagos savybė**. Plieno gabalėlis, grūdinimo metu veikiamas stipraus magneto, įgyja magnetinių savybių, t.y. pats tampa magnetu. Atskirtas nuo magneto, jis išlaiko šias savybes ir tampa **nuolatiniu magnetu.**

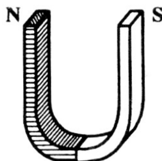
Pailgas magnetas, pakabintas ant siūlo arba padėtas ant ramiame vandenyje plūduriuojančio medžio gabalo, pasisuka tam tikra kryptimi Žemės atžvilgiu – iš pietų į šiaurę. Pastebėjus šį reiškinį, buvo išrastas **kompasas,** reikalingas žmonėms orientuotis miške, jūrų kelionėse ir kt.. Kompaso rodyklė yra ne kas kita, kaip maža magnetinė rodyklė (magnetėlis), galinti laisvai sukiotis apie savo ašį. Jau seniai buvo nustatyta, kad magnetinė rodyklė (kai šalia jos nėra kitų medžiagų, turinčių magnetinių savybių) Žemės atžvilgiu įgyja tam tikrą padėtį – iš pietų į šiaurę. Į šiaurę atsuktas jos galas vadinamas magneto **šiauriniu poliumi** (žymimas raide **N**), o nukrypstantis į pietus – **pietiniu poliumi** (žymimas raide **S**). Nuolatinis magnetas analogiškas kompasui, taigi kiekvienas magnetas turi vieną šiaurinį (N) ir pietinį (S) polių.




**Kompasas**

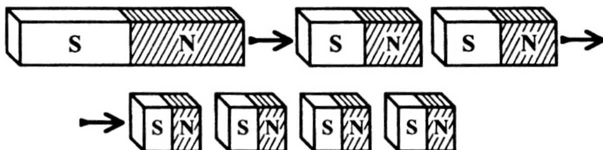



**Tiesusis magnetas**

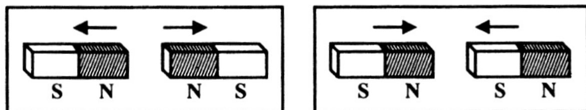



**Pasaginis magnetas (U formos magnetas)**

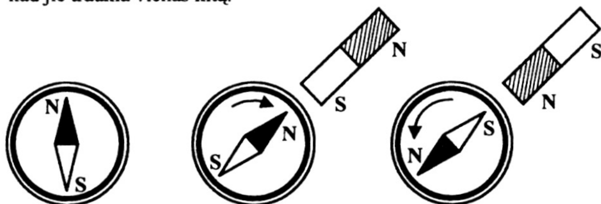
Magneto savybės nesikaupia tik poliuose. Jei tiesųjį magnetą perpjautume į du gabalus, tai pamatytume, kad abi pusės yra lygiaverčiai magnetai, turintys šiaurinį ir pietinį polius, orientuotus taip pat, kaip ir sveiko tiesaus magneto. Toliau pjaustydami šiuos magnetus, gautume vis naujus ir naujus magnetus, kurių poliai būtų nukreipti taip, kaip ir nepjaustyto magneto.




Visiems žinoma magnetų (kaip ir elektros krūvių) savybė: įvairiavardžiai magneto poliai vienas kitą traukia, o vienavardžiai – stumia. Magneto poliai – tai vietos, kuriose labiausiai reiškiasi magnetinės savybės.

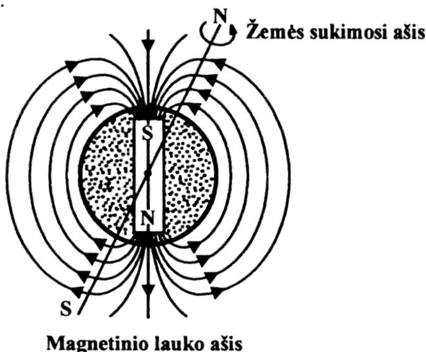



Priartinę magneto pietinį polių prie kompaso rodyklės pietinio poliaus, matysime, kad jie vienas kitą stumia, o artindami magneto šiaurinį polių prie kompaso rodyklės pietinio poliaus, pastebėsime, kad jie traukia vienas kitą.



Visi žinome, kad kiekviename Žemės paviršiaus taške kompaso rodyklė pasisuka tam tikra kryptimi. Kompaso magnetinės rodyklės šiaurinis polius (rodantis šiaurę) iš tikrųjų yra nukreiptas į Žemės pietinį polių, esantį netoli geografinio šiaurės ašigalio.

Tai, kad kompaso rodyklė bet kuriame Žemės paviršiaus taške visada nukrypsta šiaurės-pietų kryptimi, mums patvirtina, jog dėl Žemės magnetinių savybių aplink ją susidaro magnetinis laukas, taip pat kaip dėl jos masės – gravitacijos laukas. Kai kompaso rodyklės neveikia pašalinės jėgos, Žemės magnetiniame lauke ji yra orientuota šiaurės-pietų kryptimi. Žemės magnetinio lauko poliai yra arti geografinių ašigalių, bet su jais nesutampa. Žemės šiaurėje yra pietinis magnetinis polius, o pietuose – šiaurinis magnetinis polius. Ištyrus Žemės magnetinį lauką, paaiškėjo, kad praktiškai jis yra toks pat, kaip tiesaus magneto.



**Magnetinio lauko ašis**

Apskritimai, išvesti per Žemės magnetinius polius, vadinami **magnetiniais dienovidiniais,** arba **magnetiniais meridianais.** Kampas tarp geografinio ir magnetinio dienovidinių bet kuriame Žemės paviršiaus taške vadinamas **magnetine deklinacija.** Vilniuje magnetinė deklinacija yra 1° į rytus.

Magnetinės rodyklės nuokrypio nuo horizontalios plokštumos kampas vadinamas **magnetine inklinacija.** Vilniuje magnetinė inklinacija 68°28′, pusiaujyje – 0°, pietuose – 90°.

Vietos, kur magnetinė rodyklė visą laiką būna nukrypusi nuo tai vietai normalios krypties, vadinamos **magnetinėmis anomalijomis**.

Lietuvoje yra tokia vieta Rokiškio rajone Tumasonių kaimo apylinkėse. Geležies rūdos uolienos čia stūkso 1 km gylyje. Tokios anomalijos yra Rytų Sibire, Brazilijoje, Kursko srityje ir kt.

Žemės magnetinis laukas nėra pastovus, o ilgainiui lėtai kinta. Ištyrus magnetinių medžiagų pavyzdžius, kurių amžių nustatė archeologai, paaiškėjo, kad Žemės magnetinio lauko svyravimo periodas yra apie 5000 metų. Be to, per pastaruosius 10-20 milijonų metų maždaug kas 300000 metų lauko kryptis pasikeičia priešinga.

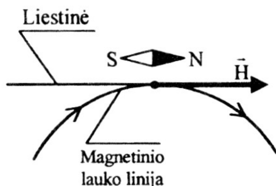
## 4.4. MAGNETINIO LAUKO STIPRIS IR INDUKCIJA

Magnetinio lauko svarbiausios charakteristikos yra lauko stipris $\vec{H}$ ir magnetinė indukcija $\vec{B}$. Srovės kuriamo **magnetinio lauko stipris H** nusakomas santykiu:

$$\boxed{H = \frac{I}{\ell},}$$

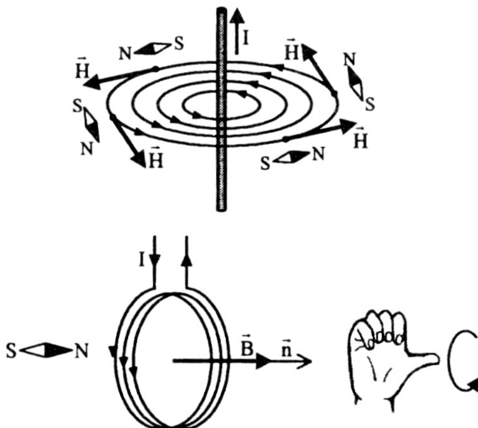
čia I – srovės stipris, $\ell$ – magnetinės linijos, einančios per duotąjį tašką, ilgis.

**Magnetinio lauko stipris – vektorinis dydis.** Vektorius $\vec{H}$ yra nukreiptas išilgai magnetinio lauko jėgų linijos liestinės į tą pusę, kurią rodo magnetinės rodyklės šiaurės polius.



Magnetinio lauko stiprio SI vienetas yra $\frac{A}{m}$.

Magnetinio lauko stiprio vektoriaus $\vec{H}$ kryptis kaip ir magnetinio lauko jėgų linijų kryptis, nustatoma pagal dešiniosios rankos taisyklę.




Lauko magnetinė indukcija $\vec{B}$ susijusi su magnetinio lauko stipriu $\vec{H}$ lygybe:

$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},}$ arba užrašant moduliais

$\boxed{B = \mu_0 \mu H;}$

čia $\mu_0$ – **magnetinė konstanta:**

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 1{,}25 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2}$$

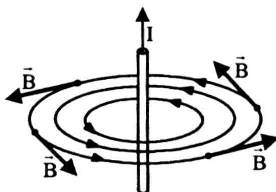
$\mu$ – santykinė aplinkos magnetinė skvarba.

Magnetinio lauko stipris H apibūdina magnetinio lauko intensyvumą vakuume, o lauko magnetinė indukcija B apibūdina jo intensyvumą medžiagoje.

Magnetinės indukcijos SI vienetas yra **tesla** (T):

$$\boxed{1\,\mathrm{T} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}\cdot 1\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}}.}$$

**Magnetinė indukcija – vektorinis dydis**. Ji yra jėginė magnetinio lauko charakteristika. Magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ kryptis sutampa su magnetinio lauko stiprio vektoriaus $\vec{H}$ kryptimi ir nustatoma pagal dešiniosios rankos taisyklę.




Magnetinį lauką aptinkame pagal jo poveikį tiesiajam laidininkui, kuriuo teka elektros srovė, ir pagal uždaro laidaus kontūro (pavyzdžiui, vielinio rėmelio) pasisukimą magnetiniame lauke, kai kontūru (rėmeliu) teka elektros srovė.

Magnetinės indukcijos vektoriaus modulio skaitinė vertė lygi maksimaliai vertei $M_{max}$ jėgų momento, veikiančio vienetinio magnetinio momento

$$p_m = I\cdot S$$

elektros srovės rėmelius vienalyčiame magnetiniame lauke:

$$\boxed{B = \frac{M_{max}}{I\cdot S};}$$

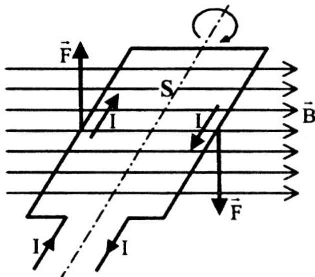
čia S – rėmelių plotas.

$M = M_{max}$, kai srovės rėmelių plokštuma lygiagreti magnetinės indukcijos linijoms, nes

$$\boxed{M = p_m B \sin\alpha\ ;}$$

čia $\alpha$ – kampas tarp $\vec{p}_m$ ir $\vec{B}$.

Todėl ši rėmelių padėtis magnetiniame lauke yra nestabili. Jėgų momento veikiami, rėmeliai pasisuka taip, kad jų plokštuma tampa statmena vektoriui $\vec{B}$ ($\vec{p}_m$ tampa lygiagretus $\vec{B}$).



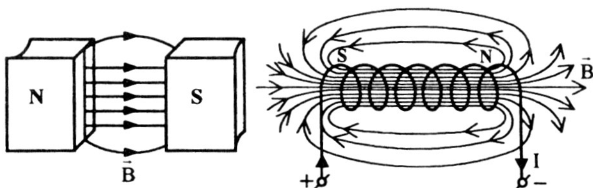

Magnetinės indukcijos vienetu **tesla** laikoma indukcija magnetinio lauko, 1 $m^2$ ploto rėmelį, kuriuo teka 1 A stiprio elektros srovė, veikiančio $1\ N \cdot m$ sukamuoju momentu:

$$1\,T = \frac{1N \cdot 1m}{1A \cdot 1m^2},\ \text{arba}\ 1\,T = 1\,\frac{N}{A \cdot m}.$$

Taigi kiekviename magnetinio lauko taške galima apibrėžti magnetinės indukcijos vektoriaus kryptį ir jo modulį, matuojant momentą jėgų, veikiančių rėmelį su srove.

Magnetinis laukas, kurio indukcijos vektoriaus kryptis ir modulis bet kuriame lauko taške yra vienodi, vadinamas **vienalyčiu magnetiniu lauku**. Pavyzdžiui, vienalytis magnetinis laukas yra solenoido viduje arba tarp skirtingų magneto polių, kai pačių polių

matmenys yra daug didesni už atstumą tarp jų. Prie polių kraštų magnetinis laukas jau nėra vienalytis.




Jeigu magnetinį lauką sukuria keletas srovių, tai atstojamojo magnetinio lauko indukcija duotajame lauko taške lygi šių srovių sukurtų magnetinių laukų indukcijų vektorinei sumai:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots + \vec{B}_n \ ;$$

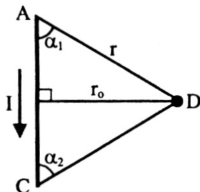
čia n – magnetinius laukus sukuriančių elektros srovių skaičius.

Ši lygybė išreiškia **magnetinių laukų superpozicijos principą.** Šią lygybę galima užrašyti taip:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i \ .$$

● Tiesaus laido atkarpa tekanti srovė sukuria taške D, nutolusiame nuo šio laido atstumu $r_o$, magnetinę indukciją, kurios didumas:

$$B = \frac{\mu_o \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_o} (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2);$$



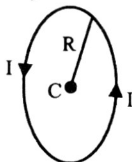

čia $\alpha_1$ $\alpha_2$ – kampai, kuriuos sudaro spinduliai – vektoriai, išvesti iš atkarpos galų į tašką D, su laido atkarpa, I – laido atkarpa tekančios srovės stipris.

Kai šis laidas labai ilgas $\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2 \to 2$. Todėl tiesaus begalinio laidininko su srove kuriamo lauko magnetinė indukcija ir magnetinio lauko stipris atstumu $r_o$ nuo jo yra

$$B = \frac{\mu\mu_o}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_o}, \qquad H = \frac{I}{2\pi r_o};$$

čia I – laidininku tekančios srovės stipris.

- Vijos su srove lauko magnetinė indukcija ir magnetinio lauko stipris vijos centre:

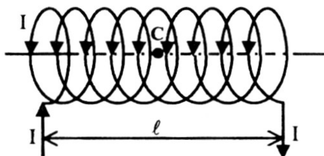



$$B_c = \frac{\mu\mu_o}{2} \cdot \frac{I}{R}; \qquad H_c = \frac{I}{2R};$$

čia vijos R – vijos spindulys,

I – vija tekančios srovės stipris.

- Magnetinė indukcija ir magnetinio lauko stipris solenoido* centre (taške C):




$$B_c = \mu\mu_o \frac{NI}{\ell}; \qquad H_c = \frac{NI}{\ell};$$

čia $\ell$ – solenoido ilgis, N – vijų skaičius, I – solenoidu tekančios srovės stipris.

---

* Solenoidu vadinama ritė, kurios ilgis $\ell$ yra daug didesnis už jos vijų spindulį R.

● Kai magnetinis laukas vienalytis, paviršiaus plotą S kertantis magnetinis srautas apskaičiuojamas pagal formulę

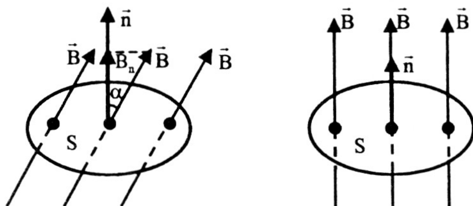
$$\boxed{\Phi = BS\cos\alpha = B_n \cdot S;}$$

čia B – magnetinė indukcija, S – paviršiaus plotas, $\alpha$ – kampas tarp paviršiaus normalės vektoriaus $\vec{n}$ ir magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ krypčių, $B_n$ – vektoriaus $\vec{B}$ projekcija ploto S paviršiaus normalėje.

Magnetinės indukcijos srauto vienetas vadinamas **veberiu:**

$$1\ \text{Wb} = 1\ \text{T} \cdot 1\text{m}^2 = 1\ \text{T} \cdot \text{m}^2.$$

Taigi vieno veberio srautas statmenai kerta 1 $m^2$ ploto rėmelius vienalyčiame 1 T indukcijos magnetiniame lauke.




Jei magnetinės indukcijos vektorius $\vec{B}$ statmenas ploto S paviršiui (paviršiaus normalės vektoriaus $\vec{n}$ kryptis sutampa su magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ kryptimi), tai šiuo atveju kampas $\alpha = 0°$, o $\cos\alpha = 1$ ir paviršiaus plotą S kertantis magnetinis srautas:

$$\boxed{\Phi = B \cdot S.}$$

* * *

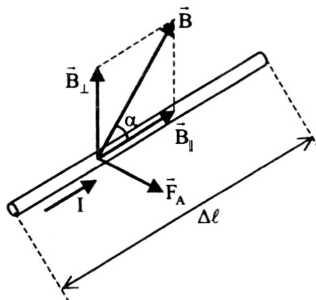
## 4.5. AMPERO JĖGA

Kai laidininku teka elektros srovė ir jis yra magnetiniame lauke, tai magnetinis laukas veikia laidininką **Ampero jėga** $\vec{F}_A$. 1820 m. Amperas nustatė, kad jėgos $\vec{F}_A$ modulis proporcingas magnetiniame lauke esančio laidininko ilgiui $\Delta\ell$, juo tekančios elektros srovės stipriui I ir magnetinei indukcijai B toje vietoje bei priklauso nuo laidininko orientacijos magnetiniame lauke, t.y.

$$\boxed{F_A = I\,\Delta\ell\,B\sin\alpha;}$$

čia I – laidininku tekančios srovės stipris, $\Delta\ell$ – laidininko ilgis, B – magnetinė indukcija, $\alpha$ – kampas tarp elektros srovės ir magnetinės indukcijos krypčių.

Ši lygybė išreiškia **Ampero dėsnį.** Magnetinės indukcijos vektorių B galima išskaidyti į dvi dedamąsias: $\vec{B}_\perp$ – statmeną laidininkui ir $\vec{B}_\parallel$ – nukreiptą išilgai laidininko.



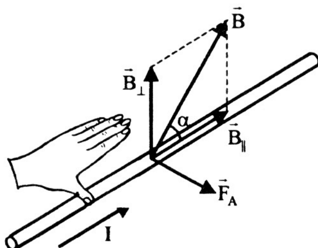

Kadangi $B_\perp = B \cdot \sin\alpha$, tai Ampero dėsnį galime užrašyti taip:

$$\boxed{F_A = I \cdot \Delta\ell \cdot B_\perp\,.}$$

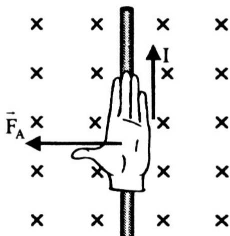
Ampero jėga yra didžiausia ($F_{A_{max}} = I\ell B$), kai laidininkas statmenas indukcijos linijoms ir lygi nuliui ($F_A = 0$), kai jis lygiagretus joms.

Jėga $\vec{F}_A$ yra statmena laidininkui ir magnetinei indukcijai $\vec{B}$.

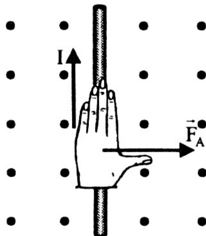
Ampero jėgos kryptis nustatoma remiantis **kairiosios rankos taisykle:** jei kairioji ranka laikoma taip, kad statmena laidininkui indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ komponentė kerta delną, o keturi ištiesti pirštai rodo elektros srovės kryptį, tai 90° kampu ištiestas nykštys rodo laidininko atkarpą veikiančios Ampero jėgos kryptį.



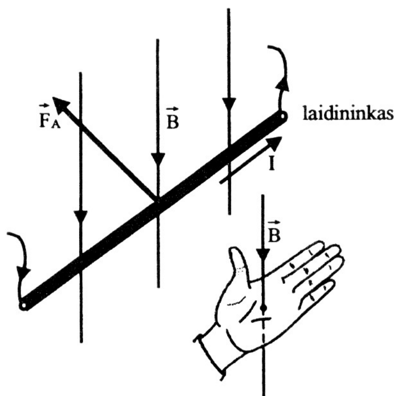

**Ampero jėgos krypties nustatymas, kai magnetinės indukcijos vektorius statmenas laidininkui.**




**magnetinės indukcijos linijos nukreiptos nuo mūsų**




**magnetinės indukcijos linijos nukreiptos į mus**




Iš Ampero jėgos apibrėžimo išplaukia dar vienas magnetinės indukcijos eksperimentinis apibrėžimas: magnetinės indukcijos modulis lygus maksimaliai jėgai $F_{max}$, kuria magnetinis laukas veikia jame esančio laidininko ilgio vienetą, kai juo teka vienetinio stiprio elektros srovė, nes

$$\boxed{B = \frac{F_{max}}{I\,\Delta\ell}}\,.$$

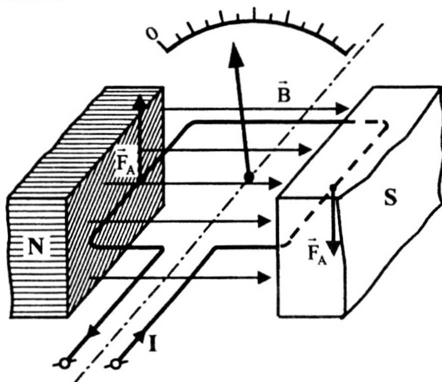
Vadinasi, **tesla** – magnetinė indukcija tokio vienalyčio magnetinio lauko, kuris statmeną 1 m ilgio laidininką veikia 1 N jėga, kai laidininku teka 1 A stiprio elektros srovė.

*   *   *

## 4.6. ELEKTROS MATAVIMO PRIETAISŲ VEIKIMO PRINCIPAS

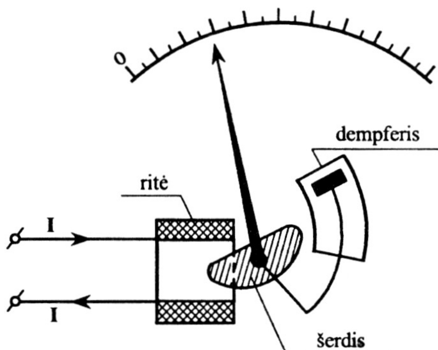
Pagrindiniai elektros matavimo prietaisai yra ampermetras ir voltmetras. Jau žinome, kad ampermetru matuojamas elektros srovės stipris, o voltmetru – įtampa. Jų veikimas pagrįstas magnetiniu elektros srovės veikimu. Šie prietaisai pagal savo konstrukciją gali būti kelių tipų.

**Magnetoelektrinį** prietaisą sudaro nejudamas magnetas ir judamieji rėmeliai tarp magneto polių. Prie rėmelių prijungiama rodyklė. Kai rėmeliais teka elektros srovė, tai nejudamo magneto sukurtas magnetinis laukas juos veikia Ampero jėgų pora, ir rėmeliai pasukami. Posūkio kampas proporcingas rėmeliais tekančios srovės stipriui, kurį rodo rodyklė skalėje. Rėmelius į pradinę padėtį grąžina prie jų ašies pritvirtintos spyruoklės. Magnetoelektriniai prietaisai tikslūs ir jautrūs, bet tinka tik nuolatinės elektros srovės grandinėms. Ypatingai didelio jautrumo magnetoelektriniai prietaisai vadinami **galvanometrais**.



**Elektromagnetiniame** prietaise yra įtaisyta nejudama ritė ir judama minkštos geležies šerdis. Prie šerdies ašies pritvirtinta rodyklė ir spyruoklė. Kai rite teka elektros srovė, kurios stiprį norime išmatuoti, tai atsiradęs magnetinis laukas įtraukia į ritę šerdį ir kartu pasuka rodyklę. Rodyklės virpesiams nuslopinti naudojami oriniai slopintuvai (demferiai).

Elektromagnetiniai prietaisai ne tokie jautrūs, bet tinka ir kintamosios elektros srovės grandinėms.




* * *

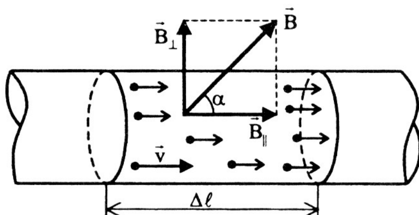
## 4.7. LORENCO JĖGA

Magnetinis laukas veikia jame judančią elektringąją dalelę **Lorenco jėga** $\vec{F}_L$, kurios modulis:

$$\boxed{F_L = qvB\sin\alpha;}$$

čia q – elektringosios dalelės krūvis, v – jos greitis, B – magnetinė indukcija, α – kampas tarp vektorių $\vec{v}$ ir $\vec{B}$.

Vadinasi, jei laidininku teka elektros srovė ir jis yra magnetiniame lauke, tai šis laukas veikia laidininko viduje kryptingai judančius elektros krūvius Lorenco jėga.




Taigi laidininką veikiančią Ampero jėgą galime nagrinėti kaip vektorinę sumą Lorenco jėgų, veikiančių laidininko viduje judančius laisvuosius krūvius.

Magnetiniame lauke judantį vieną elektros krūvį veikiančios Lorenco jėgos modulis lygus

$$\boxed{F_L = \frac{F_A}{N};}$$

čia $F_A$ – Ampero jėgos, veikiančios $\Delta\ell$ ilgio laidininko atkarpą, modulis; N – šioje laidininko atkarpoje judančių laisvųjų elektros krūvių skaičius.

Remiantis Ampero dėsniu, $\Delta \ell$ ilgio laidininko atkarpą veikia Ampero jėga:

$$F_A = I \cdot \Delta \ell \cdot B \cdot \sin\alpha \, .$$

Laidininku tekančios srovės stipris priklauso nuo krūvio q, kurį perneša kryptingai judančios elektringosios dalelės, nuo dalelių koncentracijos n (krūvių skaičiaus tūrio vienete), jų kryptingo judėjimo greičio v ir laidininko skersinio pjūvio ploto S:

$$I = qnvS \, .$$

Vadinasi, $F_A = qnvS \cdot \Delta \ell \cdot B \cdot \sin\alpha$ .

Kadangi $\Delta\ell \cdot S = V$ (V – laidininko dalies, kurios ilgis lygus $\Delta \ell$, tūris), tai elektringųjų dalelių (krūvio nešėjų) skaičius tūryje V yra lygus

$$N = n \cdot V = n \cdot S \cdot \Delta \ell \, .$$

Taigi Ampero jėgos modulis lygus

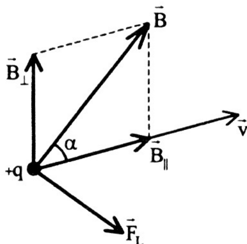
$$F_A = qnvS \cdot \Delta \ell \cdot B \cdot \sin\alpha = qNvB\sin\alpha \, .$$

Todėl Lorenco jėgos modulis:

$$F_L = \frac{F_A}{N} = \frac{qNvB\sin\alpha}{N} = qvB\sin\alpha \, .$$

Šią išraišką jau buvome užrašę skyrelio pradžioje.

Magnetinės indukcijos vektorių galima išskaidyti į dvi dedamąsias: $\vec{B}_\perp$ – statmeną elektringosios dalelės greičio vektoriui ir $\vec{B}_\parallel$ – lygiagrečią dalelės greičio vektoriui.

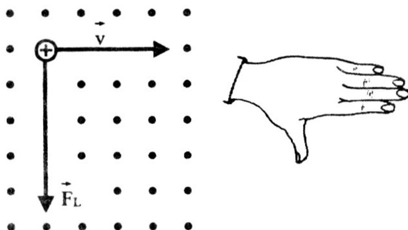


Kadangi $B_{\perp} = B\sin\alpha$, tai Lorenco jėgos modulis lygus

$$\boxed{F_L = qvB_{\perp}.}$$

Iš šios išraiškos matome, kad Lorenco jėgos dydžiui (moduliui) įtakos turi magnetinės indukcijos komponentė, kuri yra statmena elektringosios dalelės greičio vektoriui $\vec{v}$, t.y. komponentė $\vec{B}_{\perp}$.

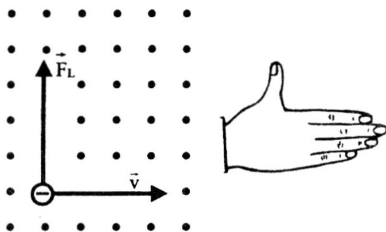
Lorenco jėgos kryptis tokia pati, kaip ir Ampero jėgos. Kai vienalyčiame magnetiniame lauke juda teigiamas krūvis, tai krūvį veikiančios Lorenco jėgos (magnetinės jėgos $\vec{F}_L$) kryptis nustatoma pagal **kairiosios rankos taisyklę:** jeigu kairioji ranka laikoma taip, kad statmenoji magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ komponentė kerta delną, o keturi ištiesti pirštai rodo teigiamo krūvio judėjimo vienalyčiame magnetiniame lauke kryptį, tai 90° kampu ištiestas nykštys rodo elektringąją dalelę (krūvį) veikiančios Lorenco jėgos kryptį.




**Magnetinės indukcijos linijos nukreiptos į mus.**

Kai vienalyčiame magnetiniame lauke juda neigiamas krūvis, tai krūvį veikiančios Lorenco jėgos $\vec{F}_L$ kryptis nustatoma pagal **dešiniosios rankos taisyklę:** jeigu dešinioji ranka laikoma taip, kad

statmenoji magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ komponentė kerta delną, o keturi pirštai rodo neigiamo krūvio judėjimo vienalyčiame magnetiniame lauke kryptį, tai 90° kampu ištiestas nykštys rodo elektringąją dalelę (krūvį) veikiančios Lorenco jėgos kryptį.




**Magnetinės indukcijos linijos nukreiptos į mus.**

Lorenco jėga visada statmena vektoriams $\vec{v}$ ir $\vec{B}$.

Lorenco jėga nekeičia dalelės greičio modulio (kinetinės energijos), o tik jo kryptį. Lorenco jėga darbo neatlieka, nes ji yra statmena greičio vektoriui. Taigi Lorenco jėga keičia tik krūvio judėjimo vienalyčiame magnetiniame lauke kryptį.

- Lorenco jėgos veikimu paaiškinami šiaurės pašvaisčių lankai, elektringųjų dalelių pėdsakai Vilsono kameroje su magnetiniu lauku, masių spektrografo (izotopų tyrimo prietaiso) ir ciklinių greitintuvų veikimas. Lorenco jėga valdo elektronų pluoštelį elektroniniame vamzdelyje (televizoriaus kineskope).

Jei elektringoji dalelė tuo pačiu metu juda ir elektriniame, ir magnetiniame lauke (elektromagnetiniame lauke), tai elektromagnetinis laukas veikia dalelę jėga, kurios modulis

$$F = F_{el} + F_L = qE + qvB\sin\alpha \ ;$$

čia q – elektringosios dalelės krūvis, v – dalelės greitis, E – elektrinio lauko stipris, B – magnetinė indukcija, $\alpha$ – kampas tarp vektorių $\vec{v}$ ir $\vec{B}$. Pirmasis dėmuo **qE** išreiškia dydį jėgos, veikiančios elektringąją dalelę elektriniame lauke, antrasis **qvBsinα** – dydį jėgos, veikiančios elektringąją dalelę magnetiniame lauke. Elektrinė jėga $F_d = qE$ elektringąją dalelę veikia visada, nepriklausomai nuo jo judėjimo krypties. Magnetinė jėga (Lorenco jėga) $F_L = qvB\sin\alpha$ yra didžiausia, kai elektringoji dalelė juda statmenai indukcijos linijoms $(\alpha = 90°)$, ir lygi nuliui, kai krūvininkas juda išilgai indukcijos linijų $(\alpha = 0°,$ arba $\alpha = 180°)$.

## 4.8. ELEKTRINGOSIOS DALELĖS JUDĖJIMAS VIENALYČIAME MAGNETINIAME LAUKE

Jau žinome, kad vienalyčiame magnetiniame lauke judančią elektringąją dalelę magnetinis laukas veikia Lorenco jėga $\vec{F}_L$, kurios modulis lygus

$$F_L = |q|vB\sin\alpha\ ;$$

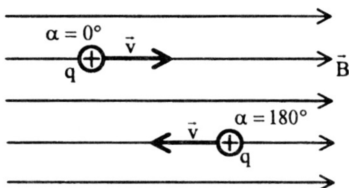
čia q – elektringosios dalelės krūvio modulis, v – dalelės greičio modulis, B – magnetinio lauko indukcija, $\alpha$ – kampas tarp dalelės greičio vektoriaus $\vec{v}$ ir magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$.

Elektringosios dalelės judėjimo vienalyčiame magnetiniame lauke trajektorijos forma priklauso nuo kampo $\alpha$, kurį sudaro dalelės greičio vektorius $\vec{v}$ su vienalyčio magnetinio lauko indukcijos vektoriumi $\vec{B}$. Skiriame tris atvejus.

① $\alpha = 0°$ arba $\alpha = 180°$. Šiuo atveju elektringoji dalelė juda išilgai magnetinio lauko indukcijos linijų. Magnetinis laukas dalelės neveikia ir todėl jos judėjimo trajektorija yra **tiesė**. Iš tikrųjų, kai

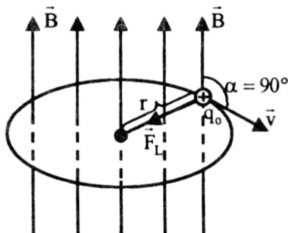
$\alpha = 0°$ arba $\alpha = 180°$, tai $\sin 0° = \sin 180° = 0$ ir

$F_L = |q| vB\sin 0° = |q| vB\sin 180° = 0$.




② $\alpha = 90°$, t.y. elektringosios dalelės greičio vektorius $\vec{v}$ su magnetinės indukcijos vektoriumi $\vec{B}$ sudaro statų kampą.

Vienalyčiame magnetiniame lauke elektringąją dalelę, judančią greičiu $\vec{v}$, statmenai magnetinio lauko jėgų linijoms $(\vec{v} \perp \vec{B})$, veikia pastovaus modulio Lorenco jėga (magnetinė jėga) $F_L$. Šios jėgos veikiama masės m dalelė vakuume įgyja įcentrinį pagreitį $a_{įc}$ ir juda plokštumoje, statmenoje magnetinės indukcijos vektoriui $\vec{B}$. Dalelės judėjimo trajektorija šiuo atveju yra apskritimas.




Pagal antrąjį Niutono dėsnį dalelę veikianti Lorenco jėga

$$F_L = m \cdot a_{įc};$$

čia m – elektringosios dalelės masė, $a_{įc}$ – įcentrinis pagreitis.

Bet dalelės judėjimo įcentrinis pagreitis

$$a_{įc} = \frac{v^2}{r};$$

čia v – dalelės judėjimo greitis, r – apskritimo, kuriuo juda dalelė, spindulys.

Tada $F_L = m \cdot \frac{v^2}{r}$. (1)

Jau žinome, kad Lorenco jėga apskaičiuojama pagal formulę

$F_L = |q| vB \sin \alpha$ ; čia $|q|$ – dalelės krūvio modulis, $\alpha$ – kampas tarp dalelės greičio vektoriaus $\vec{v}$ ir magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$.

Kadangi $\vec{v} \perp \vec{B}$, tai $\alpha = 90°$ ir $F_L = |q| vB \sin 90° = |q| vB$. (2)

Sulyginę (1) ir (2) lygybių dešines puses, gauname lygtį

$$\frac{mv^2}{r} = |q| vB.$$

Iš šios lygybės galime rasti elektringosios dalelės judėjimo trajektorijos (apskritimo) spindulį

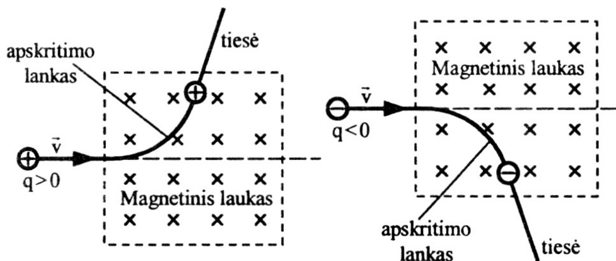
$$\boxed{r = \frac{mv}{|q| \cdot B}}.$$

Dalelės judėjimo greitis $\boxed{v = \frac{r|q|B}{m}}$ taip pat yra pastovus.

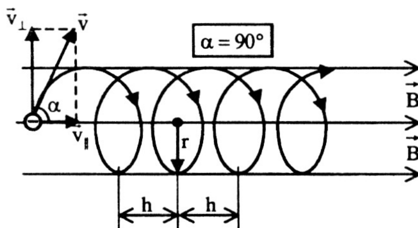
Dalelės apsisukimo periodas T (laikas, per kurį dalelė nueina kelią, lygų apskritimo ilgiui) randamas taip:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi mv}{|q| \cdot B \cdot v} = \frac{2\pi m}{|q| \cdot B}, \quad \boxed{T = \frac{2\pi m}{|q| \cdot B}}.$$

Taigi elektringajai dalelei įlėkus į vienalytį magnetinį lauką, kurio magnetinės indukcijos vektorius $\vec{B}$ statmenas elektringosios dalelės greičio vektoriui $\vec{v}$, dalelę veikianti Lorenco jėga $\vec{F}_L$ pakeičia dalelės judėjimo kryptį, o tuo pačiu ir judėjimo trajektoriją, t.y. vienalyčiame magnetiniame lauke dalelė nukrypsta į vieną ar į kitą pusę, priklausomai nuo elektringosios dalelės krūvio ženklo, ir juda apskritimo lanku. Išlėkusi iš magnetinio lauko, dalelė vėl juda tiese, kaip ir iki įlekiant į magnetinį lauką.




Jei elektringosios dalelės, judančios vienalyčiame magnetiniame lauke, greičio vektorius $\vec{v}$ sudaro su magnetinės indukcijos vektoriumi $\vec{B}$ kampą $\alpha \neq 90°$, tai dalelė juda išilgai indukcijos linijų ir tuo pat metu statmenai joms, t.y. dalelė juda **sraigtine linija.**



Elektringosios dalelės greitis $\vec{v}$ susideda iš greičio $\vec{v}_\perp$, kurio kryptis statmena lauko magnetinės indukcijos linijoms ir greičio $\vec{v}_\parallel$, kurio kryptis sutampa su magnetinės indukcijos linijų kryptimi. Todėl greičio modulis

$$\boxed{v = \sqrt{v_\perp^2 + v_\parallel^2}\ .} \quad (3)$$

Statmenąją dalelės greičio komponentę rasime iš Lorenco jėgos, kaip įcentrinės jėgos, išraiškos:

$$qv_\perp B = \frac{mv_\perp^2}{r}, \quad \text{t.y.} \quad \boxed{v_\perp = \frac{qBr}{m}.} \quad (4)$$

Lygiagrečiąją greičio komponentę rasime iš sraigtinės linijos žingsnio išraiškos:

$$\boxed{h = v_\parallel \cdot T\ .} \quad (5)$$

Elektringosios dalelės apsisukimo periodas

$$\boxed{T = \frac{2\pi r}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}.} \quad (6)$$

Iš (5) ir (6) lygties gauname:

$$\boxed{v_\parallel = \frac{hqB}{2\pi m}.} \quad (7)$$

Įrašome (4) ir (7) išraišką į (3) lygybę ir gauname:

$$\boxed{v = \sqrt{\left(\frac{qBr}{m}\right)^2 + \left(\frac{hqB}{2\pi m}\right)^2} = \frac{qB}{m}\cdot\sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4\pi^2}}\ .}$$

Iš brėžinio matyti, kad sraigtinės linijos žingsnis

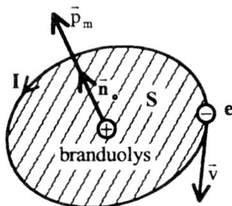
$$\boxed{h = v_\parallel \cdot T = v\cos\alpha \cdot \frac{2\pi r}{v\sin\alpha} = 2\pi r\,\mathrm{ctg}\alpha\ .}$$

## 4.9. MAGNETINĖS MEDŽIAGOS SAVYBĖS. MAGNETINĖ SKVARBA. MAGNETIKAI

Magnetinė sąveika, t.y. sąveika tarp judančių elektros krūvių, priklauso nuo aplinkos, kurioje randasi krūviai, savybių. Aplinkos magnetines savybes apibūdina dydis, vadinamas **aplinkos magnetine skvarba** (žymimas raide $\mu$). Dydis $\mu = \frac{B}{B_0}$ parodo, kiek kartų magnetinė indukcija B vienalytėje aplinkoje didesnė (ar mažesnė) už magnetinę indukciją $B_0$ vakuume. Vadinasi, vienalytėje aplinkoje magnetinė indukcija lygi: $\vec{B} = \mu \vec{B}_0$. Bet kurioje aplinkoje $\mu \neq 1$.

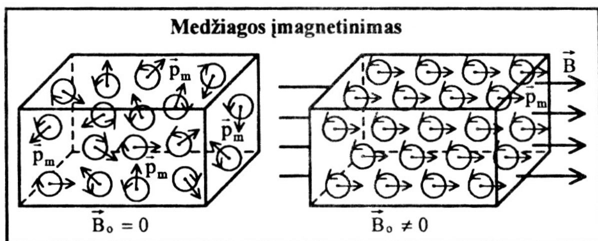
Pastebėta, kad veikiant išoriniam magnetiniam laukui (daugiau ar mažiau) įsimagnetina ir medžiagos, įneštos į tą lauką.

Pavyzdžiui, nustatyta, kad rite tekančios elektros srovės sukurto magnetinio lauko indukcija padidėja (magnetinis laukas sustiprėja), įkišus į ritę geležinę šerdį. Pagal Ampero hipotezę tai paaiškinama atominėmis ar molekulinėmis srovėmis, kurios atsiranda medžiagos atomuose dėl elektronų judėjimo aplink branduolius. Kiekvieno elektrono orbita yra elementarusis magnetas, kurio magnetinis momentas $\vec{p}_m = IS\vec{n}_0$, kai I – mikrosrovės stipris, S – orbitos plotas, $\vec{n}_0$ – normalės ortas (vienetinis vektorius, statmenas elektrono orbitos plokštumai).



Kai išorinio magnetinio lauko nėra ( $B_0 = 0$ ), tai kūno visos elementariosios srovės dėl šiluminio molekulių judėjimo išsidėsčiusios netvarkingai viena kitos atžvilgiu (magnetiniai momentai $\vec{p}_m$ orientuojasi chaotiškai ir jų veikimas kompensuojasi. Todėl, nesant išorinio magnetinio lauko, medžiaga neįsimagnetina.

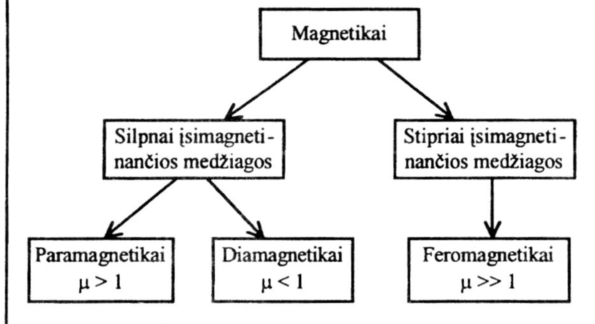
**Medžiagos įmagnetinimas**



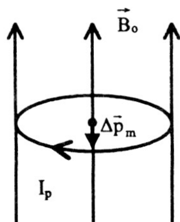

Išoriniame magnetiniame lauke ( $\vec{B}_o$ ) molekulinės srovės orientuojasi analogiškai elektros srovės rėmeliams (statmenai magnetinės indukcijos linijoms): elementariųjų srovių magnetiniai momentai $\vec{p}_m$ stengiasi orientuotis magnetinio lauko indukcijos linijų kryptimi. Dėl šios priežasties atsiranda papildomas molekulinių (elementariųjų) srovių sukurtas papildomas magnetinis laukas, kurio indukcija $\vec{B}_p$ . Medžiagos suminio lauko magnetinė indukcija bus lygi

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_p .$$

Pagal papildomo magnetinio lauko kryptį ir didumą medžiagos skirstomos į diamagnetikus, paramagnetikus ir feromagnetikus.




**Diamagnetikais** vadinamos medžiagos, kurių atomų ar molekulių magnetiniai momentai, kai išorinio magnetinio lauko nėra, lygūs nuliui. Šių medžiagų molekulėse yra lyginis skaičius elektronų, kurių magnetiniai momentai kompensuojasi. Jeigu diamagnetiką įnešime į išorinį magnetinį lauką, tai atsiranda papildomas magnetinis momentas $\Delta\vec{p}_m$, kurio kryptis priešinga išorinio lauko magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}_0$ krypčiai.




Vadinasi, diamagnetiko sukurto magnetinio lauko magnetinė indukcija $\vec{B}_0$ yra priešingos krypties išorinio lauko magnetinei indukcijai $\vec{B}_0$. Taigi suminio lauko magnetinė indukcija $B = B_o - B_p$, t.y. $B < B_0$. Todėl diamagnetikai, įnešti į magnetinį lauką, savo pačių sukurtu

magnetiniu lauku silpnina išorinį magnetinį lauką. Vadinasi, diamagnetikų $\mu < 1$. Prie diamagnetikų priskiriamos inertinės dujos (pavyzdžiui, helio ir argono), vanduo, stiklas, daugelis metalų (pavyzdžiui, auksas, sidabras, gyvsidabris, varis, cinkas), o taip pat daugelis organinių junginių. Pavyzdžiui, vario magnetinė skvarba $\mu = 0{,}999991$. Pats stipriausias diamagnetikas – bismutas ( $\mu = 0{,}999824$ ).

**Paramagnetikais** vadinamos medžiagos, kurių atomų ar molekulių magnetiniai momentai nelygūs nuliui, nors išorinio magnetinio lauko nėra. Išoriniame magnetiniame lauke tie magnetiniai momentai šiek tiek orientuojasi lauko kryptimi, ir medžiaga įmagnetėja. Dėl to atsiradusio papildomo lauko (paramagnetiko sukurto magnetinio lauko) magnetinės indukcijos $\vec{B}_p$ kryptis sutampa su išorinio lauko magnetinės indukcijos kryptimi. Taigi paramagnetikų magnetinė skvarba $\mu > 1$ (tiksliau – $\mu$ tik truputį didesnė už vienetą).

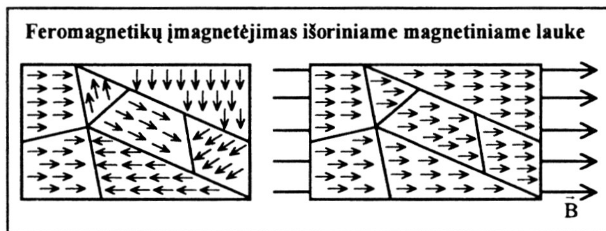
Paramagnetikų $\mu$ priklauso nuo temperatūros: temperatūrai didėjant, $\mu$ mažėja, nes šiluminis dalelių judėjimas trukdo orientuojančiam išoriniam poveikiui. Prie paramagnetikų priskiriamas deguonis ( $\mu = 1{,}0034$ – skystam deguoniui; $\mu = 1{,}000017$ – dujiniam), azoto oksidas, aliuminis, volframas, platina, šarminiai metalai, daugelis dielektrikų ir kt.

Ypač stiprus paramagnetikas yra platina ( $\mu = 1{,}00036$ ).

**Feromagnetikais** vadinamos medžiagos, kurios stipriai įmagnetėja net ir silpname išoriniame magnetiniame lauke. Prie feromagnetikų priskiriama nedidelė grupė kietųjų kristalinių kūnų

(pavyzdžiui, plienas, geležis, špižius, nikelis, kobaltas, o taip pat kai kurie lydiniai). Tai medžiagos, smarkiai stiprinančios išorinį magnetinį lauką, į kurį jos yra įneštos. Jų vidinis magnetinis laukas šimtus ir tūkstančius kartų stipresnis už išorinį, dėl kurio ir atsiranda tas vidinis laukas. Todėl feromagnetikų magnetinė skvarba daug didesnė už vienetą ( $\mu >> 1$ ), o jos dydis priklauso nuo išorinio įmagnetinančio lauko indukcijos. Vadinasi, feromagnetikų magnetinė skvarba nepastovi. Pavyzdžiui, nikelio magnetinė skvarba $\mu$ gali siekti 50, geležies $\mu_{max} = 5000$ , permalojaus (78 % Ni ir 22 % Fe) $\mu_{max} = 100000$ .

Stiprus feromagnetikų įmagnetėjimas išoriniame magnetiniame lauke yra aiškinamas tuo, kad feromagnetikai turi savaiminio įmagnetėjimo sritis – **domenus**. Neįmagnetėjusio feromagnetiko domenų magnetiniai momentai išsidėstę chaotiškai.

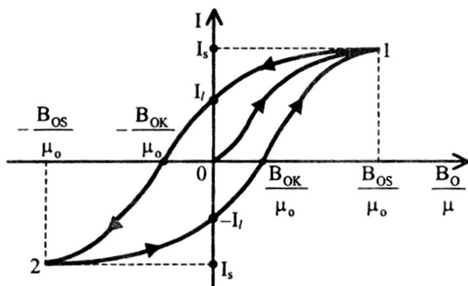



Medžiaga yra neįsimagnetinusi. Išoriniame magnetiniame lauke domenų magnetiniai momentai šiek tiek pasisuka lauko kryptimi. Laukui stiprėjant, visų domenų magnetiniai momentai pasisuka išilgai išorinio lauko magnetinės indukcijos linijų, t.y. bandinys įmagnetėja iki įsotinimo. Toliau didinant išorinio magnetinio lauko indukciją,

medžiagos lauko magnetinė indukcija išlieka pastovi. Medžiagos įmagnetėjimas apibūdinamas dydžiu

$$I = B - B_o = \mu B_o - B_o = (\mu - 1)B_o \, .$$

Nubraižysime feromagnetiko įmagnetėjimo I priklausomybės nuo išorinio magnetinio lauko indukcijos $B_o$ grafiką.




Kaip matome, feromagnetiko I priklausomybė nuo $B_o$ yra gana sudėtinga. Jei nebuvęs išoriniame magnetiniame lauke feromagnetikas patalpinamas į šį lauką, tai didėjant išorinio lauko indukcijai, vyksta feromagnetiko savaiminio įmagnetėjimo sričių – domenų įmagnetėjimo procesas. Šis įmagnetėjimo procesas vyksta iki magnetinio įsotinimo (toliau didinant $B_o$ feromagnetiko įmagnetėjimas I išlieka pastovus). Feromagnetiko įmagnetinimo procesą vaizduoja 0-1 kreivė. Išoriniam laukui silpnėjant, įmagnetintas (iki $I_s$) feromagnetikas pradeda išsimagnetinti (šį procesą vaizduoja 1-2 kreivė). Tačiau įdomiausia yra tai, kad visiškai išnykus išoriniam magnetiniam laukui ($B_o = 0$), feromagnetikas lieka įmagnetintas ($I \neq 0$). Vadinasi, nesant magnetinio lauko, feromagnetinė medžiaga išlaiko vadinamąjį **liktinį įmagnetėjimą** $\mathbf{I}_l$, t.y. pati medžiaga tampa

magnetu ir kuria savąjį magnetinį lauką. Taigi feromagnetiką pradedant išmagnetinti momentinės įmagnetėjimo vertės priklauso nuo ankstesnių jo verčių, t.y. esant toms pačioms išorinio magnetinio lauko indukcijos $B_0$ vertėms, įmagnetėjimo I vertės skiriasi kūną įmagnetinant ir išmagnetinant (kūną įmagnetinant – jos mažesnės, o išmagnetinant – didesnės). Šis reiškinys vadinamas **magnetine histereze.**

Kad feromagnetiką visiškai išmagnetintume, turime pakeisti išorinio magnetinio lauko kryptį. Bandiniui išmagnetinti reikalinga lauko magnetinės indukcijos vertė $B_{OK}$ vadinama **koercine jėga**. Feromagnetiką periodiškai permagnetinant kintamuoju magnetiniu lauku, įmagnetėjimo kreivė sudaro uždarą ir taško O atžvilgiu simetrišką kreivę, kuri vadinama **histerezės kilpa.** Histerezės kilpos plotas proporcingas šilumos kiekiui, kuris išsiskiria feromagnetike, jį permagnetinant (vykdant ciklą 0-1-2-1). Medžiagos, kurių histerezės kilpa yra plati (kilpos plotas didelis), pasižymi didele koercine jėga ir vartojamos įvairių formų **pastoviesiems magnetams** gaminti. Pastovieji magnetai plačiai naudojami elektros matavimo prietaisuose, garsiakalbiuose ir telefonuose, garso įrašymo aparatuose. Medžiagos, kurių histerezės kilpa siaura (kilpos plotas mažas), pasižymi maža koercine jėga.

Pavyzdžiui, geležis ir geležies su nikeliu lydiniai naudojami gaminti transformatorių ir generatorių šerdims bei kitiems įrenginiams, kurių darbo kintamuose magnetiniuose laukuose sąlygomis įvyksta permagnetinimas. Šerdys iš minkšto plieno naudojamos **elektromagnetuose.** Juos galima įmagnetinti ir išmagnetinti, įjungiant ir išjungiant elektros srovę apvijoje. Patys elektromagnetai plačiai naudojami keliamuosiuose kranuose, telefone, elektros varikliuose, generatoriuose, elektromagnetinėse relėse, matavimo prietaisuose ir t.t.

Bandymai rodo, kad feromagnetikų magnetinės savybės priklauso nuo temperatūros. Pakankamai aukštoje temperatūroje feromagnetinės savybės išnyksta ir feromagnetikas virsta paramagnetiku: išnyksta savaiminio įmagnetėjimo sritys – domenai. Ribinė feromagnetiko temperatūra, kuriai esant išnyksta jo feromagnetinės savybės ir feromagnetikas virsta paramagnetiku, vadinamas **Kiuri temperatūra**. Pavyzdžiui, kobalto Kiuri temperatūra yra 1130° C, nikelio 360° C, geležies 770° C.

# 5. ELEKTROMAGNETINĖ INDUKCIJA

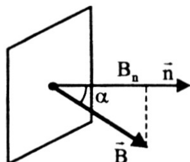
## 5.1. MAGNETINĖS INDUKCIJOS SRAUTAS. FARADĖJAUS BANDYMAI. ELEKTROMAGNETINĖS INDUKCIJOS REIŠKINYS

Prisiminkime magnetinio srauto sąvoką. Sakykime, kad magnetiniame lauke turime paviršių, kurio plotas yra S. **Magnetinis srautas**, arba **magnetinės indukcijos srautas**, pro tą paviršių išreiškiamas magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ projekcijos paviršiaus normalėje ir to paviršiaus ploto S sandauga:

$$\boxed{\Phi = B_n \cdot S}$$

Kampą tarp magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ ir paviršiaus normalės vektoriaus $\vec{n}$ pažymėję raide $\alpha$ ir pastebėję, kad $B_n = B \cdot \cos\alpha$, magnetinės indukcijos srautą $\Phi$ pro tą paviršių galėsime išreikšti formule

$$\boxed{\Phi = BS\cos\alpha}$$




Kai magnetinės indukcijos vektorius $\vec{B}$ statmenas paviršiui, tai

$$\boxed{\Phi = B \cdot S}$$

Magnetinės indukcijos srauto vienetas vadinamas **veberiu**:

$$1\ \mathrm{Wb} = 1\mathrm{T}\cdot 1\mathrm{m}^2 = 1\mathrm{T}\cdot \mathrm{m}^2 .$$

Taigi vieno veberio srautas statmenai kerta 1 $m^2$ ploto rėmelius vienalyčiame 1 T indukcijos magnetiniame lauke.

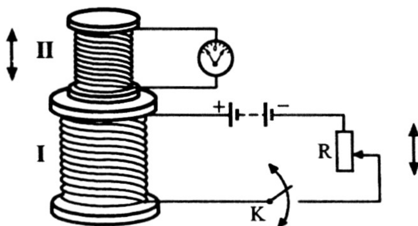
* * *

Jeigu elektros srovė sukuria magnetinį lauką, tai ar negali magnetinis laukas sukurti elektros srovės? Pasirodo, kad tam tikromis aplinkybėmis magnetiniai laukai sukuria elektros srovę grandinėje. Jei uždaras laidus kontūras yra kintamame magnetiniame lauke, tai kinta kontūrą veriantis magnetinis srautas ir kontūru pradeda tekėti elektros srovė. Elektros srovės atsiradimas uždarame laidžiame kontūre, kintant jį veriančiam magnetiniam srautui, vadinamas **elektromagnetine indukcija**.

Indukcijos būdu gauta elektros srovė vadinama **indukuotąja srove**, o verčianti ją tekėti neelektrinės kilmės elektrovaros jėga – **indukcine elektrovaros jėga (indukcine evj)**.

Elektromagnetinės indukcijos reiškinį 1831 metais atrado didysis anglų fizikas M.Faradėjus. Elektromagnetinės indukcijos reiškinį galima stebėti atliekant sekančius bandymus.

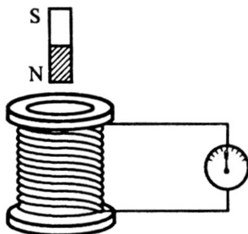
**1 bandymas.** Paimkime dvi rites. Vieną jų sujunkime su srovės šaltiniu, kitą – su srovės stiprio matavimo prietaisu (galvanometru). Į pirmosios ritės grandinę taip pat įjunkime jungiklį ir reostatą. Jungikliu galime įjungti arba išjungti pirminę elektros srovės grandinę (pirmosios ritės grandinę), o reostatu – keisti pirminės grandinės varžą, o tuo pačiu ir šia grandine tekančios elektros srovės stiprį. Visais atvejais, t.y. įjungiant ar išjungiant pirminę elektros srovės grandinę, mažinant ar didinant srovės stiprį joje, artinat ar tolinant rites (kai pirmąja rite teka elektros srovė), antrine grandine pradeda tekėti elektros srovė ir galvanometro rodyklė nukrypsta į priešingas puses. Ji nukrypsta tuo daugiau, kuo greičiau vyksta anksčiau minėti procesai.

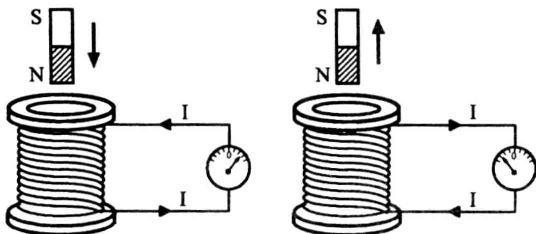



Vadinasi, kai pirmąja rite tekanti srovė pradės kisti, tai antrojoje ritėje indukuosis elektros srovė, kurios stipris priklausys ne nuo srovės stiprio pirmojoje ritėje, o nuo jo kitimo spartos. Jei srovės stipris pirmojoje ritėje nekis ir ši ritė nejudės antrosios ritės atžvilgiu, tai antrąja rite srovė netekės.

**2 bandymas.** Paimkime tiesųjį magnetą ir ritę. Prie ritės prijunkime elektros srovės stiprio matavimo prietaisą (galvanometrą). Elektros srovė ritėje atsiranda tuo momentu, kai į ją kišamas arba iš jos traukiamas magnetas. Ritėje indukuotosios srovės stipris priklauso tiktai nuo magneto judėjimo greičio ritės atžvilgiu ir nepriklauso nuo to, ar magnetas yra įkišamas į ritę ar iš jos ištraukiamas.

Nuo magneto judėjimo krypties priklauso tiktai ritėje indukuotos elektros srovės kryptis: kai magnetas įkišamas į ritę (magnetas artinamas prie ritės), tai galvanometro rodyklė nukrypsta į dešinę pusę, o kai magnetas ištraukiamas iš ritės (magnetas tolinamas nuo ritės), tai galvanometro rodyklė nukrypsta į kairę pusę.






Pastebėkime, kad elektros srovė ritėje indukuosis ir tada, kai judės ne magnetas, o ritė.

Apibendrindami šiuos du bandymus, galime teigti, kad kiekvienas magnetinio srauto pokytis grandinėje idukuoja elektros srovę, t.y. indukuotoji elektros srovė uždarame laidžiame kontūre arba ritėje atsiranda tada, kai kinta skaičius magnetininės indukcijos linijų, kertančių šiuo kontūru ribojamą paviršiaus plotą. Atsiradusios indukuotosios elektros srovės stipris yra tuo didesnis, kuo greičiau kinta skaičius magnetinės indukcijos linijų, kertančių minėtą plotą.

## 5.2. LENCO TAISYKLĖ

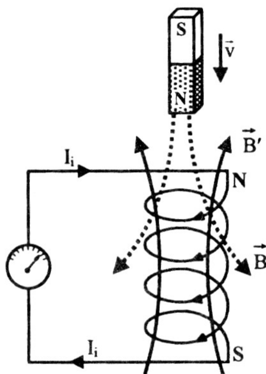
Praeitame skyrelyje išsiaiškinome, kad elektros srovė atsiranda kintamajame magnetiniame lauke esančiame arba nuolatiniame magnetiniame lauke judančiame uždarame laidžiame kontūre, kai kinta skaičius magnetinės indukcijos linijų, kertančių uždaro laidaus kontūro ribojamą plotą, t.y. kinta magnetinis srautas, veriantis šį plotą. Uždarame laidžiame kontūre atsiradusi elektros srovė vadinama **indukuotąja elektros srove.** Jos kryptis nustatoma remiantis taisykle, kurią 1833 m. suformulavo rusų fizikas E.Lencas.

**Lenco taisyklė** teigia, kad uždarame laidžiame kontūre atsirandanti indukuotoji elektros srovė teka tokia kryptimi, kad jos sukurtas magnetinis srautas, kertantis kontūro ribojamą plotą, stengiasi kompensuoti sukeliantį šią srovę magnetinio srauto pakitimą.

Kaip rodo bandymai, uždarame laidžiame kontūre indukuotosios srovės kryptis priklauso nuo išorinio magnetinio lauko indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ krypties kontūro atžvilgiu, t.y. ar šis vektorius nukreiptas į kontūrą, ar nuo jo ir nuo to, kaip kinta pats magnetinis srautas, kertantis kontūro ribojamą plotą, t.y. ar šis srautas mažėja, ar didėja.

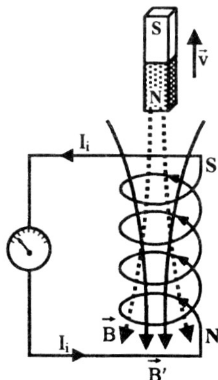
Išsiaiškinsime, kaip, remiantis Lenco taisykle, nustatyti kryptį indukuotosios elektros srovės, atsirandančios ritėje, kai į jį įkišamas arba iš jo ištraukiamas tiesusis magnetas.

Prie ritės artinant magneto šiaurinį polių, magnetinis laukas ritėje, taigi ir magnetinis srautas pro ją, stiprėja. Ritėje indukuojasi elektros srovė, kuri sukuria priešingos krypties magnetinį srautą, mat jos sukurtas magnetinis laukas priešinasi magneto sukurto lauko kitimui, t.y. srauto stiprėjimui. Taigi ritėje indukuotoji elektros srovė yra tokios krypties, kad jos sukurtas magnetinis laukas priešinasi magneto sukurto magnetinio lauko (išorinio magnetinio lauko) stiprėjimui, t.y. ritės sukurto magnetinio lauko indukcijos vektorius $\vec{B}$ yra priešingos krypties negu išorinio magnetinio lauko, sukuriančio šią srovę, indukcijos vektorius $\vec{B'}$. Kitaip tariant, galima sakyti, kad indukuotoji srovė arčiausiai magneto esančiame ritės gale sukuria šiaurinį polių, todėl jis stumia magnetą, taip priešindamasis jo artinimui.



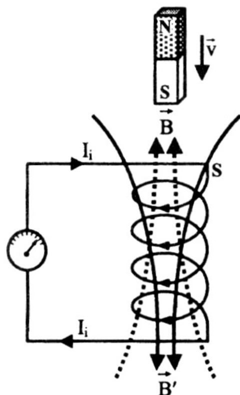

Magneto šiaurinį polių tolinant nuo ritės, t.y. magnetą ištraukiant iš ritės, indukuotoji elektros srovė teka priešinga kryptimi,

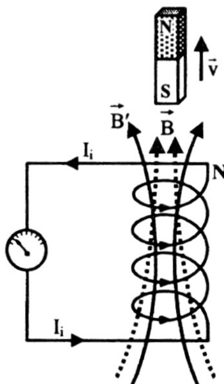
priešindamasi magnetinės indukcijos srauto mažėjimui ritėje. Šiuo atveju ritėje indukuotos srovės sukurto magnetinio lauko indukcijos vektoriaus $\vec{B}'$ kryptis sutampa su magneto sukurto išorinio magnetinio lauko indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ kryptimi. Taigi magnetą tolinant nuo ritės magnetinis srautas, kertantis ritę, silpnėja ir ritėje indukuotos srovės magnetinis laukas, kurio indukcija yra $\vec{B}'$, stengiasi sustiprinti šį srautą.



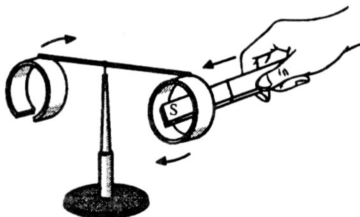

Kitaip tariant, galima sakyti, kad indukuotoji srovė arčiausiai magneto esančiame ritės gale sukuria pietinį polių, todėl jis traukia magnetą, taip norėdamas sustiprinti magnetinį srautą, kertantį ritę.

Panašūs procesai vyksta ir tada, kai magnetas artinamas prie ritės arba tolinamas nuo jos pietiniu poliumi, t.y. magnetą apverčiame.



Lenco taisyklę galima vaizdžiai parodyti naudojant iš aliuminio pagamintą žiedą, kuris gali suktis apie vertikalią ašį. Tiesųjį magnetą įkišant į žiedą šiauriniu arba pietiniu poliumi, žiedas juda nuo magneto, t.y. magnetas stumia žiedą nuo savęs, o magnetą ištraukiant iš žiedo, pastarasis juda link magneto, t.y. magnetas traukia žiedą prie savęs. Tiek magnetą įkišant į žiedą, tiek magnetą ištraukiant iš žiedo, kinta skaičius magnetinės indukcijos linijų, kertančių žiedo ribojamą plotą (keičiasi magnetinis srautas, veriantis žiedo ribojamą plotą) ir žiedu pradeda tekėti indukuotoji elektros srovė. Remiantis Lenco taisykle, indukuotoji srovė teka tokia kryptimi, kad jos sukurtas magnetinis srautas, kertantis žiedo ribojamą plotą, stengiasi kompensuoti sukeliantį šią srovę magnetinio magnetinio srauto pakitimą.




Pirmuoju atveju (magnetą įkišant į žiedą) skaičius magnetinės indukcijos linijų, kertančių žiedo ribojamą plotą, didėja, t.y. magnetinis srautas, veriantis žiedą, didėja. Todėl indukuotoji srovė žiedu teka tokia kryptimi, kad jos sukurtas magnetinis laukas priešinasi magneto sukurto lauko (išorinio magnetinio lauko) stiprėjimui. Antruoju atveju (magnetą ištraukiant iš žiedo) skaičius magnetinės indukcijos linijų, kertančių žiedo ribojamą plotą, mažėja, t.y. magnetinis srautas, veriantis žiedą, mažėja. Indukuotoji srovė žiedu teka tokia kryptimi, kad jos sukurtas magnetinis laukas stengiasi kompensuoti tą magnetinio srauto sumažėjimą, t.y. stengiasi šį magnetinį srautą padidinti.

Jeigu tiesųjį magnetą artinsime prie perpjauto žiedo arba tolinsime nuo jo, tai elektros srovė žiede neatsiras ir magnetas su perpjautu žiedu nesąveikauja.

Lenco taisyklę galima paaiškinti remiantis energijos tvermės dėsniu.

## 5.3. ELEKTROMAGNETINĖS INDUKCIJOS DĖSNIS

Kai uždaras laidus kontūras yra kintamajame magnetiniame lauke, tai kontūre atsiranda indukcinė elektrovaros jėga (indukcinė evj).

Indukcinė evj nepriklauso nuo to, kokiu būdu sukeliamas magnetinio srauto, kertančio kontūro ribojamą plotą, pokytis. Indukcinės evj dydžiui įtakos turi vienintelis veiksnys – magnetinio srauto kitimo greitis. Bandymais nustatyta, kad **uždarame laidžiame kontūre atsiradusios indukcinės elektrovaros jėgos modulis lygus kontūro ribojamą plotą kertančio magnetinio srauto kitimo greičio moduliui,** t.y.

$$\boxed{\varepsilon_i = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t};}$$

čia $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – magnetinio srauto pokytis, $\Delta t = t_2 - t_1$ – laiko tarpas, per kurį įvyko minėtas magnetinio srauto pokytis.

Ši lygybė matematiškai išreiškia **elektromagnetinės indukcijos dėsnį**, kurį atrado M.Faradėjus.

Užrašysime elektromagnetinės indukcijos dėsnio bendresnę išraišką:

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.}$$

Minuso ženklas rodo, kad, stiprėjant magnetiniam srautui $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right) > 0$, indukuotosios srovės sukurtas magnetinis srautas

priešinasi tam stiprėjimui, ir atvirkščiai. Šis ženklas parašytas remiantis Lenco taisykle.

Elektromagnetinės indukcijos dėsnis, atsižvelgiant į laidaus kontūro vijų skaičių, užrašomas taip:

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} N ;$$

čia N – vijų skaičius kontūre (pavyzdžiui, ritėje).

Iš elektromagnetinės indukcijos dėsnio matematinės išraiškos randame, kad magnetinio srauto pokyčio modulis lygus

$$|\Delta\Phi| = \varepsilon_i \cdot \Delta t .$$

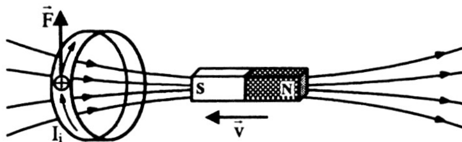
Remdamiesi šia lygybe, galime suformuluoti dar vieną magnetinio srauto vieneto – veberio – apibrėžimą:

Uždaro laidininko ribojamą plotą kertantis magnetinis srautas lygus vienam veberiui, kai, šiam srautui tolygiai išnykstant per vieną sekundę, kontūre indukuojasi evj, lygi 1 V, t.y.

$$[\Phi] = 1\ \text{Wb} = 1\text{V} \cdot \text{s} .$$

## 5.4. SŪKURINIS ELEKTRINIS LAUKAS

Kai laidus uždaras kontūras (pavyzdžiui, metalinis žiedas) yra kintamajame magnetiniame lauke, kurį sukuria judantis kontūro atžvilgiu tiesusis magnetas, tai kontūre atsiranda indukuotoji elektros srovė $I_i$ ir indukcinė evj. Vadinasi, uždarame kontūre atsiranda ir **indukuotasis elektrinis laukas**, verčiantis kryptingai judėti laisvuosius elektros krūvius kontūro viduje.



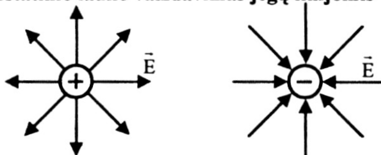
Taigi **kintant magnetiniam laukui, visada atsiranda elektrinis laukas.** Šis laukas nesusietas su elektros krūviais kaip elektrostatinis laukas, o jo jėgų linijos yra uždaros. Todėl jis vadinamas **sūkuriniu elektriniu lauku**. Sūkurinį elektrinį lauką **sukuria ne elektros krūviai, o kintamasis magnetinis laukas.**

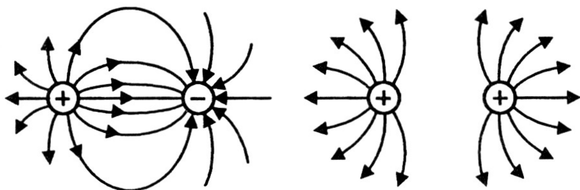
**Sūkurinio elektrinio lauko atsiradimas**

| | |
|---|---|
| a) $\vec{B}$ $\vec{E}$ $\vec{E}$ | b) $\vec{B}$ $\vec{E}$ $\vec{E}$ |
| **Magnetinė indukcija didėja, t.y. $\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0$.** | **Magnetinė indukcija mažėja, t.y. $\frac{\Delta B}{\Delta t} < 0$.** |

Prisiminkime, kad elektrostatinio lauko, kurį sukuria nejudantys elektros krūviai, jėgų linijos nėra uždaros, t.y. jų pradžia ir pabaiga nėra vienas ir tas pats erdvės taškas. Elektrostatinio lauko jėgų linijos prasideda teigiamuose krūviuose ir baigiasi neigiamuose. Jeigu elektrostatinį lauką sukuria vienas taškinis teigiamas krūvis, tai tokio lauko jėgų linijos prasideda teigiamajame krūvyje ir nueina į begalybę, o jei elektrostatinį lauką sukuria vienas taškinisu neigiamas krūis, tai tokio lauko jėgų linijos prasideda begalybėje ir sueina į neigiamąjį krūvį.

**Elektrostatinio lauko vaizdavimas jėgų linijomis**



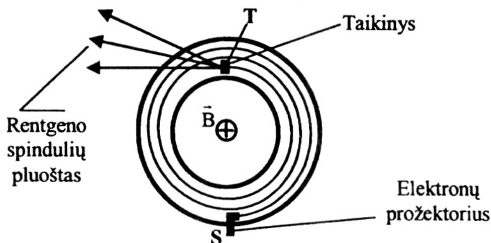



Sūkurinis elektrinis laukas aptinkamas pagal poveikį į laidininko, esančio tame lauke, laisvuosius krūvius. Šio lauko jėgų atliekamas darbas, perkeliant teigiamą vienetinį krūvį uždara grandine lygus indukcinei evj nejudančiame laidininke. Todėl sūkurinis elektrinis laukas yra nepotencialinis laukas (darbas perkeliant krūvį uždaruoju keliu nelygus nuliui). Prisiminkime, kad elektrostatinis laukas, kurį sukuria nejudantys elektros krūviai, yra potencialinis laukas, t.y tokio lauko jėgų darbas perkeliant krūvį uždaruoju keliu (uždara trajektorija) lygus nuliui.

Jau rašėme, kad elektromagnetinės indukcijos reiškinį 1831 m. atrado anglų fizikas M.Faradėjus. Po 40 metų kitas anglų fizikas Dž.Maksvelas jau matematiškai, o ne bandymų keliu atrado, kad apie kintantį magnetinį lauką visuomet susidaro sūkurinis elektrinis laukas. Dž.Maksvelas sukūrė **elektromagnetinio lauko** teoriją, kuri teigia, kad kiekviename erdvės taške, kuriame yra periodiškai kintantis elektrinis laukas (arba magnetinis laukas), egzistuoja ir periodiškai kintantis magnetinis laukas (arba elektrinis laukas). Tame taške elektrinio lauko stiprio $\vec{E}$ ir magnetinės indukcijos $\vec{B}$ vektoriai yra statmeni vienas kitam, be to, jie kartu didėja, mažėja arba pasidaro lygūs nuliui.

Sūkurinis elektrinis laukas, kurį indukuoja kintantis magnetinis laukas, verčia judėti elektronus elektringųjų dalelių greitintuvo – **betatrono** – žiedinėje kameroje.

**Betatrono žiedinė kamera**




Indukcinės srovės, kurios atsiranda ištisiniuose metaliniuose laidininkuose, esančiuose kintamajame magnetiniame lauke, vadinamos **sūkurinėmis srovėmis,** arba **Fuko srovėmis**. Šias sroves tyrinėjo prancūzų mokslininkas Žanas Bernaras Fuko (1819-1868).

Sūkurinės srovės plačiai naudojamos šiuolaikinėje technikoje metalinių detalių grūdinimui ir metalams lydyti indukcinėse krosnyse. Sūkurinės srovės taip pat naudojamos elektrinių matavimo prietaisų judančių sistemų stabdymui (slopinimui). Čia pasireiškia Fuko srovių stabdantis veikimas.

## 5.5. INDUKCINĖ EVJ JUDANČIUOSE LAIDININKUOSE

Vienalyčiame magnetiniame lauke judančiame laidininke atsiranda indukcijė evj. Jos atsiradimas paaiškinamas Lorenco jėgos veikimu į kartu su atkarpa judančius elektros krūvius. Lorenco jėgos veikiami, laisvieji krūviai laidininke persiskirsto, susikaupdami laidininko galuose ir taip sukurdami elektrostatinį lauką laidininko viduje. Teigiamieji ir neigiamieji elektros krūviai tol kaupiasi laidininko galuose, kol jų sukurto elektrostatinio lauko jėga neatsveria Lorenco jėgos. Jeigu šis laidininkas yra uždaros grandinės dalis, tai grandinėje atsiranda indukcinė elektros srovė.

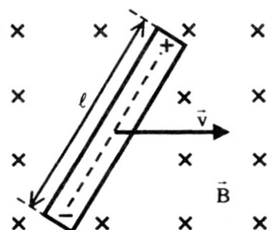
Magnetiniame lauke judančiame laidininke atsiradusi evj yra lygi darbui, kurį atlieka Lorenco jėga perkeldama vienetinį krūvį atstumu, lygiu laidininko ilgiui. Taigi

$$\varepsilon_i = \frac{A}{q} = \frac{F_L \cdot \ell}{q} = \frac{qvB\ell\sin\alpha}{q} =$$

$$= vB\ell\sin\alpha\ ,$$

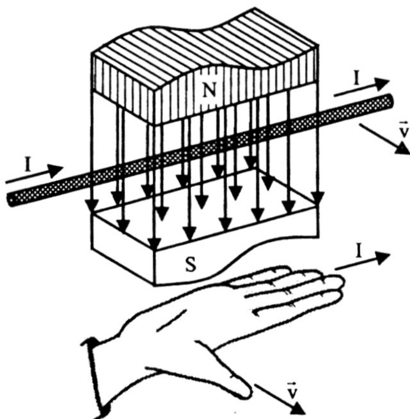
$$\boxed{\varepsilon_i = vB\ell\sin\alpha\ ;}$$

čia B – magnetinė indukcija,
$\ell$ – laidininko ilgis,
v – laidininko judėjimo greitis,
$\alpha$ – kampas tarp magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ ir laidininko greičio vektoriaus $\vec{v}$.



**Magnetinės indukcijos linijos nukreiptos nuo mūsų**

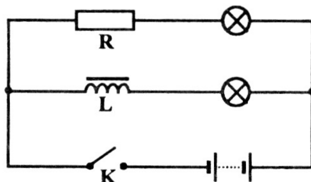
Magnetiniame lauke judančiame laidininke indukuotosios srovės krypčiai rasti galima taikyti **dešiniosios rankos taisyklę**: ištiesus dešinę ranką išilgai laidininko taip, kad magnetinės indukcijos linijos eitų į delną, o atlenktas nykštys rodytų laidininko judėjimo kryptį, keturi ištiesti pirštai rodo tame laidininke indukuotosios srovės kryptį.



## 5.6. SAVIINDUKCIJA. INDUKTYVUMAS

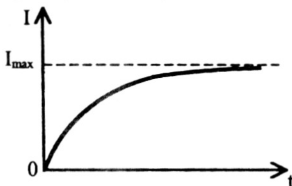
Kintant laidžiu uždaru kontūru (pavyzdžiui, rite) tekančios elektros srovės stipriui, kinta ir šios srovės sukurtas magnetinis laukas, o tuo pačiu ir magnetinis srautas, kuris veria tą kontūrą. Kintamas magnetinis laukas tame pačiame uždarame kontūre indukuoja savo evj. Indukcinės evj atsiradimas elektros srovės grandinėje, kai kinta ja tekančios elektros srovės stipris, vadinamas **saviindukcija**. Saviindukcija yra atskiras elektromagnetinės indukcijos atvejis. Savosios grandinės laiduose kintamo magnetinio lauko indukuotoji evj vadinama **saviindukcine evj**, o saviindukcinės evj sukelta srovė – **saviindukcine srove**. Saviindukcinė elektros srovė visada priešinasi ją sukėlusios elektros srovės kitimui. Jos kryptis nustatoma remiantis Lenco taisykle. Pagal Lenco taisyklę saviindukcijos evj priešinasi srovės stiprėjimui, sujungus elektros grandinę, srovės silpnėjimui – išjungus grandinę. Įjungimo metu saviindukcinė srovė teka pirminei srovei priešinga kryptimi ir ją slopina (mažina jos stiprį), o išjungimo metu saviindukcinė srovė teka ta pačia kryptimi ir pirminę srovę palaiko. Todėl įjungiant ar išjungiant elektros srovės grandinę, kurioje yra ritė, elektros srovės stipris kinta palaipsniui.

Saviindukcijos reiškinį galima stebėti sujungus elektrinę grandinę, kurią sudaro dvi vienodos lygiagrečiai sujungtos elektros lemputės, varžos R rezistorius, ritė su geležine šerdimi, srovės šaltinis ir jungiklis K. Prie vienos lemputės nuosekliai jai prijungiame rezistorių, o prie kitos – ritę. Rezistoriaus varža turi būti lygi varžai laido, iš kurio pagaminta ritė.

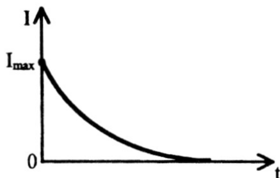


Jungikliu K įjungiant elektros grandinę, pastebėsime, kad elektros lemputė, sujungta nuosekliai su rezistoriumi, įsižiebia akimirksniu, o lemputė, sujungta nuosekliai su rite, įsižiebia ne iš karto, o palaipsniui. Tai paaiškinama tuo, kad sujungus grandinę ritėje atsiranda saviindukcijos evj, kuri pagal Lenco taisyklę trukdo greitam srovės stiprio didėjimui grandinėje, t.y. srovės stipris ne iš karto pasiekia tam tikrą maksimalią vertę $I_{max}$, o palaipsniui. Atsiradus ritėje saviindukcinei evj, joje atsiranda ir saviindukcijos srovė, kuri teka priešinga negu ją sukėlusi pirminė srovė ir trukdo pastarajai iš karto pasiekti maksimalią vertę.

Srovės stiprio priklausomybės nuo laiko grafikas parodytas paveiksle:




Jungikliu K elektrinę grandinę išjungus, lemputė, sujungta nuosekliai su rezistoriumi, užgęsta ir karto, o lemputė, sujungta nuosekliai su rite, užgęsta ne iš karto, o palaipsniui. Tai paaiškinama tuo, kad išjungus elektrinę grandinę, magnetinis srautas, kertantis ritę, silpnėja ir ritėje atsiranda saviindukcijos evj, o tuo pačiu ir saviindukcinė srovė. Šiuo atveju saviindukcinė srovė rite teka ta pačia kryptimi, kaip ir pirminė srovė. Taigi elektros srovės grandinę išjungus, saviindukcinė srovė dar kurį laiką palaiko pirminę srovę – srovė silpnėja tolydžiai. Galima sakyti, kad tada ritė trumpam laikui tampa energijos šaltiniu, kuris palaiko srovę lempoje. Išjungus grandinę atsiradusi indukcinė evj gali daug kartų viršyti srovės šaltinio evj. Todėl lempa grandinės išjungimo momentu gali ryškiai įsižiebti ir netgi perdegti. Srovės stiprio priklausomybės nuo laiko grafikas, kai elektros grandinė išjungiama, parodytas paveiksle:




Uždaru laidžiu kontūru tekanti elektros srovė sukuria aplink jį magnetinį lauką. Magnetinis srautas $\Phi$, veriantis šiuo kontūru ribojamą paviršiaus plotą S, yra tiesiog proporcingas kontūru (laidininku) tekančios elektros srovės stipriui I, t.y.

$$\boxed{\Phi = L \cdot I\ ;}$$

čia L – proporcingumo koeficientas.

Dydis L vadinamas kontūro **induktyvumu**, arba **saviindukcijos koeficientu**.

Jeigu uždaras laidus kontūras yra ritė (arba solenoidas), tai šiuo atveju dydis L yra **ritės (arba solenoido) induktyvumas**. Kontūro induktyvumas yra jo elektrinė charakteristika. Jis priklauso nuo laidininko matmenų, jo geometrinės formos ir aplinkos, kurioje yra šis laidininkas, magnetinių savybių (santykinės magnetinės skvarbos). Induktyvumas nepriklauso nuo laidininku tekančios elektros srovės ir išreiškiamas formule $\boxed{L = \frac{\Phi}{I}.}$

Induktyvumo vienetas yra **henris**. Šis vienetas taip vadinamas pagerbiant amerikiečių mokslininką Dž.Henrį (1797-1878).

Vienas henris (1 H) – tai induktyvumas tokio laidaus kontūro (laidininko), kuriuo tekėdama 1 A stiprio srovė sukuria 1 Wb magnetinį srautą: $1\ H = \frac{1\ Wb}{1\ A}$.

Remiantis elektromagnetinės indukcijos dėsniu, saviindukcinė elektrovaros jėga $\varepsilon_S = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Bet $\Delta\Phi = L \cdot \Delta I$, todėl

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Matome, kad saviindukcinė evj yra tiesiog proporcinga srovės stiprio kitimo greičiui.

Induktyvumas – fizikinis dydis, kurio skaitinė vertė lygi kontūre atsirandančiai saviindukcinei evj, per 1 s pakitus srovės stipriui 1 A, t.y.

$$|\mathcal{E}_S| = L \text{, kai } \frac{\Delta I}{\Delta t} = 1.$$

Induktyvumas sąlygoja elektros srovės grandinės procesų inertiškumą: kuo didesnis L, tuo lėtesni tie procesai.

Suformuluosime kitą induktyvumo vieneto – henrio – apibrėžimą. Laidaus kontūro (pavyzdžiui, ritės) induktyvumas lygus 1 H, kai jame indukuojama 1 V saviindukcijos evj, elektros srovei kontūre per sekundę pakitus 1 A:

$$1\,H = \frac{1\,V}{1\frac{A}{s}} = 1\frac{V\cdot s}{A}.$$

Solenoido induktyvumas apskaičiuojamas pagal formulę

$$L_{sol} = \mu_0\mu n^2 S\ell = \mu_0\mu n^2 V = \mu_0\mu\frac{SN^2}{\ell};$$

čia $\mu$ – ritės šerdies santykinė magnetinė skvarba, n – vijų skaičius ritės ilgio vienete: $n = \frac{N}{\ell}$ (N – solenoido vijų skaičius, $\ell$ – solenoido ilgis), S – solenoido skerspjūvio plotas, V – solenoido tūris.

Saviindukcijos reiškinys elektrodinamikoje analogiškas inercijos reiškiniui mechanikoje. Kontūro induktyvumas yra jo „inertiškumo" matas srovės stiprio kitimo kontūre atžvilgiu. Vadinasi, kontūro induktyvumas elektrodinamikoje vaidina tokį pat vaidmenį, kaip kūno masė mechanikoje.

Saviindukcijos reiškinys plačiai taikomas elektrotechnikoje ir radiotechnikoje.

## 5.7. MAGNETINIO LAUKO ENERGIJA. ELEKTROMAGNETINIO LAUKO ENERGIJA

Norint uždarame kontūre, kurio induktyvumas yra L (pavyzdžiui, induktyvumo ritėje), sukurti stiprio I elektros srovę, reikia atlikti darbą prieš pasipriešinimo (saviindukcijos) jėgas. Šis darbas atliekamas naudojant ritės magnetinio lauko energiją. Pagal energijos tvermės dėsnį jis lygus energijai, kurią sunaudoja srovės šaltinis stiprio I srovei ritėje sukurti.

Apskaičiuosime induktyvumo rite tekančios elektros srovės sukurto magnetinio lauko energiją. Sakykime, atjungus ritę nuo evj šaltinio, elektros srovė grandinėje silpnėja tolygiai nuo I iki 0 ir srovės stiprio priklausomybė nuo laiko t išreiškiama tiesine funkcija.

Šiuo atveju saviindukcijos evj nekinta ir skaičiuojama remiantis formule

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{I}{t},$$

čia t – laikas, per kurį srovės stipris pakinta nuo I iki 0.

Per šį laiką t grandine prateka elektros krūvis

$$q = I_{vid} \cdot t = \frac{I}{2}, \text{ nes}$$

$$I_{vid} = \frac{I+0}{2} = \frac{I}{2}$$ – vidutinė srovės stiprio vertė.

Elektros srovės sukurto magnetinio lauko energija lygi srovės energijai. Skaitinė šios srovės energijos vertė lygi šaltinio evj darbui pasipriešinimo (saviindukcijos) jėgoms nugalėti:

$$W_m = A = -q \cdot \mathcal{E}_S = -\frac{I}{2} \cdot t \cdot \left(-L \cdot \frac{I}{t}\right) = \frac{L \cdot I^2}{2}.$$

Minuso ženklas rodo, kad elektros krūviai juda prieš saviindukcijos evj.

Taigi ritės magnetinio lauko energija lygi jos induktyvumo L ir rite tekančios elektros srovės stiprio kvadrato $I^2$ sandaugos pusei, t.y.

$$W_m = \frac{LI^2}{2}.$$

Solenoidu tekančios elektros srovės sukurtas magnetinis laukas, vadinasi, ir jo energija, sukaupti pačiame solenoide.

Kadangi solenoido induktyvumas L apskaičiuojas pagal formulę $L = \mu_o \mu \frac{SN^2}{\ell}$, tai solenoidu tekančios elektros srovės sukurto magnetinio lauko energija (solenoido magnetinio lauko energija) apskaičiuojama pagal formulę

$$W_m = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\mu_o \mu \frac{SN^2}{\ell} \cdot I^2}{2} = \frac{\mu_o \mu SN^2 I^2}{2\ell}.$$

Taigi $$W_m = \frac{1}{2}\mu_o \mu \frac{SN^2 I^2}{\ell}.$$ Šią lygybę perrašę pavidalu $W_m = \frac{1}{2}\mu_o \mu \frac{SN^2 I^2}{\ell} \cdot \frac{\ell}{\ell}$ ir pastebėję, kad $\frac{N^2}{\ell^2} = n^2$ ir $S \cdot \ell = V$, gausime kitą formulę solenoido magnetinio lauko energijai skaičiuoti:

$$W_m = \frac{1}{2}\mu_o \mu n^2 I^2 V;$$

čia $\mu_o$ – magnetinė konstanta $\left(\mu_o = 1{,}257 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m}\right)$,

$\mu$ – solenoido šerdies santykinė magnetinė skvarba, n – vijų skaičius solenoido ilgio vienete (prisiminkime, kad $n = \frac{N}{\ell}$, kai N – solenoido vijų skaičius, $\ell$ – solenoido ilgis), I – solenoidu tekančios srovės stipris, V – solenoido tūris ($V = S \cdot \ell$, kai S – solenoido skerspjūvio plotas, $\ell$ – solenoido ilgis).

Kadangi elektros srovės sukurto magnetinio lauko stipris H proporcingas srovės stipriui I, t.y. $H = \frac{I \cdot N}{\ell}$, tai solenoidu tekančios srovės sukurto magnetinio lauko energija

$$W_m = \frac{1}{2}\mu_o\mu S\ell\frac{N^2 I^2}{\ell^2} = \frac{1}{2}\mu_o\mu H^2 \cdot S\ell .$$

Taigi $\boxed{W_m = \frac{1}{2}\mu_o\mu H^2 S\ell .}$ Bet $S \cdot \ell = V$, todėl

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\mu_o\mu H^2 V .}$$

Magnetinio lauko stipris H ir indukcija B susiję taip: $H = \frac{B}{\mu\mu_o}$,

arba $B = \mu_o\mu H$, todėl

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o\mu}V ,} \quad \text{arba} \quad \boxed{W_m = \frac{BHV}{2} .}$$

Dažnai erdvėje yra ir elektrinis, ir magnetinis laukai. Elektromagnetinio lauko energijos tūrinis tankis lygus elektrinio ir magnetinio laukų energijų tūrinių tankių sumai:

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_o\varepsilon E^2 + \frac{B^2}{\mu_o\mu}\right);}$$

čia E – elektrinio lauko stipris, $\varepsilon_o$ – elektrinė konstanta $\left(\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C}{N \cdot m^2}\right)$, $\varepsilon$ – santykinė dielektrinė skvarba, B – magnetinio lauko indukcija, $\mu_o$ – magnetinė konstanta, $\mu$ – santykinė magnetinė skvarba.

# IV. SVYRAVIMAI IR BANGOS

## 1. MECHANINIAI SVYRAVIMAI

### 1.1. SVYRAVIMAS IR JĮ APIBŪDINANTYS DYDŽIAI

**Mechaniniu svyravimu** vadinamas periodiškai pasikartojantis materialiojo taško (ar kūno) judėjimas ta pačia trajektorija pakaitomis į priešingas puses pusiausvyros padėties atžvilgiu.

**Mechaninio svyravimo pavyzdžiai:**

1) ant spyruoklės pakabinto pasvaro judėjimas, kai jis išvedamas iš pusiausvyros padėties (spyruoklinė svyruoklė);
2) ant ilgo, nesvaraus ir netąsaus siūlo pakabinto rutuliuko svyravimas vertikalioje plokštumoje, veikiant sunkio jėgai (**matematinė svyruoklė**);
3) skambančios stygos virpėjimas;
4) membranos virpėjimas.

**Pagrindinės sąlygos, kad vyktų svyravimai, yra šios:**

1) kad kūnas pradėtų svyruoti, jo pradinė energija turi būti didesnė už energiją pusiausvyros padėtyje, t.y. kūną reikia išvesti iš pusiausvyros padėties;
2) išvedus kūną iš pusiausvyros padėties, sistemoje turi atsirasti jėga, grąžinanti jį į pusiausvyros padėtį (veikianti pusiausvyros padėties kryptimi);
3) kad kūnas svyruotų ilgą laiką, svyravimo energija neturi mažėti.

Tamprumo jėgos veikiamo kūno svyravimų lygtis (prie spyruoklės prikabinto pasvaro svyravimo lygtis):

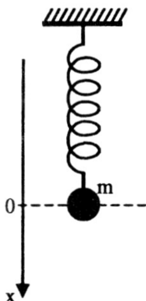
$$\boxed{a_x = -\frac{k}{m}x,} \quad \text{arba} \quad \boxed{x'' = -\frac{k}{m}x;}$$

čia čia x – svyruojančio kūno koordinatė, k – spyruoklės standumas, m – svyruojančio kūno masė.

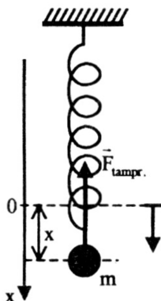
Svyruojančio kūno **pagreitis tiesiog proporcingas koordinatei**.

Šį pagreitį kūnui suteikia spyruoklės tamprumo jėga

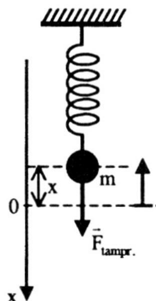
$$\boxed{F_{tampr.} = -kx.}$$




*a*) Kūnas yra pusiausvyros padėtyje.



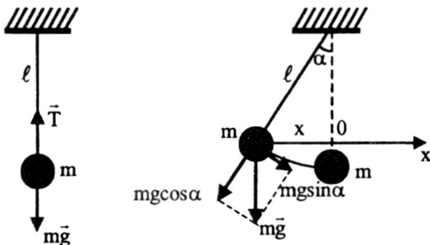

b) Svyruojantis kūnas juda į apačią pusiausvyros padėties atžvilgiu.




c) Svyruojantis kūnas juda į viršų pusiausvyros padėties atžvilgiu.

**Matematinė svyruoklė** – tai materialus taškas, kuris kabo ant nesvaraus ir netąsaus siūlo ir svyruoja vertikalioje plokštumoje, veikiamas sunkio jėgos mg.

Pusiausvyros padėtyje rutuliuką veikiančios sunkio ir siūlo tamprumo jėgos atsveria viena kitą. Atitraukus svyruoklę kampu $\alpha$, jėga $mg\cos\alpha$ suteikia rutuliukui įcentrinį pagreitį $\vec{a}_{ic}$, o jėga lygi $mg\sin\alpha$, suteikia jam liestinį pagreitį $\vec{a}_{\ell}$, nukreiptą pusiausvyros padėties link.




Įrodoma, kad matematinės svyruoklės judėjimo lygtis yra

$$\boxed{a_\ell = -\frac{g}{\ell}x;}$$

čia $a_\ell$ – liestinės pagreitis, $\ell$ – svyruoklės ilgis, g – laisvojo kritimo pagreitis, x – materialaus taško nuokrypis nuo pusiausvyros padėties.

Matome, kad **pagreitis tiesiog proporcingas koordinatei**.

Laisvuosius svyravimus apibūdinanti judėjimo lygtis yra tokia:

$$\boxed{x'' = -\omega_0^2 x;}$$

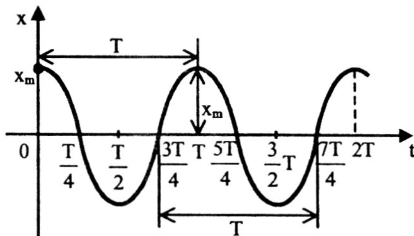
čia $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},}$ t.y. $\boxed{\omega_0^2 = \frac{k}{m}}$ spyruoklinei svyruoklei ir

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$, t.y. $\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}$ – matematinė svyruoklei

Šios judėjimo lygties sprendiniai yra

$\boxed{x = x_m \cos \omega_0 t}$ arba $\boxed{x = x_m \sin \omega_0 t.}$

Laisvai svyruojančio kūno koordinatė kinta pagal sinuso arba kosinuso dėsnį.




Nuo laiko priklausantys fizikinio dydžio periodiški kitimai pagal sinuso ar kosinuso dėsnį vadinami **harmoniniais svyravimais**.

- Harmoninius svyravimus apibūdina šie dydžiai:

(1) **Svyravimo periodas T** – trumpiausias laikas, per kurį kūnas atsiduria toje pačioje padėtyje. Kitaip tariant, svyravimo periodas yra laiko tarpas, per kurį kūnas atlieka vieną pilną svyravimą. $[T] = 1$ s (sekundė).

Jeigu per laiką t įvykusių kūno pilnų svyravimų skaičius lygus N, tai svyravimo periodas

$$\boxed{T = \frac{t}{N}.}$$

**Pavyzdžiui,** jei per laiką t = 20 s įvyko N = 10 pilnų svyravimų, tai svyravimo periodas $T = \frac{20}{10} = 2$ s.

(2) **Svyravimo amplitudė $x_m$** (kartais žymima raide A) – didžiausias svyruojančio kūno nuokrypis nuo pusiausvyros padėties. $[x_m] = [A] = 1$ m.

(3) **Svyravimo dažnis $\nu$** – svyravimų skaičius per vienetinį laiko tarpą (pavyzdžiui, sekundę):

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}.}$$

Svyravimo dažnio vienetas SI sistemoje – **hercas** (Hz): $[\nu] = 1\ \text{Hz} = \frac{1}{s}.$

Jei per laiką t įvykusių kūno pilnų svyravimų skaičius lygus N, tai svyravimo dažnis

$$\boxed{\nu = \frac{n}{t}.}$$

Svyravimo periodą T galima išreikšti svyravimo dažniu

$$\boxed{T = \frac{1}{\nu}.}$$

(4) **Svyravimo kampinis (ciklinis) dažnis $\omega_o$** – pilnų svyravimų skaičius per $2\pi$ sekundžių:

$$\boxed{\omega_o = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.} \quad [\omega_o] = 1\frac{\text{rad}}{\text{S}}.$$

Iš šios formulės galima rasti svyravimo periodą:

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_o}.}$$

Spyruoklinės svyruoklės:

$$\boxed{\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}};}$$

Matematinės svyruoklės:

$$\boxed{\omega_o = \sqrt{\frac{g}{\ell}}.}$$

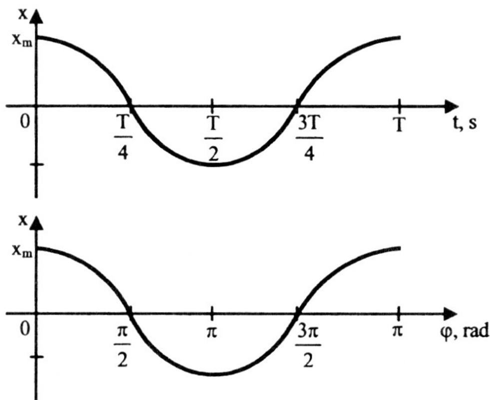
Harmoningai svyruojančio kūno koordinatę $x = x_m \cos\omega_o t$ $(x = x_m \sin\omega_o t)$ vienareikšmiškai parodo kosinuso (sinuso) argumentas $\varphi = \omega_o t$.

Sinuso arba kosinuso argumentas harmoningai svyruojančio kūno koordinatės lygtyje vadinamas svyravimų **faze** ir žymimas raide φ:

$$\varphi = \omega_0 t = 2\pi\frac{t}{T} = 2\pi\nu T. \qquad [\varphi] = 1 \text{ rad.}$$

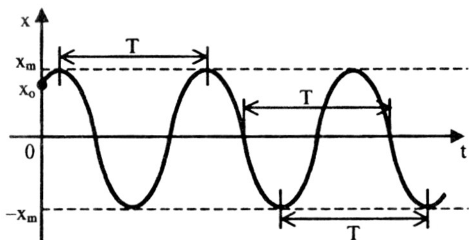
**Svyravimo fazė φ** – dydis, apibūdinantis tam tikra amplitude svyruojančio kūno padėtį (koordinatę) ir judėjimo kryptį tam tikru laiko momentu.

Bet kurią laiko t vertę, išmatuotą periodo T dalimis, atitinka fazės vertė radianais:



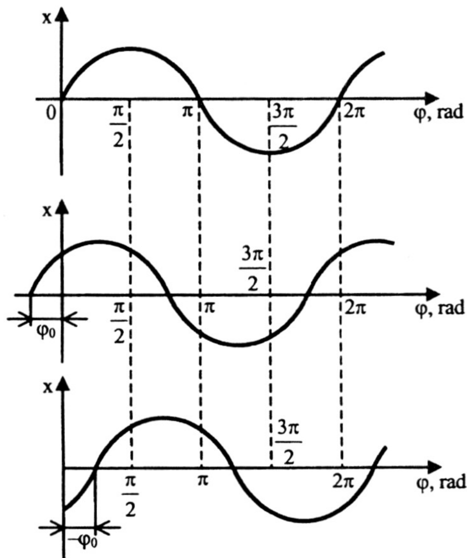

Apibrėžiant svyravimo fazę, būtina atsižvelgti į svyravimo pradinę fazę $\varphi_0$, t.y. fazės reikšmę pradiniu laiko momentu (t = 0). Svyravimo pradinė fazė $\varphi_0$ parodo, kurią svyruojančio kūno amplitudės $x_m$ dalį sudaro pradinis nuokrypis $x_0$:

$$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{x_0}{A}\right).$$




Taigi bendru atveju vykstant harmoniniams svyravimams koordinatė x kinta pagal dėsnį: $\boxed{x = x_m \cos(\omega_o t + \varphi_o)}$;

čia $\varphi_o$ – pradinė svyravimo fazė.



Prie spyruoklės prikabinto pasvaro svyravimo periodas apskaičiuojamas remiantis formule

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

čia m – pasvaro masė, k – spyruoklės standumas.

Matematinės svyruoklės svyravimo periodas apskaičiuojamas remiantis formule

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}};$$

čia $\ell$ – svyruoklės ilgis, g – laisvojo kritimo pagreitis.

Iš formulės matome, kad matematinės svyruoklės svyravimo periodas nepriklauso nei nuo svyruoklės masės, nei nuo svyravimo amplitudės.

**Harmoningai svyruojančio kūno greitis** randamas taip:

jei $x = x_m \cos\omega_0 t,$ tai $x' = v_x = -\omega_0 x_m \sin\omega_0 t,$ arba

$$x' = v_x = v_m \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right);$$

čia $v_m = \omega_0 x_m.$

Harmoningai svyruojančio kūno greitis kinta harmoningai, o jo fazė aplenkia koordinatės fazę dydžiu $\frac{\pi}{2}$.

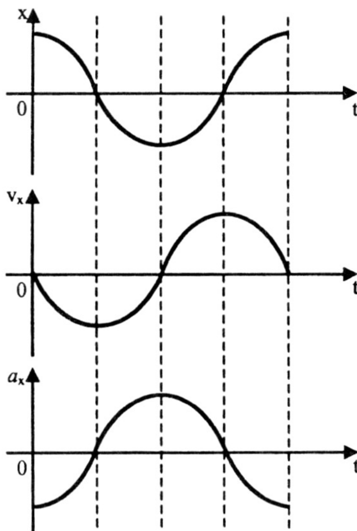
**Harmoningai svyruojančio kūno pagreitis** randamas taip:

jei $x = x_m \cos\omega_0 t,$ tai $x'' = v' = a_x = -\omega_0^2 x_m \cos\omega_0 t,$ arba

$$x'' = a_x = a_m \cos(\omega_0 t + \pi);$$

čia $a_m = \omega_o^2 x_m$, arba $a_m = \omega_o v_m$.

Harmoningai svyruojančio kūno pagreitis kinta harmoningai, o jo fazė aplenkia koordinatės fazę dydžiu π.




## 1.2. SVYRUOJANČIO KŪNO ENERGIJOS VIRSMAI

Svyruojančio kūno kinetinė energija apskaičiuojama pagal formulę

$$E_k = \frac{mv_x^2}{2}.$$

Svyruojančio kūno potencinė energija apskaičiuojama pagal formulę

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Harmoningai svyruojančio kūno pilnutinė energija lygi jo kinetinės ir potencinės energijų sumai:

$$E = E_k + E_p = const\ .$$

Pavyzdžiui, ant spyruoklės pakabinto svyruojančio pasvaro pilnutinė energija lygi:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2};$$

čia $x = x_m \cos(\omega_o t + \varphi_o)$ – kūno poslinkis (nuokrypis) nuo pusiausvyros padėties, $v = x'_t = -\omega_o x_m \sin(\omega_o t + \varphi_o)$ – jo svyravimo greitis. Maksimali greičio vertė $v_{max} = \omega_o x_m$.

Svyruojančio pasvaro potencinė energija periodiškai virsta kinetine ir atvirkščiai. Šie virsmai atitinka mechaninės energijos tvermės dėsnį. Pavyzdžiui, kraštinėse padėtyse $E = E_{p\,max} = \frac{kx_m^2}{2}$, o pereinant pusiausvyros padėtį

$$E = E_{k\,max} = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{m\omega_o^2 x_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}.$$

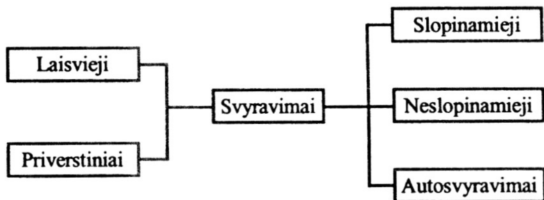
Taigi harmoningai svyruojančio kūno pilnutinė energija $E = E_k + E_p$ nekinta ir visą laiką lygi $\frac{kx_m^2}{2}$:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}$$

Taigi svyruojančio kūno pilnutinė energija priklauso tik nuo svyravimo amplitudės ir sistemos tamprumo.

## 1.3. SVYRAVIMŲ RŪŠYS. PRIVERSTINIS SVYRAVIMAS. REZONANSAS. AUTOSVYRAVIMAI

**Svyravimų rūšys:**




Svyravimai, kurių amplitudė ilgainiui mažėja, vadinami **slopinamaisiais**.

Svyravimai, kuriuos sukelia kūnus veikiančios vidinės jėgos, vadinami **laisvaisiais** arba **savaisiais**. **Pavyzdžiui**, matematinė svyruoklė, spyruoklinė svyruoklė.

Svyravimai, kuriuos sukelia sistemą veikiančios išorinės periodinės jėgos, vadinami **priverstiniais svyravimais**. Išorinių jėgų darbas papildo sistemos energiją.

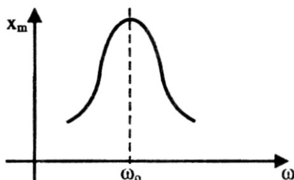
Ryškus kūno priverstinių svyravimų amplitudės padidėjimas, kai sistemą veikiančios išorinės jėgos kitimo dažnis sutampa su kūno laisvųjų svyravimų dažniu, vadinamas **rezonansu**.

Rezonanso metu išorinė jėga veikia į taktą su laisvaisiais svyravimais.

Kuo mažesnė trintis sistemoje, tuo didesnė svyravimų amplitudė:

$$x_m = \frac{F_m}{\mu\omega_0};$$

čia $F_m$ – išorinės jėgos amplitudė, $\mu$ – trinties koeficientas.




Rezonanso reiškinys taikomas mechanikoje, radiotechnikoje, akustikoje, optikoje ir kitur. Tačiau dažnai jis gali būti ir laivų, lėktuvų, mašinų, pastatų suirimo priežastis.

**Autosvyravimais** vadinami neslopinamieji svyravimai, galintys egzistuoti sistemoje, kurios neveikia jokios periodinės išorinės jėgos.

Bet kuri autosvyravimų sistema turi energijos šaltinį, kuris reguliuoja energijos tiekimą svyruojančiam kūnui ir kompensuoja trinties sukeltus energijos nuostolius.

Autosvyravimų sistemų pavyzdžiai:

1) svyruokliniai laikrodžiai (Hiuigensas, 1657 m.);
2) spyruokliniai laikrodžiai;
3) elektrinis skambutis;
4) metronomas.

* * *

# 2. MECHANINĖS BANGOS

## 2.1. SVYRAVIMŲ SKLIDIMAS TAMPRIOMIS MEDŽIAGOMIS. SKERSINĖS IR IŠILGINĖS BANGOS

Svyravimų sklidimas tampria terpe (t.y. tokia terpe, kurios dalelės tarpusavyje glaudžiai susijusios) vadinamas **mechanine banga**.

Visi esame stebėję banguojantį vandens paviršių. Maudydamiesi ar mėtydami į vandenį akmenukus, ne kartą priversdavote banguoti lygų ežero paviršių. Išsiaiškinkime, kaip atsiranda mechaninė banga ir kaip ji plinta?

Kietųjų kūnų, skysčių ir dujų dalelės veikia viena kitą. Jei kurią nors vieną dalelę (ar jų grupę) priversime svyruoti, tai ji dėl minėtos sąveikos išjudins gretimą dalelę, ši – tolimesnę ir taip svyravimas persiduos tam tikru greičiu į visas puses. Taigi plintant svyravimams, vienos svyruojančios terpės dalelės perduoda judėjimą, o kartu ir energiją, kitoms terpės dalelėms. Čia svarbu pabrėžti tai, kad **pačios terpės dalelės nejuda kartu su sklindančia banga** jos tik svyruoja apie pusiausvyros padėtis. Vadinasi, kartu su mechanine banga jos sklidimo kryptimi **perduodama energija, bet ne medžiaga**. Energija bangai sudaryti ir sklisti gaunama iš svyravimus sukeliančio šaltinio. Bangoms sklindant, terpės dalelių svyravimų amplitudė tolydžiai mažėja – dalis mechaninės energijos virsta vidine energija.

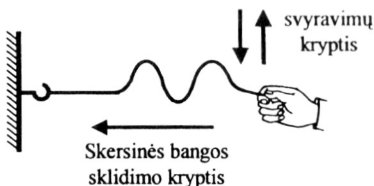
Mechaninės bangos gali būti **skersinės ir išilginės**.

**Kai terpės dalelės svyruoja statmenai bangos sklidimo krypčiai, bangos vadinamos skersinėmis.**

Dėl to terpėje atsiranda iškylos ir įdubos.

**Pavyzdžiui**, skersinė banga sklinda ilga virvute ar plona gumine žarnele, kurių vienas galas įtvirtintas, o kitas galas staigiai pradedamas judinti ranka aukštyn žemyn, t.y. priverčiamas svyruoti. Matysime, kad virvutės forma nuolat keisis – virvute bėgs skersinė mechaninė

banga. Pastebėkime, kad mechaninei bangai sklindant virvute į priekį, virvutė liks rankoje. Tai įrodo, kad virvute sklindanti banga medžiagos neperneša; plinta tik pačios terpės svyravimas.

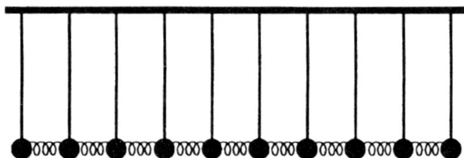


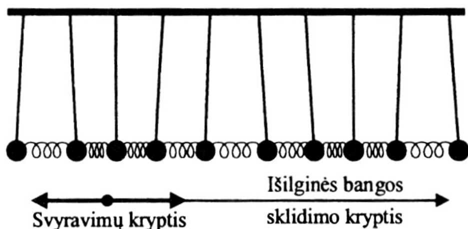

Skersinės bangos sklinda tik kietaisiais kūnais ir skysčių paviršiumi.

**Kai terpės dalelės svyruoja išilgai bangos sklidimo krypties, bangos vadinamos išilginėmis.**

Tada terpėje susidaro sutankėjimai ir praretėjimai.

Išilginį bangų susidarymą galima paaiškinti atliekant bandymą. Prie lazdelės siūlais pritvirtinkime rutuliukus, kurie tarpusavyje sujungti spyruoklėmis. Jei kraštinį rutuliuką patrauksime į šoną ir paleisime, jo svyravimai persiduos gretimiems rutuliukams ir vienose erdvės vietose rutuliukai susiglaus (rutuliukų sistema sutankės), kitose – prasiskirs (rutuliukų sistema išretės). Tokie rutuliukų sutankėjimai ir išretėjimai kaitaliosis vieni su kitais, t.y. rutuliukų sistema sklis banga. Pastebėkime, kad kiekvienas rutuliukas svyruos tik apie savo pusiausvyros padėtį, o pati banga sklis visa rutuliukų sistema.

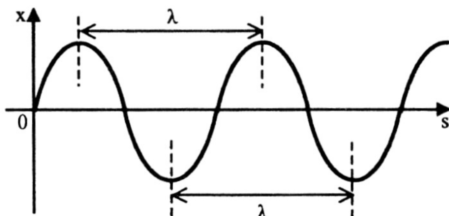





Išilginės bangos sklinda bet kokiais kūnais (kietaisiais, skysčiais, dujomis). Kietaisiais kūnais išilginės bangos sklinda greičiau negu skersinės.

## 2.2. BANGOS ILGIS IR SKLIDIMO GREITIS

**Bangos ilgis λ** – tai mažiausias atstumas tarp gretimų skersinės bangos iškylų ar įdubų bei tarp gretimų išilginės bangos sutankėjimų ar praretėjimų.




Bangos ilgio matavimo vienetas SI sistemoje – metras: $[\lambda] = 1$ m.

Laikas, reikalingas bangai nusklisti atstumą, lygų jos ilgiui, vadinamas **periodu.**

Mechaninės bangos **sklidimo greitis v** – tai gūburio arba įdubos slinkimo greitis skersinės bangos atveju ir sutankėjimo arba praretėjimo greitis išilginės bangos atveju.

Bangos greitis v apskaičiuojamas remiantis formule:

$$\boxed{v = \frac{\lambda}{T},} \quad \text{arba} \quad \boxed{v = \lambda \cdot \nu;}$$

čia $\lambda$ – bangos ilgis, T – periodas, $\nu$ – svyravimų dažnis.

Žinant bangos sklidimo greitį bei periodą, galima apskaičiuoti tos bangos ilgį:

$$\boxed{\lambda = v \cdot T\,,} \quad \text{arba} \quad \boxed{\lambda = \frac{v}{\nu}.}$$

Čia pateiktos bangos sklidimo greitį, ilgį, periodą ir dažnį siejančios formulės tinka bet kokios prigimties bangoms (mechaninėms bei elektromagnetinėms).

Mechaninės bangos sklidimo greitis priklauso tik tampriosios terpės fizikinių savybių ir sąlygų. Todėl ta pačia terpe mechaninės bangos sklinda vienodu greičiu nepriklausomai nuo svyravimo dažnio.

Bangai pereinant iš vienos aplinkos į kitą, dalelių svyravimo dažnis išlieka pastovus, bet pakinta sklindančios bangos ilgis proporcingai jos greičiui, t.y.

$$\boxed{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2};}$$

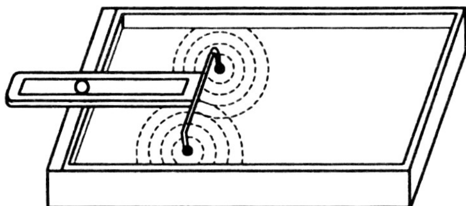
čia $\lambda_1$, $v_1$ – bangos ilgis ir greitis pirmoje aplinkoje,

$\lambda_2$, $v_2$ – bangos ilgis ir greitis antroje aplinkoje.

## 2.3. KOHERENTINĖS BANGOS. BANGŲ INTERFERENCIJA

Iki šiol nagrinėjome vieną bangą, sklindančią iš ją sukeliančio svyravimų šaltinio. Dažnai aplinkoje vienu metu sklinda ne viena, bet kelios bangos. Pavyzdžiui, jei kambaryje kalbasi keletas žmonių, kelios garso bangos pereina viena per kitą. Stebėjimai rodo, kad sklindančios bangos netrukdo viena kitai. Jos užplaukia viena ant kitos visiškai nesąveikaudamos tarpusavy. Pasiekusios tuos pačius taškus,

bangos susideda. Pavyzdžiui, jei dviragiu bangų sukėlikliu (vibratoriumi) sužadinsime vandens paviršiuje dvi bangas (šios bangos sklinda iš dviejų skirtingų šaltinių), tai toje vietoje, kur susitinka dviejų bangų keteros (iškilimai), vandens paviršius juda labiau. Ten, kur vienos bangos ketera (iškilimas) susitinka su įduba, vandens paviršius būna ramus. Taigi vandens paviršiuje susidarys tam tikri ruožai: vienuose bangavimas labai sustiprės, kituose – bangavimo visai nebus. Kiekviename aplinkos taške dviejų bangų svyravimai tiesiog susideda. Stebimas reiškinys vadinamas **bangų interferencija**.

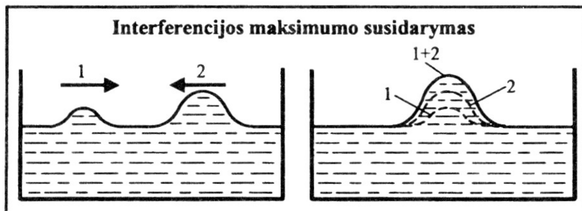


Interferencinį vaizdą gauname tik tada, kai bangų šaltinių virpesių dažnis yra vienodas, o jų svyravimo fazių skirtumas yra pastovus (laikui bėgant nekinta). Tokie šaltiniai vadinami **koherentiniais**, o jų sukeliamos bangos – **koherentinėmis**.

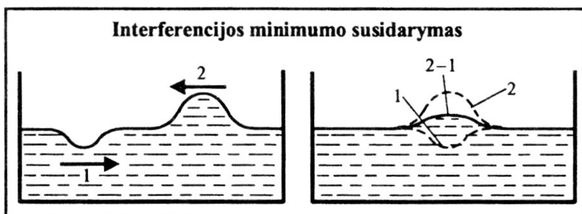
Taigi dviejų ar kelių koherentinių bangų sudėtis, kai kiekviename erdvės taške atstojamųjų svyravimų amplitudė laikui bėgant nekinta, vadinama **interferencija**.

Išsiaiškinsime, kodėl ir kokiomis sąlygomis vienuose vandens paviršiaus taškuose bangos palaiko (stiprina) viena kitą, o kituose – slopina (silpnina). Vandens paviršiuje pasirinkime tašką, kurį dviejų šaltinių sukeltos bangos (1 ir 2) pasiekia vienu metu. Jei čia susitinka abiejų bangų iškylos, tai jos palaiko (stiprina) viena kitą ir tas vandens paviršiaus taškas ima svyruoti didesne amplitude. Sakoma, kad toje

vietoje stebimas **interferencijos maksimumas** (lot. *maximum* – didžiausias).



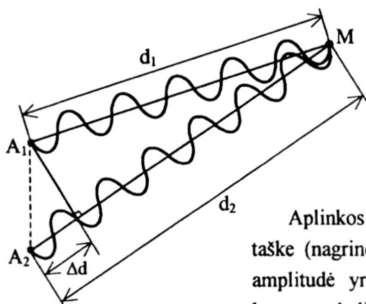

Jei tame taške susitinka vienos bangos įduba ir kitos iškyla, bangos viena kitą slopina ir tas vandens paviršiaus taškas ima svyruoti mažesne amplitude arba visiškai nustoja svyravę. Čia susidaro **interferencijos minimumas** (lot. *minimum* – mažiausias).




Taigi koherentinės bangos vienuose vandens paviršiaus taškuose sustiprėja (toje vietoje stebimas interferencijos maksimumas), kituose – susilpnėja (tose vietose stebimas interferencijos minimumas).

Tai priklauso nuo bangų eigos skirtumo. Panagrinėkime šią priklausomybę išsamiau. Sakykime, turime du koherentinius bangų šaltinius $A_1$ ir $A_2$. Šie šaltiniai sužadina terpėje (pavyzdžiui, vandens paviršiuje) dvi koherentines bangas. Pažymėkime raide $d_1$ – atstumą nuo pirmosios bangos šaltinio iki nagrinėjamo terpės taško M,

$d_2$ – atstumą nuo antrosios bangos šaltinio iki to paties terpės taško M. Skirtumas $\Delta d = d_2 - d_1$ vadinamas **bangų eigos skirtumu.**

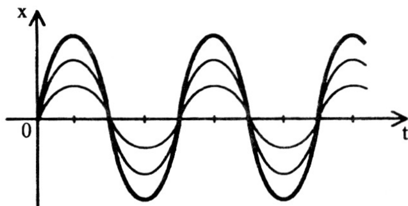



Aplinkos svyravimų tam tikrame taške (nagrinėjamu atveju – taške M) amplitudė yra didžiausia, kai dviejų bangų, sukeliančių svyravimus šiame taške, eigos skirtumas $\Delta d$ lygus sveikam bangų ilgių $\lambda$ skaičiui:

$$\boxed{\Delta d = k\lambda\ ;} \quad \text{čia } k = 0,\ 1,\ 2,\ ...$$

Ši lygybė išreiškia **interferencijos maksimumo sąlygą.**

Kai bangų eigos skirtumas $\Delta d = k\lambda$ ; čia $k = 0, 1, 2, ...$, tai atstojamojo svyravimo amplitudė lygi dedamųjų svyravimų amplitudžių sumai ir pirmosios bangos iškylos sutampa su antrosios bangos iškylomis, o pirmosios bangos įdubos sutampa su antrosios bangos įdubomis.

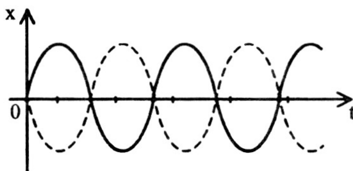


Aplinkos svyravimų tam tikrame taške (nagrinėjamu atveju – taške M) amplitudė yra mažiausia, kai dviejų bangų, sukeliančių svyravimus šiame taške, eigos skirtumas $\Delta d$ lygus nelyginiam pusbangių $\frac{\lambda}{2}$ skaičiui:

$$\boxed{\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2};} \qquad \text{čia } k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

Ši lygybė išreiškia **interferencijos minimumo sąlygą**.

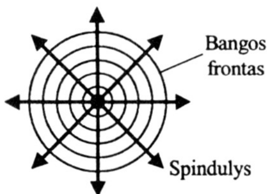
Kai bangų eigos skirtumas $\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, čia $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$, tai atstojamojo svyravimo amplitudė lygi dedamųjų svyravimų amplitudžių skirtumui ir pirmosios bangos iškylos sutampa su antrosios bangos įdubomis, o pirmosios bangos įdubos – su antrosios bangos iškylomis.



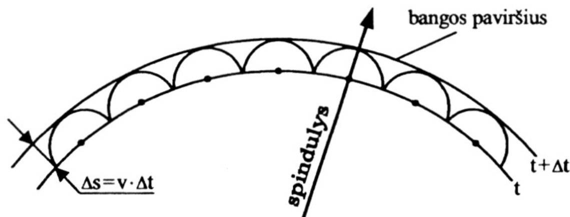

Dėl interferencijos bangų energija persiskirsto. Minimumų vietose atstojamosios bangos energija yra mažesnė už susidedančių bangų energijų sumą, o maksimumų vietose ji persveria susidedančių bangų energijų sumą tiek pat, kiek sumažėja energija minimumuose. Taigi, vykstant interferencijai, visa bangų energija susikoncentruoja maksimumuose, o į minimumus visiškai nepatenka.

## 2.4. HIUIGENSO PRINCIPAS. BANGŲ ATSPINDŽIO DĖSNIS. BANGŲ DIFRAKCIJA

Paviršius, kurio visi taškai svyruoja vienoda faze, vadinamas **bangos paviršiumi**, arba **bangos frontu**. Linija, statmena bangos paviršiui, vadinama **spinduliu**. Bangos sklinda spindulio kryptimi.



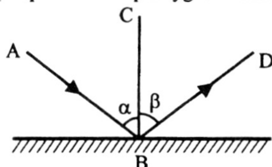

Bangų sklidimo dėsningumus galima paaiškinti remiantis **K.Hiuigenso principu,** kuris teigia, kad **kiekvienas aplinkos taškas, kurį pasiekia bangavimas, virsta antrinių bangų šaltiniu.** Paviršius, gaubiantis visas antrines bangas, yra bangos paviršius sekančiu laiko momentu. Kiekvieną bangos paviršiaus tašką laikydami antrinių bangų šaltiniu ir žinodami bangos paviršiaus padėtį laiko momentu t, galime rasti jo padėtį sekančiu laiko momentu $t + \Delta t$. Vienalytėje terpėje nuo kiekvieno bangos paviršiaus taško sklinda antrinė sferinė banga. Visų šių antrinių sferinių bangų greitis vienodas ir lygus v, o pačios bangos per laiką $\Delta t$ nusklinda vienodą atstumą $\Delta s$. Bangos paviršių (arba bangos frontą) sekančiu laiko momentu $t + \Delta t$ sudaro taškai, nutolę nuo pradinio bangos fronto atstumu, lygiu $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Banga sklinda spindulio kryptimi.



Remiantis K.Hiuigenso principu buvo įrodytas **bangų atspindžio dėsnis**, kuris teigia, kad:

1) krintantis spindulys, atsispindėjęs spindulys ir statmuo, iškeltas kritimo taške, yra vienoje plokštumoje;

2) bangų atspindžio kampas lygus kritimo kampui: $\alpha = \beta$ .

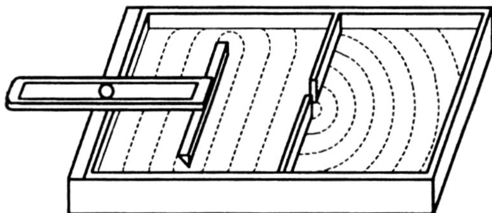



Kritimo kampu vadinamas kampas tarp krintančio spindulio AB ir statmens BC, iškelto iš spindulio kritimo taško B. Atspindžio kampu BD vadinamas kampas tarp statmens ir atsispindėjusio spindulio BD.

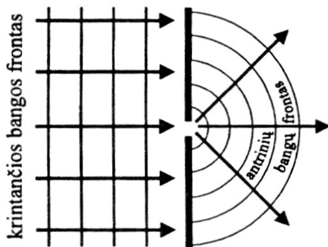
Remiantis Hiuigenso principu, galima paaiškinti ir **bangų difrakcijos** reiškinį.

**Bangų difrakcija vadinamas einančių pro kliūčių kraštą bangų nukrypimas nuo tiesaus kelio, užlinkimas už kliūties.**

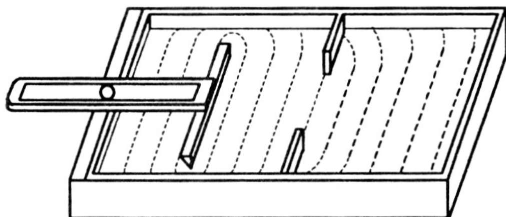
Bangų difrakcijos reiškinį galime stebėti naudodami bangų vonelę. Jeigu bangų kelyje pastatysime ekraną su plyšiu, kurio matmenys mažesni už bangos ilgį, tai už ekrano (už kliūties) sklis apskritiminė banga taip, jog atrodys, kad ekrano plyšyje yra išsidėstęs taškinis bangų šaltinis. Vadinasi, iš bangų šaltinio (bangų sukėlėjo) sklindanti banga, praėjusi pro plyšio kraštus (kliūties kraštus), užlinksta už jų, nukrypsta nuo tiesaus kelio.



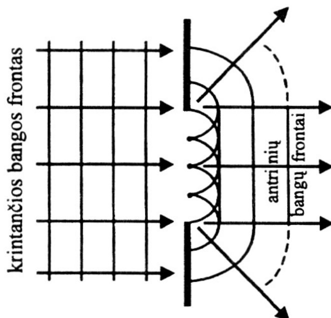
Remiantis Hiuigenso principu, siaurame plyšyje antriniai bangų šaltiniai išsidėsto taip arti vienas kito, kad juos galima laikyti vienu taškiniu bangų šaltiniu. Taigi maža anga yra tarsi taškinis bangų šaltinis, nuo kurio bangos, jau sferinės, sklinda į visas puses.




Kai ekrane esančio plyšio matmenys (kliūties matmenys) yra didesni už krintančios bangos ilgį, tai bangos paviršius išlinksta tiktai prie kliūties kraštų, t.y. bangų difrakcija yra nedidelė ir jos beveik nepastebime.



Šiuo atveju bangų difrakciją vėl galime paaiškinti remdamiesi Hiuigenso principu: bangos, kurias skleidžia plyšyje išsidėstę antrinių bangų šaltiniai, užlinksta (nors ir nežymiai) už kliūties kraštų (žr. paveikslą).




1815 m. prancūzų fizikas Ogiustenas Frenkelis papildė Hiuigenso principą. Remiantis Hiuigenso ir Frenkelio principu, antrinių bangų šaltiniai yra koherentiniai ir todėl jie skleidžia koherentines bangas, kurios interferuoja tarpusavy. Taigi bangų paviršius bet kuriuo laiko momentu yra ne antrinių bangų gaubtinė, o jų interferencijos rezultatas.

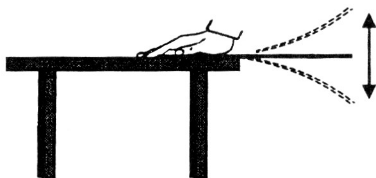
## 2.5. GARSO BANGOS. GARSO GREITIS. GARSO APIBŪDINIMAS

Fizikos skyrius, nagrinėjantis garso reiškinius, vadinamas **akustika**.

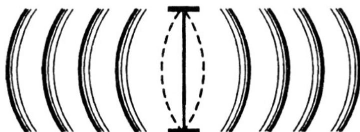
Garsą sukelia virpantys (greitai svyruojantys) kūnai. Tuo galima įsitikinti atliekant paprastą bandymą.

Metalinę liniuotę padėkime ant stalo taip, kas vienas jos galas būtų išsikišęs už stalviršio. Ant stalo esantį liniuotės galą prispauskime ranka, o išsikišusį pakelkime į viršų ir paleiskime. Liniuotė pradės svyruoti, ir mes išgirsime garsą. Keisdami išsikišusios liniuotės dalies ilgį, galime išgauti įvairius garsus. Išsiaiškinsime, kas vyksta aplinkoje (ore), kurioje svyruoja liniuotė. Virpėdama liniuotė tai suspaudžia, tai išretina greta esantį orą, o išretėjimo ar sutankėjimo sklidimas yra ne kas kita, kaip **išilginė garso banga**, kuri nuo garso

šaltinio (svyruojančios liniuotės) sklinda į visas puse. Virpantis oras (t.y. garso banga), pasiekęs žmogaus ausį, veikia klausos organą ir žmogus girdi garsą.



**Liniuotės svyravimas, sukeliantis garso bangą**



**Išilginė garso banga, kurią sukelia virpanti gitaros styga**

Garsas gali sklisti ne tik oru, bet ir skysčiais bei kietaisiais kūnais. Tuo tarpu **beorėje erdvėje (vakuume) jis nesklinda.** Garso banga yra terpės (dujų, skysčių, kietųjų kūnų) svyravimų (virpesių) sklidimas.

Įvairiose terpėse garsas sklinda skirtingu greičiu. Vandeniu garsas sklinda greičiau negu oru (dujomis). Kietaisiais kūnais garsas sklinda dar greičiau negu oru (dujomis) ar skysčiais. Pavyzdžiui, garso greitis 15° C temperatūros ore yra $340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, 20° C temperatūros vandenyje – $1483\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, 20° C temperatūros geležyje – $5850\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Garso greitis taip pat priklauso nuo terpės, kuria jis sklinda, temperatūros: kuo ji aukštesnė, tuo didesnis greitis.

Lentelėje pateikiame garso greičio vertes, kai oro temperatūra įvairi:

| Oro temperatūra, ° C | Garso greitis, $\frac{m}{s}$ |
|---|---|
| – 150 | 216,7 |
| 0 | 331,5 |
| 18 | 342,4 |
| 100 | 387,1 |
| 1000 | 715,2 |

Skirtingo dažnio garso bangos ore plinta vienodu greičiu. Dėl šios garso savybės, sėdėdami įvairiose koncertų salės vietose, tuo pačiu metu girdime visų instrumentų skleidžiamų dažnių garsus.

Garso bangoms būdingas **atspindys**, t.y. garso banga, pasiekusio dviejų terpių (pavyzdžiui, oro ir kietojo kūno) sandūrą, atsispindi nuo antrosios terpės ir tik iš dalies pereina į tą pusę bei sklinda ja toliau. Garso atspindys taikomas konstruojant įvairius garso stiprinamuosius įtaisus, vadinamus **garsintuvais**. Jei sukuria kryptingą garso bangų pluoštą.

Jeigu šaltinio skleidžiama garso banga krinta į paviršių statmenai, tai atsispindėjusi ji grįžta atgal į šaltinį. Toks nuo kliūties (kalno, pastato sienos, miško ir kt.) atsispindėjęs garsas vadinamas **aidu.**

Garso, kaip ir vandens, bangoms būdinga **difrakcija**, taigi jos gali aplenkti kliūtis. Pavyzdžiui, girdime iš už namo kampo sklindantį automobilio signalą arba kitoje namo pusėje esančiame kieme žaidžiančių vaikų klegesį, nors nei automobilio, nei vaikų nematome.

Žmogaus ausis kaip garsą suvokia svyravimus, kurių dažnis yra nuo 16 – 20 Hz iki 20000 Hz. Mažesnio negu 16 – 20 Hz dažnio garsas vadinamas **infragarsu**, o didesnio negu 20000 Hz dažnio garsas – **ultragarsu.**

Žmogus geriausiai girdi garsus, kurių dažnis 500 – 2000 Hz. Tokio dažnio garsais ir susikalbame.

Infragarso bangos labai ilgos. Pavyzdžiui, 16 Hz dažnio infragarso bangos ilgis 18° C temperatūros ore lygus apie 21 m.

Infragarsą sukelia vėjas, perkūnija, jūros bangos, sprogimai, šūviai, žemės drebėjimai, įvairūs vibruojantys varikliai. Žmogus šio garso negirdi. Daugeliu atvejų infragarso įtaka žmogui ir gyviesiems organizmams yra neigiama. Dažniausiai dėl infragarso įtakos žmogus pradeda justi nerimą.

Gyvūnai infragarsą junta geriau nei žmonės. Pavyzdžiui, prieš žemės drebėjimą, prasidedantį žemo dažnio svyravimais, gyvūnai tampa neramūs.

Ultragarso bangos yra labai trumpos. Dėl mažo bangos ilgio ultragarsas gali sklisti siaurais pluoštais ir atsispindėti nuo mažų matmenų kliūčių. Dujos gerai sugeria ultragarso bangas, todėl dujose šios bangos toli nenusklinda.

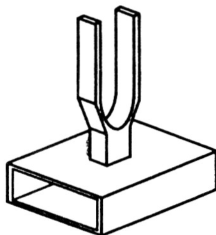
Skysčiais ir kietaisiais kūnais ultragarso bangos gali nusklisti labai toli. Dėl šios savybės minėtos bangos plačiai taikomos įvairiuose prietaisuose: **echolotuose, ultragarsiniuose lokatoriuose** ir **defektoskopuose.**

- Echolotais matuojamas jūrų gylis. Šiuo prietaisu pasiunčiamas didelio dažnio (20 – 60 kHz) ultragarso signalas ir priimamas jo aidas. Pagal ultragarso sklidimo pirmyn ir atgal laiką bei garso greitį vandenyje nustatomas jūros gylis h.
- Ultragarsiniais hidro lokatoriais sekami povandeniniai laivai, nustatoma priešinga kryptimi plaukiančių laivų vieta naktį ar ūkanotą dieną, ieškoma jūros žuvų telkinių, ledkalnių, karo metu – minų ir t.t.
- Ultragarsinių lokatorių veikimas yra pagrįstas ultragarso bangų atspindžiu nuo kliūties. Ultragarsinius lokatorius turi kai kurie gyvūnai, pavyzdžiui, šikšnosparniai, delfinai, tam tikrų rūšių banginiai. Pavyzdžiui, šikšnosparniai siunčia ultragarso bangas labai trumpais impulsais (iki 250 impulsų per sekundę), kurie sklinda iki 10 – 15 m. Atsispindėję nuo kliūčių, šie impulsai grįžta atgal. Pagal juos šikšnosparniai puikiai orientuojasi naktį, ieško maistui vabzdžių.

- Ultragarsiniais defektoskopais gaminio paviršiuje ar viduje ieškoma defektų, kurių neįmanoma aptikti Rentgeno ar gama spinduliais: plyšių, oro tarpų.
- Ultragarsinėmis staklėmis apdirbamos labai kietos (deimantas, plienas) arba trapios (keramika, stiklas) medžiagos.
- Ultragarsu galima lituoti, virinti, valyti įvairius paviršius.
- Ultragarsas plačiai taikomas medicinoje ligoms diagnozuoti, vėžiui, įvairiems uždegimams gydyti, lūžusiems kaulams sujungti ir kt.
- Ultragarsu gali būti sterilizuojami maisto produktai.
- Ultragarsas naudojamas kaip sėklų dygimo, augalų augimo ir brendimo stimuliatorius.

Grynas garsas, t.y. garsas, atitinkantis kurio nors vieno dažnio virpesius (svyravimus), vadinamas **muzikiniu garsu**, arba **tonu**. Kitaip sakant, tonas yra harmoningai svyruojančio kūno sukeliamas garsas.

Gryną garsą (muzikinį garsą) galima išgauti specialiu prietaisu, vadinamu **kamertonu**. Jį sudaro plieninė šakutė, įtvirtinta medinėje dėžutėje. Per šią šakutę sudavus plaktukėliu, ji ima virpėti ir sukelia garso bangą. Žmogus girdi muzikinį garsą.



**Kamertonas**

**Tono aukščiu** vadinamas garso požymis, kurį lemia virpesių dažnis. Aukštesnių tonų virpesių dažnis didesnis negu žemesnių. Įvairių muzikos instrumentų skleidžiami to paties dažnio muzikiniai garsai (tonai) būna skirtingi: vienoks – pianino, kitoks – gitaros, dar kitoks – smuiko. Muzikos instrumento skleidžiamo garso arba žmogaus balso būdingas atspalvis vadinamas **tembru**. Jį sąlygoja pagrindinį toną papildantys aukštesni tonai, kurie

vadinami **virštoniais**. Virštoniai yra silpnesni už pagrindinį toną, o jų dažnis 2, 3, 4, ... kartų didesnis. Kuo daugiau virštonių, tuo turtingesnis garso tembras.

Garso banga, kaip ir kitos bangos, perneša energiją. Ją apibūdina **garso stipris**. Garso stipris yra dydis (žymimas raide I), lygus energijos kiekiui, kurį garso banga per vienetinį laiką perneša pro vienetinį plotą, statmeną bangos sklidimo krypčiai. Garso stipris matuojamas **vatais kvadratiniam metrui**:

$$[I] = 1\,\frac{W}{m^2} = 1\,\frac{J}{s \cdot m^2}.$$

Garso stipris priklauso nuo virpesių amplitudės.

Žmogaus ausis jautri garsams, kurių stiprio sritis yra labai plati $\left(10^{-12}\,\frac{W}{m^2} - 10\,\frac{W}{m^2}\right)$. Jei žmogus turi gerą klausą, tai jis dar girdi garsus, kurių stipris siekia vos $10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$. Šį garso stiprį atitinka garsai, kurių dažnis lygus 1000 Hz. Garso stipris, lygus $10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$, vadinamas **girdos slenksčiu**. Kai garso stipris padidėja iki $10\,\frac{W}{m^2}$, žmogus junta skausmą ausyse. Toks garso stipris vadinamas **skausmo slenksčiu.**

Klausos organais suvokiamo garso pojūtis apibūdinamas **garsumu**. Garsumo matavimo vienetas vadinamas **belu** (sutrumpintai žymimas B). Praktikoje dažniau vadinamas dešimt kartų mažesnis vienetas – **decibelas**: 1 db = 0,1 B .

Garso stipris ir garsumas yra susiję dydžiai.

Garso stiprio ir garsumo priklausomybė nėra tiesinė. Garsumas mažėja lėčiau negu garso stipris. Garso stipris didėja pagal geometrinę progresiją, o žmogaus suvokiamas garsumas – tik pagal aritmetinę progresiją. Garso stiprio ir garsumo atitiktis, kai garso dažnis lygus 1000 Hz, pateikta lentelėje:

| Garsas | Garso stipris, $\frac{W}{m^2}$ | Garsumas, dB |
|---|---|---|
| Girdos slenkstis | $10^{-12}$ | 0 |
| Kvėpavimo garsas | $10^{-11}$ | 10 |
| Kišeninio laikrodžio tiksėjimas | $10^{-10}$ | 20 |
| Lapų čežėjimas | $10^{-9}$ | 30 |
| Šnabždesys | $10^{-8}$ | 40 |
| Įprasta kalba | $10^{-7}$ | 50 |
| Vidutinio garsumo kalba | $10^{-6}$ | 60 |
| Garsi kalba | $10^{-5}$ | 70 |
| Gatvės triukšmas | $10^{-4}$ | 80 |
| Gamyklos cecho triukšmas | $10^{-3}$ | 90 |
| Diskotekos triukšmas | $10^{-2}$ | 100 |
| Pneumatinio kūjo triukšmas | $10^{-1}$ | 110 |
| Roko muzika | 1 | 120 |
| Reaktyvinis variklis. Skausmo slenkstis | 10 | 130 |

Sudarant garsumo skalę, buvo daryta prielaida, kad, garso stipriui padidėjus 10 kartų, garsumas padidėja 10 dB. Garso stiprio intervalą nuo girdos iki skausmo slenksčio atitiko 0-130 dB garsumo intervalas.

**Triukšmais** vadiname sudėtingus, netvarkingai kintančius įvairaus dažnio garsus, iš kurių beveik neįmanoma išskirti pavienių tonų. Triukšmą sudaro įvairių amplitudžių ir įvairaus dažnio virpesiai.

Pavyzdžiui, triukšmais galime vadinti gatve važiuojančių automobilių ūžesį, gamyklos ceche dirbančių mašinų bildesį ir t.t.

Stiprus ilgalaikis triukšmas kenkia žmonių sveikatai, mažina jų darbingumą.

Garso bangos, susidūrusios su bet kuriuo kūnu, priverčia jį svyruoti. Jei to kūno savųjų svyravimų dažnis sutampa su garso bangos dažniu, tai priverstinių kūno svyravimų amplitudė padidėja. Šis reiškinys vadinamas **akustiniu rezonansu**.

# 3. ELEKTROMAGNETINIAI VIRPESIAI

## 3.1. VIRPESIŲ KONTŪRAS IR JAME VYKSTANTYS PROCESAI

Periodiškas arba beveik periodiškas elektros krūvio, srovės stiprio ir įtampos kitimas vadinamas **elektriniais virpesiais.**

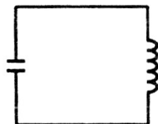
**Elektrinių virpesių rūšys:**

a) laisvieji virpesiai,

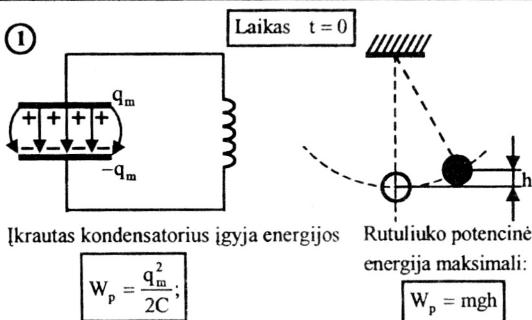
b) priverstiniai virpesiai,

c) autosvyravimai.

Iš kondensatoriaus ir prie jo plokščių prijungtos ritės sudaryta paprasčiausia sistema, kurioje gali vykti laisvieji elektriniai virpesiai, vadinama **virpesių kontūru**.



Virpesių kontūre vykstančių procesų ir mechaninių svyravimų palyginimas:




Įkrautas kondensatorius įgyja energijos

$$W_p = \frac{q_m^2}{2C};$$

Rutuliuko potencinė energija maksimali:

$$W_p = mgh$$

čia $q_m$ – maksimalus kondensatoriaus krūvis,

C – jo elektrinė talpa.

Tarp kondensatoriaus elektrodų ir artimoje erdvėje yra elektrinis laukas, kurio energija

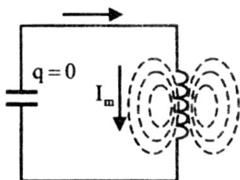
$$E_{el} = \frac{CU_m^2}{2};$$

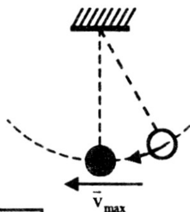
čia $U_m$ – tarp kondensatoriaus plokščių susidaręs potencialų skirtumas.

---

② 

$$\text{Laikas} \quad t = \frac{1}{4}T$$




$$W_p = 0,$$ $$E_k = \frac{mv_{max}^2}{2}.$$

Rutuliuko potencinė energija $W_p$ lygi nuliui, o kinetinė energija $E_k$ maksimali.

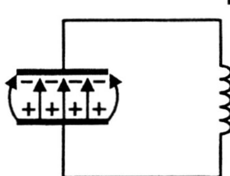
* * *

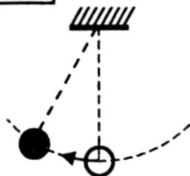
Kondensatoriui visiškai išsikrovus, krūvis $q = 0$ ir kondensatoriaus elektrinio lauko energija virsta ritės (srovės) magnetinio lauko energija. Srovė kontūre pasiekia maksimalią vertę $i = I_m$. Srovei pasiekus vertę $I_m$, ritės (srovės) magnetinio lauko energija

$$W_m = \frac{LI_m^2}{2};$$ čia L – ritės induktyvumas.

③

Laikas $t = \frac{1}{2}T$

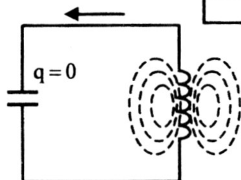


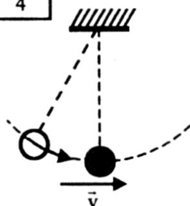



Tarp kondensatoriaus elektrodų ir artimoje erdvėje susidarys elektrinis laukas, tik priešingos krypties (kondensatorius įsikrauna priešingo ženklo krūviu).

④

Laikas $t = \frac{3}{4}T$

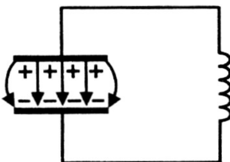


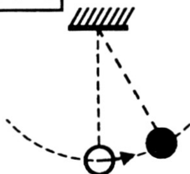




Kondensatorius išsikrauna ir elektrinio lauko energija vėl virsta magnetinio lauko energija.

⑤

Laikas $t = T$



Rutuliukas grįžta į pradinę padėtį.

Ritės saviindukcinės evj palaikoma srovė iš naujo įkrauna kondensatorių taip, kaip jis buvo įkrautas pradžioje, ir procesai kartosis ta pačia tvarka. Realiojo virpesių kontūro ritės ir laidų varža R yra aktyvioji. Todėl dalis virpesių energijos eikvojama laidininkams šildyti. Virpesių amplitudė mažėja tuo sparčiau, kuo didesnė varža R. Ilgainiui virpesiai kontūre išnyksta.

Lygtis, apibūdinanti virpesių kontūre vykstančius procesus yra tokia:

$$q'' = -\frac{1}{LC}q;$$

čia C – kondensatoriaus talpa, L – ritės induktyvumas, q – krūvis.

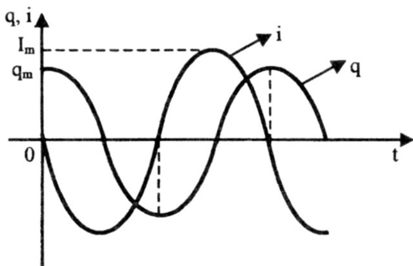
Šios lygties sprendinio išraiška yra tokia:

$$q = q_m \cos \omega_o t.$$

Tada srovės stiprio virpesių kontūre kitimo lygtis:

$$i = q' = -q_m\omega_o \sin \omega_o t,$$ arba $$i = I_m \cos\left(\omega_o t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Vadinasi, srovės stiprio virpesiai aplenkia krūvio virpesius per $\frac{\pi}{2}$.



## 3.2. TOMSONO FORMULĖ. MECHANINIŲ SVYRAVIMŲ IR ELEKTRINIŲ VIRPESIŲ ANALOGIJA

Virpesių kontūro savųjų virpesių periodas T priklauso nuo jo parametrų L ir C ir skaičiuojamas pagal formulę:

$$T = 2\pi\sqrt{LC};$$ **(Tomsono formulė)**

čia L – ritės induktyvumas, C – kondensatoriaus talpa.

Elektrinių virpesių kampinis dažnis ir dažnis skaičiuojami pagal formules:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

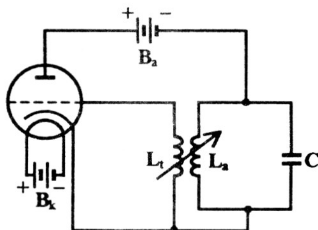
Pateiksime mechaninių svyravimų ir elektrinių virpesių analogiją:

| *Mechaniniai dydžiai* | *Elektriniai dydžiai* |
|---|---|
| Koordinatė x | Krūvis q |
| Greitis $v_x$ | Srovės stipris i |
| Pagreitis $a_x = v'_x$ | Srovės stiprio kitimo greitis $i'$ |
| Masė m | Induktyvumas L |
| Spyruoklės tamprumas k | Atvirkščias talpai dydis $\frac{1}{C}$ |
| Potencinė energija $E_p = \frac{kx^2}{2}$ | Elektrinio lauko energija $W_p = \frac{q^2}{2C}$ |
| Kinetinė energija $E_k = \frac{mv^2}{2}$ | Magnetinio lauko energija $W_m = \frac{Li^2}{2}$ |

| *Mechaniniai dydžiai* | *Elektriniai dydžiai* |
|---|---|
| Pasvaro svyravimų kampinis dažnis $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ | Elektrinių virpesių dažnis $\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ |
| Svyravimų periodas $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ | Virpesių periodas (Tomsono formulė) $T = 2\pi\sqrt{LC}$ |
| $x = x_m \cos\omega_o t$ | $q = q_m \cos\omega_o t$, $i = I_m \cos\left(\omega_o t + \frac{\pi}{2}\right)$ |

## 3.3. LEMPINIS GENERATORIUS – AUTOVIRPESIŲ SISTEMA

Aukšto dažnio neslopinamuosius elektromagnetinius virpesius kuriantis prietaisas vadinamas **lempiniu generatoriumi.** Jo pagrindinės dalys yra šios: trijų elektrodų elektroninė lempa – triodas; virpesių kontūras, sudarytas iš ritės $L_a$ ir kondensatoriaus C; ritė $L_t$, įjungta į triodo tinklelio grandinę; anodo grandinės ir katodo grandinės maitinimo šaltiniai $B_a$ ir $B_k$.



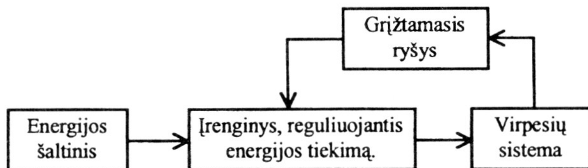
Kad lempinio generatoriaus virpesių kontūre atsirandantys elektromagnetiniai virpesiai būtų neslopinamieji, tai virpesių kontūro kondensatorius turi būti periodiškai pakraunamas (įelektrinamas). Taigi kiekvieną periodą kondensatorius turi gauti papildomos energijos iš išorinio evj šaltinio. Šis šaltinis prie kondensatoriaus turi būti prijungiamas tais momentais, kai kondensatoriaus energiją reikia papildyti. Automatinio jungiklio vaidmenį atlieka trijų elektrodų elektroninė lempa – triodas. Triodas dirba kaip vožtuvas. Tinklelio grandinės ritės $L_t$ ir virpesių kontūro ritės $L_a$ ryšys yra induktyvus, todėl vykstant elektromagnetiniams virpesiams kontūre, tarp triodo tinklelio ir katodo susidaro kintamasis elektrinis laukas, kuris valdo anodo srovę – ją sustiprina arba susilpnina.

Taip triodas kiekvieną periodą reikiamu momentu sujungia anodo grandinės srovės šaltinį su virpesių kontūru ir taip papildo kontūro energiją. Virpesių amplitudė didėja tol, kol energijos nuostoliai kontūre susilygina su energija, gaunama iš anodo grandinės srovės šaltinio. Grandinėje vyksta neslopinamieji virpesiai.

Lempiniu generatoriumi gauti neslopinamieji aukštojo dažnio virpesiai naudojami radijo ryšiui.

* * *

Bendroji autovirpesių schema parodyta paveiksle:



# 4. KINTAMOJI ELEKTROS SROVĖ

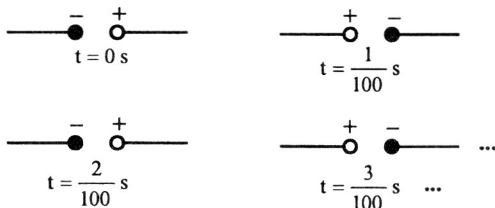
## 4.1. KINTAMOSIOS ELEKTROS SROVĖS GAVIMO PRINCIPAS

**Kintamoji elektros srovė** – priverstiniai elektromagnetiniai virpesiai, kurių dažnis lygus evj kitimo dažniui. Vadinasi, grandine tekančios kintamosios elektros srovės kryptis ir stipris periodiškai kinta.

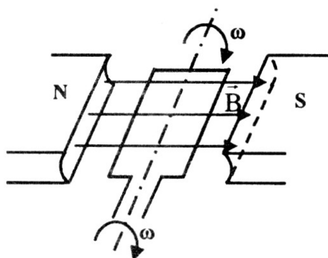
Kintamosios elektros srovės dažnis lygus 50 Hz (JAV ir kai kuriose kitose šalyse 60 Hz).

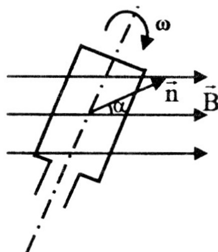
Jei kintamosios elektros srovės dažnis 50 Hz, t.y. 50 virpesių per sekundę, tai kištukinio elektros lizdo abu gnybtai per vieną sekundę pakeičia savo ženklą 100 kartų: iš pliuso į minusą, iš minuso į pliusą ir t.t.Elektros srovė uždaroje grandinėje, įjungtoje į tokį lizdą, nuolatos keičia savo kryptį, per sekundę 50 kartų teka viena kryptimi ir 50 kartų – kita kryptimi.

Tuo pačiu metu laikui bėgant kinta ir kintamosios elektros srovės stipris.




Kintamosios srovės gavimas pagrįstas elektromagnetinės indukcijos reiškiniu. Kintamoji elektros srovė atsiranda vienalyčiame magnetiniame lauke besisukančiuose laidžiuose vieliniuose rėmeliuose. Sukimosi ašis statmena magnetinės indukcijos $\vec{B}$ linijoms.






Jei rėmeliai magnetiniame lauke sukasi pastoviu kampiniu greičiu ω, tai juos kertantis magnetinis srautas Φ kinta pagal dėsnį

$$\Phi = BS\cos\alpha;$$

čia B – magnetinės indukcijos vektoriaus modulis, S – rėmelių plotas, α – kampas tarp rėmelių normalės vektoriaus $\vec{n}$ (t.y. vektoriaus, statmeno rėmelių plokštumai) ir magnetinės indukcijos $\vec{B}$.

Kadangi $\alpha = \omega t$, tai $\Phi = BS\cos\omega t.$

Vienalyčiame magnetiniame lauke besisukančiuose laidžiuose rėmeliuose indukuotos elektrovaros jėgos e laidumas pagal elektromagnetinės indukcijos dėsnį lygus magnetinio srauto Φ kitimo greičiui (srauto išvestinei) su priešingu ženklu, t.y.

$$e = -\Phi' = BS\omega\sin\omega t.$$

Šios elektrovaros jėgos amplitudė (didžiausia vertė)

$$\mathcal{E}_m = BS\omega.$$

Vadinasi, $e = \mathcal{E}_m\sin\omega t.$

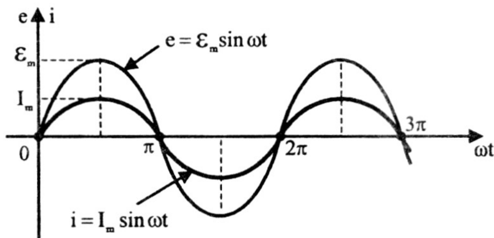
Matome, kad rėmeliuose susikūrusi elektrovaros jėga, kaip ir magnetinis srautas, kinta harmoningai (pagal sinuso dėsnį).

Kai rėmelių aktyvioji varža lygi R, jais teka kintamoji i stiprumo elektros srovė:

$$i = \frac{e}{R} = \frac{\mathcal{E}_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t;$$

čia $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$ – maksimali srovės stiprumo vertė (amplitudė).

Pavaizduokime grafiškai rėmeliuose indukuotos elektrovaros jėgos e ir kintamosios srovės i kitimą:




## 4.2. KINTAMOSIOS ELEKTROS SROVĖS GENERATORIUS

Kintamosios elektros srovės **generatorius** – tai įrenginys, mechaninę energiją paverčiantis elektros srovės energija. Jo veikimas pagrįstas elektromagnetinės indukcijos reiškiniu. Pagrindinės kintamosios elektros srovės generatoriaus dalys yra šios:

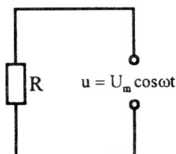
1) **induktorius**, kuris skirtas magnetiniam laukui kurti (magnetas arba elektromagnetas);

2) **inkaras** – apvija, kurioje sukuriama indukcinė elektrovaros jėga (evj);

3) **kolektorius**, kurį sudaro žiedai ir šepetėliai, nejudančius laidininkus jungiantys su besisukančiais.

Generatoriaus nejudančioji dalis vadinama **statoriumi**, o judančioji – **rotoriumi**. Praktiniam naudojimui patogesnis generatorius su besisukančiu induktoriumi.

## 4.3. KINTAMOSIOS ELEKTROS SROVĖS GRANDINĖS AKTYVIOJI VARŽA. GALIA KINTAMOSIOS SROVĖS GRANDINĖJE. KINTAMOSIOS ELEKTROS SROVĖS STIPRIO IR ĮTAMPOS EFEKTINĖS VERTĖS.

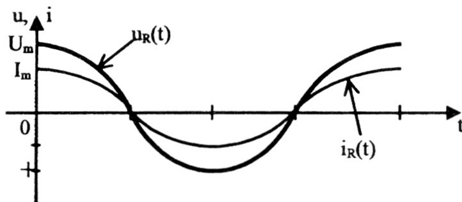



Aktyviojoje varžoje R srovės stiprio ir įtampos virpesių fazės sutampa:

$$u = U_m \cos \omega t,$$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t.$$

Srovės stiprio amplitudė $I_m = \frac{U_m}{R}$.




Grandinėje, turinčioje aktyvinę varžą, elektros energija virsta vidine, laidininkas įšyla.

Kintamosios elektros srovės **vidutinė galia** per periodą lygi

$$\overline{p} = \overline{i^2}R = \frac{I_m^2}{2}R;$$

čia $\overline{i^2}$ – kintamosios elektros srovės stiprumo kvadrato vidutinė vertė per periodą;

R – grandinės aktyvioji varža;

$I_m$ – kintamosios elektros srovės stiprio maksimali vertė (amplitudė).

Iš pastarosios lygybės: $\overline{i^2} = \frac{I_m^2}{2}$.

Bet srovės stiprumui kvadratu proporcingas laidininke išsiskiriantis šilumos kiekis.

Todėl apie kintamosios elektros srovės stiprumą ir sprendžiama iš jos šiluminio poveikio. Dydis, lygus kvadratinei šakniai iš kintamosios srovės stiprio kvadrato vidurkio, vadinamas **kintamosios srovės stiprio efektine verte** ir žymimas $I_{ef}$:

$$I_{ef} = \sqrt{\overline{i^2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Šios efektinės vertės skaitinė reikšmė lygi stipriui tokios nuolatinės srovės, kuri per tokį pat laiką išskiria tiek pat šilumos, kiek ir kintamoji srovė.

Analogiškai išreiškiama ir **įtampos efektinė vertė** $U_{ef}$ :

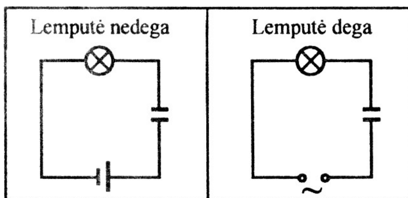
$$U_{ef} = \sqrt{\overline{u^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Vadinasi, kintamosios srovės ir įtampos efektinės vertės yra $\sqrt{2}$ kartų mažesnės už jų amplitudines vertes.

Kintamosios srovės ampermetrai ir voltmetrai rodo efektines vertes ($I_{ef}$ ir $U_{ef}$).

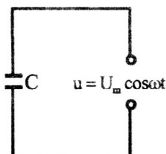
## 4.4. TALPA KINTAMOSIOS SROVĖS GRANDINĖJE.

Nuolatinė srovė negali tekėti grandine, kurioje įjungtas kondensatorius. Kondensatoriaus plokštes vieną nuo kitos skiria dielektriko sluoksnis.




Kintamoji srovė gali tekėti tokia grandine, nes kintamosios įtampos veikiamas kondensatorius periodiškai įsielektrina ir išsielektrina.

Panagrinėkime kintamosios srovės grandinę, kurioje įrengtas kondensatorius.




Įtampa U tarp kintamos įtampos šaltinio gnybtų kinta harmoningai

$$u = U_m \cos \omega t.$$

Įtampa tarp kondensatoriaus gnybtų lygi įtampai tarp šaltinio gnybtų:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C}, \qquad \frac{q}{C} = U_m \cos\omega t.$$

Iš paskutiniosios lygybės gauname

$$q = CU_m \cos\omega t.$$

Taigi kondensatoriaus krūvis kinta harmoningai.

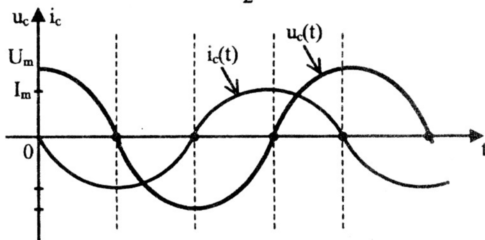
Srovės stipris – krūvio išvestinė. Vadinasi,

$$i = q' = -U_m C\omega \sin\omega t, \text{ arba}$$

$$\boxed{i = U_m C\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);}$$

čia $\boxed{I_m = U_m C\omega}$ – kintamosios srovės stiprio amplitudė.

Matome, kad srovės stiprio virpesiai pralenkia kondensatoriaus gnybtų įtampos virpesius dydžiu $\frac{\pi}{2}$.




$I_m = U_m C\omega$

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}.}$$

$$\boxed{I = \frac{U}{X_C}.}$$

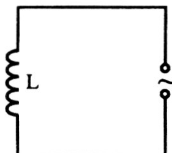
Dydis $X_C$, atvirkščiai proporcingas kampinio dažnio ir kondensatoriaus talpos sandaugai, vadinamas **talpine varža**.

Talpinė varža $X_C$ mažėja, didėjant talpai ir dažniui.

## 4.4. INDUKTYVUMAS KINTAMOSIOS SROVĖS GRANDINĖJE

Grandinės induktyvumas turi įtakos kintamosios srovės stipriui.

Dėl saviindukcijos srovė maksimalią vertę pasieks ne vienu metu su įtampa.




Srovės stipris kinta harmoningai:

$$\boxed{i = I_m \sin \omega t;}$$

Čia $I_m$ – srovės stiprio amplitudė.

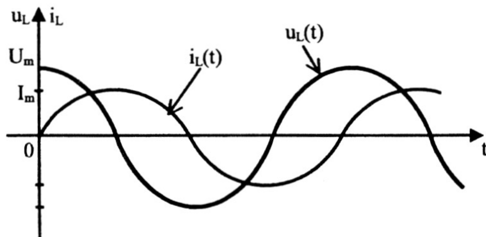
Grandinėje atsirandanti saviindukcinė elektrovaros jėga $e_i$ ir kintamoji įtampa u susijusi taip:

$$u = -e_i.$$

Bet $e_i = -Li' = -L\omega I_m \cos \omega t$, todėl

$$\boxed{u = L\omega I_m \cos \omega t = L\omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);}$$

čia $\boxed{U_m = L\omega I_m}$ – įtampos amplitudė, L – ritės induktyvumas.




Įtampos virpesiai ritėje pralenkia srovės stiprumo virpesius dydžiu $\frac{\pi}{2}$.

$$U_m = L\omega I_m.$$ $$I_m = \frac{U_m}{\omega L}.$$

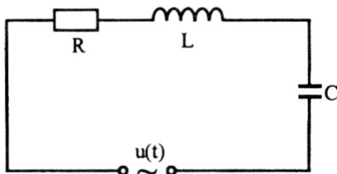
$$\boxed{X_L = \omega L.}$$

$$\boxed{I = \frac{U}{X_L}}$$

Dydis $X_L$, lygus kampinio dažnio $\omega$ ritės ir induktyvumo L sandaugai, vadinamas **induktyviąja varža**. Nuolatinei srovei $X_L = 0$.

## 4.6. OMO DĖSNIS KINTAMOS SROVĖS GRANDINEI

Nagrinėsime kintamosios srovės grandinę, kurioje vienu metu yra sujungti laidininkai, turintys aktyvinę varžą R, induktyvinę varžą $X_L = \omega L$ ir talpinę varžą $X_C = \frac{1}{\omega C}$.




Tokios grandinės pilnutinė varža nelygi šių varžų sumai. Kadangi srovės stiprumo ir įtampų kondensatoriuje bei ritėje fazės nesutampa, tai pilnutinė kintamosios elektros srovės grandinės varža:

$$\boxed{X = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},} \quad \text{t.y.} \quad \boxed{X = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2};}$$

čia X – pilnoji grandinės varža.

Kintamosios elektros srovės grandinei galioja ir **Omo dėsnis**: **srovės stiprio amplitudė $I_m$ proporcinga šaltinio evj amplitudei $\mathcal{E}_m$ ir atvirkščiai proporcinga pilnutinei grandinės varžai X, t.y.**

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Kintamosios elektros srovės stipris kinta pagal harmoningo svyravimo dėsnį:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Kai grandinę sudaro nuosekliai sujungta aktyvinė varža R, induktyvinė varža $X_L = \omega L$ ir talpinė varža $R_C = \frac{1}{\omega C}$, tai fazių skirtumas $\varphi$ tarp srovės stiprio ir šaltinio evj (bendros įtampos u) priklauso nuo evj kitimo dažnio $\omega$ bei nuo grandinės parametrų R, L ir C. Jis randamas remiantis lygtimi:

$$tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Kintamosios srovės aktyvinė galia apskaičiuojama remiantis formulėmis:

$$P = UI\cos\varphi$$ ir

$$P = I^2 R.$$

čia $\varphi$ – fazių skirtumas tarp įtampos ir srovės virpesių, $\cos\varphi$ – galingumo koeficientas. Kai elektros grandinę sudaro nuosekliai sujungtos varžos R, $X_L$ ir $X_C$, tai

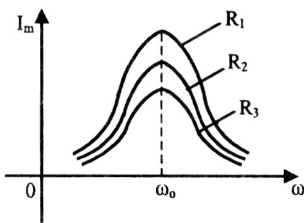
$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}.$$

## 4.7. REZONANSAS KINTAMOS SROVĖS GRANDINĖJE

Kai grandinės virpesių dažnis $\omega_o$ yra lygus kintamosios srovės dažniui $\omega$, tada įvyksta **elektrinis rezonansas**:

$$\omega = \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Rezonanso atveju $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$, o $\varphi = 0$, ir šaltinio elektros energija teikiama grandinei optimaliomis sąlygomis.




$$R_1 < R_2 < R_3.$$

Rezonanso atveju $U_{mC} = U_{mL} = I\sqrt{\frac{L}{C}}.$

## 4.8. TRANSFORMATORIUS

**Transformatorius** – kintamosios srovės stiprio ir kintamos įtampos keitimo prietaisas. Transformatorius keičia kintamosios srovės stiprį bei įtampą, bet nekeičia dažnio. Transformatorių sudaro:

1) Uždara plieninė šerdis.

2) Ant šerdies užmautos dvi ritės (pirminė ir antrinė).

Transformatoriaus veikimas pagrįstas elektromagnetinės indukcijos reiškiniu.

**I transformatoriaus formulė** (kai nėra antrinės apkrovos):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k;$$

Apvijų įtampa yra tiesiogiai proporcinga jų vijų skaičiui.

čia $U_1$ ir $U_2$ – pirminės ir antrinės transformatoriaus apvijų įtampos, $N_1$ ir $N_2$ – pirminės ir antrinės apvijų vijų skaičius; k – transformatoriaus **transformacijos koeficientas.**

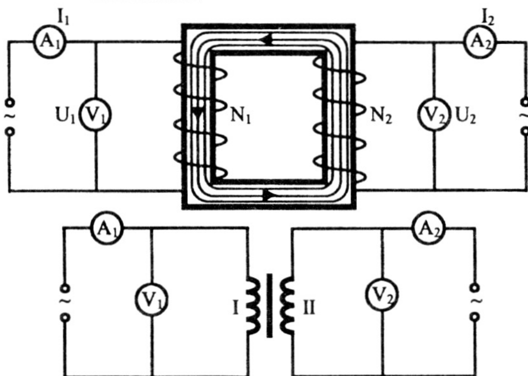
Kai antrinė transformatoriaus apvija apkrauta, t.y. prie jos prijungtas imtuvas, galioja tik apytikslis sąryšis:

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{N_1}{N_2}.$$

Įtampos aukštinimo transformatoriaus tranformacijos koeficientas $k < 1$, o žeminimo $k > 1$.

Transformatoriaus apvijose atsiradusių indukcinių evj santykis proporcingas apvijų vijų skaičiaus santykiui:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$



**II transformatoriaus formulė** (kai prie antrinės apvijos prijungta apkrova):

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2}=\frac{N_2}{N_1};}\ \text{čia}$$

$I_1$ – pirmine apvija tekančios srovės stipris,

$I_2$ – antrine apvija tekančios srovės stipris,

$N_1$ – pirminės apvijos vijų skaičius,

$N_2$ – antrinės apvijos vijų skaičius.

Šiuolaikinių galingų transformatorių naudingumo koeficientas:

$$\boxed{\eta=\frac{U_2I_2}{U_1I_1}\approx 0{,}97\div 0{,}99,}\quad \text{nes}\quad \boxed{\frac{U_1}{U_2}\approx\frac{I_2}{I_1}\approx\frac{N_1}{N_2};}$$

čia $I_1$ ir $I_2$ – apkrauto transformatoriaus ritėmis tekančių elektros srovių stipris.

## 4.9. ELEKTROS ENERGIJOS GAMYBA IR PERDAVIMAS.

Elektros energija gaminama **hidroelektrinėse, šiluminėse elektrinėse** ir **atominėse elektrinėse.**

Hidroelektrinėse krintantis užtvankos vanduo verčia suktis hidraulinę turbiną, o ši – kintamosios elektros srovės generatoriaus rotorių.

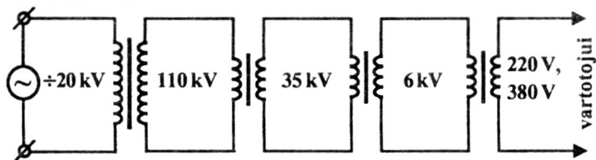
Šiluminėse elektrinėse dideli šilumos kiekiai išsiskiria sudegus kurui. Ši šiluma naudojama vandeniui šildyti, jam paversti garais ir garus įkaitinti. Susidariusių aukšto slėgio garų srovė nukreipiama į garo turbinos rotoriaus lopetėlės ir priverčia jį suktis. Besisukantis garo turbinos rotorius priverčia suktis kintamosios elektros srovės generatoriaus rotorių. Kintamosios srovės generatorius mechaninę energiją paverčia elektros energija.

Atominių elektrinių branduoliniame reaktoriuje vykstant valdomai sunkiųjų branduolių dalijimosi grandinei reakcijai išsiskiria

milžiniškas šilumos kiekis, kuris kaip ir šiluminėse elektrinėse, panaudojamas elektros energijai gauti.

Perduodant elektros energiją dideliais atstumais, reikia stengtis sumažinti elektros srovės galios nuostolius perdavimo laiduose, jungiančiuose elektrinę su elektros energijos vartotojais. Daugiausia nuostolių susidaro dėl šilumos išsiskyrimo laiduose (tekant laidais elektros srovei jie įkaista) ir vainikinės iškrovos. Remiantis Džaulio ir Lenco dėsniu, perdavimo laiduose išsiskyręs šilumos kiekis $Q = I^2Rt$ , kur R – laidų varža, I – laidais tekančios elektros srovės stipris. Vadinasi, laidų įšilimą galima sumažinti arba mažinant jų varžą, arba mažinant jais tekančios srovės stiprį. Kadangi laido varžą sumažinti praktiškai yra labai sunku, tai belieka mažinti laidais tekančios srovės stiprį.

Bet elektros srovės galia $P = U \cdot I$ ; čia U – įtampa. Vadinasi, norėdami išlaikyti perduodamos srovės galią, turime padidinti įtampą perdavimo linijoje. Padidinti įtampą, nekeičiant galios ir mažinant tuo pačiu metu srovės stiprį, galima į perdavimo liniją įjungiant galingą įtampą aukštinantį transformatorių. Paprastai elektros srovės perdavimo linijose statoma keletas transformatorių. Elektros energijos perdavimo schema parodyta paveiksle:




Daug laimima elektrines sujungiant aukštos įtampos perdavimo linijomis į bendrą energetinę sistemą. Kooperacijos pagrindais formuojama Tarptautinė energetinė sistema.

# 5. ELEKTROMAGNETINĖS BANGOS

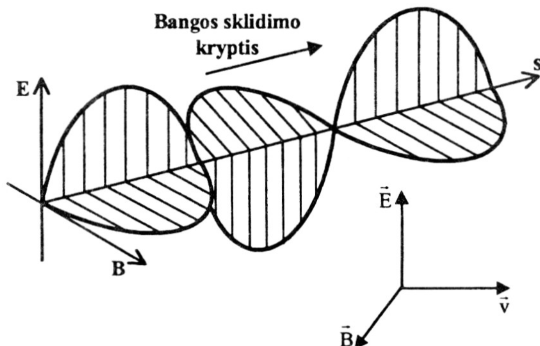
## 5.1. ELEKTROMAGNETINIŲ BANGŲ SPINDULIAVIMO IR SKLIDIMO YPATUMAI

Erdvėje apie kintamąjį elektrinį lauką atsiranda kintamasis magnetinis laukas. Apie kintamąjį magnetinį lauką savo ruožtu susidaro kintamasis elektrinis laukas. Toks periodiškai besikeičiantis elektrinis ir magnetinis laukas vadinamas **elektromagnetiniu lauku.**

**Elektromagnetinė banga** – yra elektromagnetinio lauko plitimas aplinkoje.

Elektromagnetinių bangų buvimą laisvojoje erdvėje ir sklidimą šviesos greičiu 1865 m. teoriškai numatė anglų fizikas Džeimsas Klarkas Maksvelas. Elektromagnetines bangas 1888 m. praktiškai gavo vokiečių fizikas Heinrichas Hercas. Jo bandymai patvirtino teorinius Dž.K. Maksvelo spėjimus. **Elektromagnetinė banga yra skersinė.**

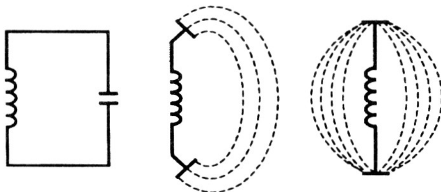
Elektromagnetinėje bangoje vektoriai $\vec{E}$ ir $\vec{B}$ bei bangos sklidimo greitis yra statmeni vienas kitam. Bet kuriame bangos taške $\vec{E}$ ir $\vec{B}$ fazės sutampa.



Elektromagnetines bangas skleidžia virpantys elektros krūviai. Svarbu yra tai, kad tų krūvių judėjimo greitis laikui bėgant turi kisti, t.y. jie turi judėti su pagreičiu. Taigi **pagreitis** – pagrindinė elektromagnetinių bangų spinduliavimo sąlyga.

Norėdami gauti intensyvias elektromagnetines bangas, turime sukelti pakankamai aukšto dažnio elektromagnetinius virpesius.

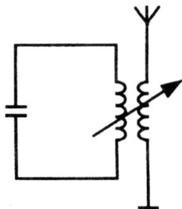
Žinome, kad aukšto dažnio virpesiai atsiranda uždarame virpesių kontūre. Bet uždaras virpesių kontūras skleidžia labai silpnas elektromagnetines bangas, nes beveik visas elektrinis laukas yra sukoncentruotas nedidelėje erdvėje – tik tarp kondensatoriaus plokščių. Kad virpesių kontūras daugiau energijos išspinduliuotų į aplinką, reikia padidinti erdvę tarp kondensatoriaus plokščių.

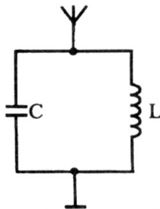


Tai nesunku padaryti tolinant vieną kondensatoriaus plokštę nuo kitos. Didėjant tarpui tarp plokščių, elektrinis laukas apims vis didesnę erdvės dalį.

Viršutinę kondensatoriaus plokštę pakeitę viela, o apatinę – įžeminę, gausime atvirąjį virpesių kontūrą, kuris radiotechnikoje paprastai vadinamas **antena**. Ji labai stipriai spinduliuoja ir sugeria elektromagnetines bangas. Lėktuve ar automobilyje antena neįžeminama, o prijungiama prie korpuso.

Norint sukelti neslopinamuosius aukšto dažnio elektromagnetinius virpesius, reikia atvirąjį virpesių kontūrą indukciniu būdu sujungti su lempinio generatoriaus virpesių kontūru.






Per vienetinį laiką vibratoriaus išspinduliuotos energijos kiekis proporcingas dažniui ketvirtuoju laipsniu.

Herco vibratoriaus talpa ir induktyvumas maži, todėl aukštas virpesių dažnis.

Elektromagnetinių bangų sklidimo aplinkoje greitis $v = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$;

čia $\varepsilon$ ir $\mu$ – aplinkos dielektrinė ir santykinė magnetinė skvarba, c – šviesos greitis.

**Vakuume elektromagnetinės bangos sklinda šviesos greičiu**

$$c = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\cdot10^8\,\frac{m}{s}.$$

Elektromagnetinės bangos ilgis:

$\lambda = cT = \dfrac{c}{\nu}$; čia T – periodas, $\nu$ – dažnis.

Elektromagnetinė banga sklidimo kryptimi perneša energiją, kurios tūrinis tankis: $\omega = \omega_E + \omega_B = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} + \dfrac{B^2}{2\mu_0\mu} = \dfrac{EB}{v\mu_0\mu}$.

Pereidamos iš vienos aplinkos į kitą, elektromagnetinės bangos atsispindi ir lūžta, pakinta jų sklidimo greitis ir kryptis, o laukų kitimo dažnis lieka toks pat. Taigi pakinta ir bangos ilgis, nes $\lambda = \dfrac{v}{\nu}$.

Elektromagnetinėms bangoms būdingos šviesos savybės ir reiškiniai, t.y. jos lūžta ir atsispindi, interferuoja ir difraguoja, poliarizuojasi ir pan.

## 5.2. RADIJO RYŠIO PRINCIPAI. TELEVIZIJA. RADIOLOKACIJA

**Radijo ryšiu** vadiname informacijos perdavimą elektromagnetinių bangų pagalba. Radijo ryšiu perduodama kalba, muzika. Vaizdinė informacija perduodama su televizijos pagalba. Elektromagnetinės bangos, kurių ilgis siekia 1 mm – 10 km, vadinamos **radijo bangomis.**

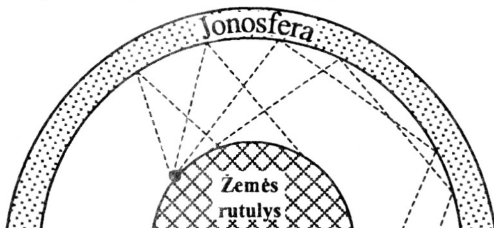
Radijo ryšiui naudojamos nuo 10 km iki 1 km ilgio bangos vadinamos **ilgosiomis**, nuo 1 km iki 100 m – **vidutiniosiomis**, nuo 100 m iki 10 m **trumposiomis** ir nuo 10 m iki 1 mm – **ultratrumposiomis.** Ultratrumposios bangos dar skirstomos į **metrines** (jų bangos ilgis yra nuo 10 m iki 1 m), **decimetrines** (jų bangos ilgis yra nuo 1 m iki 10 cm) **centrimetrines** (jų bangos ilgis yra nuo 10 cm iki 1 cm) ir **milimetrines** (jų bangos ilgis yra nuo 1 cm iki 1 mm).

Pateikiame radijo bangų klasifikacijos lentelę:

Radijo bangomis perduodami kalbos, muzikos, telegrafo ir vaizdo signalai. Daugelis buityje naudojamų radijo aparatų dirba visų bangų diapazonu, televizoriai – metrinėmis ir decimetrinėmis, radarai (radiolokatoriai) – centimetrinėmis bangomis.

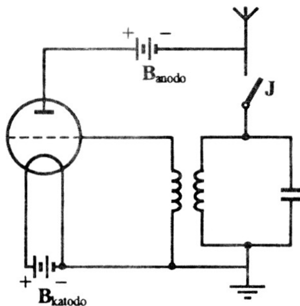
| Radijo bangų pavadinimas | Dažnis, Hz | Bangos ilgis, m |
|---|---|---|
| Ilgosios | $3\cdot10^4 - 3\cdot10^5$ | 10000 –1000 |
| Vidutiniosios | $3\cdot10^5 - 3\cdot10^6$ | 1000 – 100 |
| Trumposios | $3\cdot10^6 - 3\cdot10^7$ | 100 – 10 |
| **Ultratrumposios:** | | |
| metrinės | $3\cdot10^7 - 3\cdot10^8$ | 10 – 1 |
| decimetrinės | $3\cdot10^8 - 3\cdot10^9$ | 1 – 0,1 |
| centimetrinės | $3\cdot10^9 - 3\cdot10^{10}$ | 0,1 – 0,01 |
| milimetrinės | $3\cdot10^{10} - 3\cdot10^{11}$ | 0,01 – 0,001 |

Girdėti radiją Žemėje dideliais atstumais galime tiktai dėl radijo bangų difrakcijos (bangos užlinksta už pakeliui pasitaikiusių kliūčių) ir daugkartinio jų atspindžio nuo jonosferos. Trumposios radijo bangos daug kartų atsispindi nuo jonizuotų sluoksnių ir Žemės paviršiaus, todėl Žemėje gali nusklisti didelius atstumus. Galimą radijo bangų sklidimą atmosferoje vaizduoja paveikslas:




Aptarsime bendruosius radijo siųstuvų ir imtuvų veikimo principus.

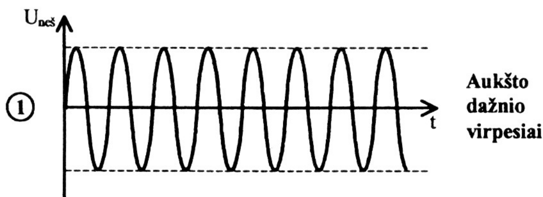
Jeigu į elektromagnetinių virpesių generatoriaus grandinę įjungsime anteną, tai ji generatoriaus sukurtus aukštojo dažnio elektromagnetinius virpesius išspinduliuos greitai ir toli sklindančia elektromagnetine banga. Jeigu į virpesių generatoriaus anodo grandinę įjungsime jungiklį, turėsime paprasčiausią radijo siųstuvą. Tokio paprasčiausio radijo siųstuvo schema pavaizduota paveiksle:

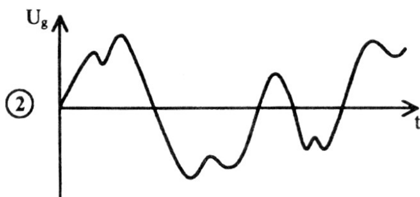


Tokiu siųstuvu į erdvę galima pasiųsti ilgesnius ar trumpesnius elektromagnetinių bangų impulsus, t.y. užmegzti telegrafo ryšį su elektromagnetinių bangų priėmėju.

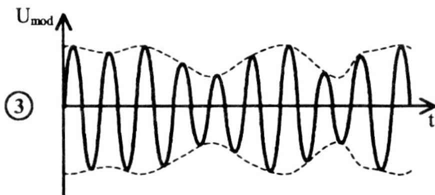
Toks telegrafo ryšys, kai perduodama informacija sklinda radijo bangų impulsais, vadinamas **radiotelegrafu**.

Taigi išsiaiškinome, kaip radijo bangomis yra perduodami telegrafo signalai. Išsiaiškinsime, kaip radijo bangų pagalba perduodami kalbos ir muzikos signalus (garsinius virpesius). Kaip žinome radijo ryšiui būtina naudoti aukšto dažnio virpesius, kuriuos antena intensyviai spinduliuoja į erdvę. Tačiau garso virpesiai yra palyginti žemo dažnio (16000 Hz – 20000 Hz), o žemojo dažnio elektromagnetines bangas antena silpnai skleidžia. Todėl, perduodant kalbos ir muzikos signalus, aukšto dažnio virpesiai **moduliuojami** (keičiami). Juos moduliuoja žemojo (garsinio) dažnio virpesiai. Paprasčiausias aukšto dažnio virpesių keitimo būdas – **amplitudinė moduliacija**, kai nešančiųjų aukštojo dažnio virpesių amplitudė kinta informacijos signalo (garsinio signalo) kitimo dažniu. Aukštojo dažnio virpesiai, kurių amplitudė kinta garso virpesių dažniu, vadinami **moduliuotaisiais virpesiais**. Aukštojo dažnio virpesių (nešančiojo dažnio virpesių), garsinio dažnio virpesių ir moduliuotųjų virpesių grafikai pavaizduoti paveiksle:



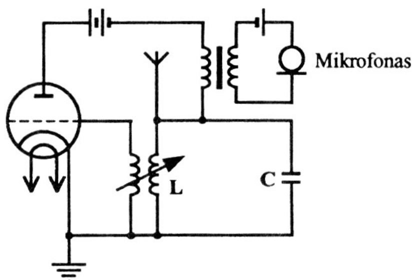



Garsinio dažnio virpesiai



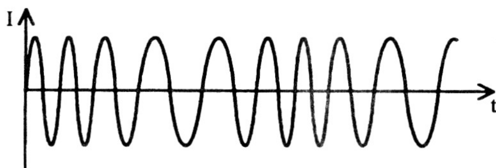

Moduliuotieji virpesiai

Panagrinėkime, kaip moduliuojama aukšto dažnio virpesių amplitudė. Į aukštojo dažnio elektromagnetinių virpesių generatoriaus grandinę įjunkime mikrofoną taip, kaip parodyta paveiksle:



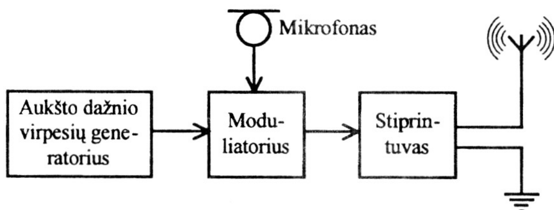

Kalbant į mikrofoną, kinta jo varža, o kartu ir anodo grandine tekančios elektros srovės stipris. Vadinasi, į mikrofoną patenkančiais garsais galima keisti aukštojo dažnio elektromagnetinių virpesių amplitudę. Antena išspinduliuoja sustiprintus moduliuotuosius

aukštojo dažnio virpesius. Esant atitinkamai įrangai, į siųstuvą patenkančiu garso signalu galima keisti ir virpesių dažnį. Toks virpesių dažnio keitimas vadinamas **dažnine moduliacija.** Paveiksle parodytas šitaip moduliuotas signalas:




Dažninės moduliacijos privalumas yra tas, kad taip moduliuotas signalas mažiau reaguoja į išorinius trukdymus.

Bendroji radijo siųstuvo schema parodyta paveiksle:

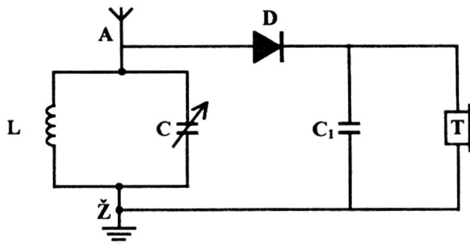



Radijo imtuvais priimame radijo stočių siunčiamas moduliuotąsias elektromagnetines bangas ir išskiriame jų atneštą informaciją, kurią girdime kaip kalbą ar muziką. Kitaip sakant, radijo imtuve iš moduliuotųjų aukštojo dažnio virpesių išskiriami žemojo dažnio virpesiai. Šis procesas vadinamas **detekcija**. Detekcija yra priešingas procesas moduliacijai.

Radijo imtuvai būna įvairiausių konstrukcijų, tačiau visų jų veikimo principas panašus. Dabartinio radijo imtuvo veikimo principas toks pat, kaip ir A.Popovo kohererinio imtuvo (A.Popovas

išrado radiją 1895 05 07), kuriame priimami signalai tik valdė elektros grandinę maitinantį energijos šaltinį.

Paprasčiausio **detektorinio radijo imtuvo** principinė schema pavaizduota paveiksle:




Paprasčiausią detektorinį radijo imtuvą sudaro antena, derinamas virpesių kontūras, diodas, kondensatorius ir telefonas. Visų radijo stočių siunčiamas elektromagnetines bangas priima antena. Antenoje elektromagnetinės bangos dėl elektromagnetinės indukcijos sužadina aukšto dažnio moduliuotus elektromagnetinius virpesius (elektros srovę). Radijo imtuve virpesių kontūro kondensatoriaus C talpą galima keisti. (Tai darome susukdami radijo ir imtuvo derinimo rankenėlę). Tuo pačiu keičiame ir radijo imtuvo virpesių kontūro savąjį virpesių dažnį ( $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ). Jeigu radijo imtuvo virpesių kontūre indukuotų aukštojo dažnio moduliuotų elektromagnetinių virpesių dažnis sutampa su kontūro savųjų virpesių dažniu įvyksta rezonansas – smarkiai padidėja virpesių kontūre amplitudė. Taigi iš daugybės antenoje sužadintų elektromagnetinių virpesių kontūras išskiria reikiamo dažnio virpesius – imtuvas suderinamas su norima radijo stotimi. Po to iš aukštojo dažnio moduliuotų elektromagnetinių virpesių išskiriami garsinio dažnio virpesiai. Tuo tikslu į radijo imtuvo

grandinę įjungiamas **detektorius D**. Detektorius yra prietaisas, praleidžiantis elektros srovę tik viena kryptimi. Detektoriumi gali būti puslaidininkinis diodas arba dviejų elektrodų elektroninė lempa. Pratekėjusi pro diodą, aukštojo dažnio moduliuotoji elektros srovė, tampa vienos krypties pulsuojančiąja srove:

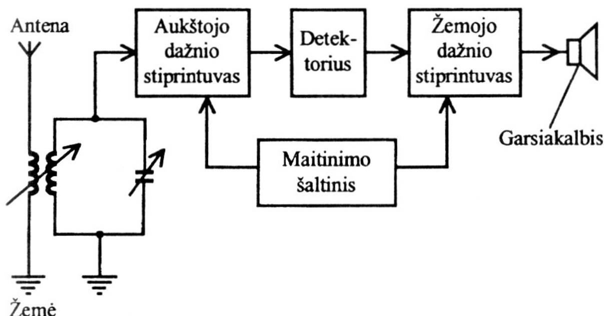



Tokia pulsuojančioji elektros srovė pasiekia lygiagrečiai sujungtus telefoną T (ausines) ir kondensatorių $C_1$. Kondensatoriumi teka pulsuojančioji aukštojo dažnio srovė, nes kondensatorius blogai praleidžia žemojo dažnio srovę (jo elektrinė varža žemojo dažnio srovei yra didelė).

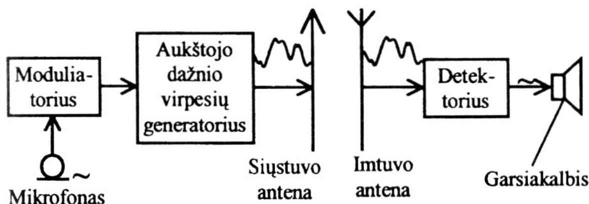
Telefonu T teka žemojo (garsinio) dažnio srovė, nes telefono elektromagneto ritė blogai praleidžia aukštojo dažnio srovę (mat ritės varža tai srovei yra didelė). Garsinio dažnio srovė verčia virpėti telefono (T) membraną ir elektromagnetiniai virpesiai vėl virsta garso virpesiais, kurie buvo perduoti į mikrofoną radijo bangų siųstuve. Pro ausines (arba garsiakalbį) girdime radijo stoties siunčiamus signalus – kalbą arba muziką.

Toks detektorinis radijo imtuvas neturi srovės šaltinio stiprinimo elementų, t.y. tokiam radijo imtuvui nereikia jo energijos šaltinio. Jam pakanka tos energijos, kurią atsineša siųstuvo siunčiamos elektromagnetinės bangos.

Sudėtingesnių radijo imtuvų struktūrinė schema pavaizduota sekančiame paveiksle:




Viso radiotelefoninio ryšio struktūrinė schema atrodo taip:




**Televizija** – tai judamų ir nejudamų objektų atvaizdų perdavimas per atstumą laidais ar radijo bangomis.

Vaizdo perdavimo principas toks pat, kaip ir radijo ryšio. Tik nešantieji virpesiai, kurių dažnis $\nu$ yra nuo 50 MHz iki 900 MHz, moduliuojami ne vien garso, bet ir vaizdo (šviesos) signalais. Trumpai aprašysime televizijos laidų perdavimo ir priėmimo procesą.

Objekto išsklaidyti šviesos signalai siųstuvo elektroniniame vamzdyje – ikonoskope – paverčiami elektriniais signalais. Po to šie

signalai moduliuoja generatoriaus sukurtus aukštojo dažnio virpesius, o šie sustiprinti siunčiami į televizijos imtuvą (televizorių).

Televizoriuje šie priimti moduliuotieji aukštojo dažnio virpesiai detektuojami, t.y. iš jų atskiriami tie elektriniai signalai, kurie turi visą užkoduotą vaizdinę informaciją. Šie videosignalai reguliuoja televizoriaus **kineskopo** elektronų pluoštelio tankį, o kartu ir vaizdo atitinkamos vietos šviesumą ekrane. Kreipiančiosios magnetinės sistemos verčia elektronų pluoštelį bėgti televizoriaus ekranu puslapio skaitymo tvarka. Taip elektronų pluoštelis per $\frac{1}{25}$ sekundės dalį perbėga ekraną 625 kartus (ekrano eilučių skaičius).

Vaizdo signalai siunčiami ultratrumposiomis bangomis. Jas galima priimti tik antenos tiesioginio matomumo srityje, todėl televizijos laidoms perduoti dideliais atstumais reikia aukštų televizijos bokštų ir retransliatorių (pavyzdžiui, Vilniaus televizijos bokštas yra 326 m aukščio).

Retransliacijai dideliais atstumais naudojami dirbtiniai Žemės palydovai.

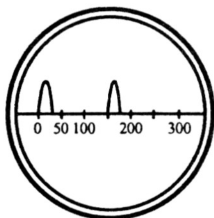
Spalvoti atvaizdai, gaunami perduodant tris signalus, kurie perneša informaciją ir trimis pagrindinėmis spalvomis: raudona, žalia ir mėlyna. Spalvotoji televizija Jungtinėse Amerikos Valstijose atsirado 1953 metais, Lietuvoje – 1975 metais.

Radijo bangos naudojamos ne tik radijo ryšiui ar objektų atvaizdams perduoti. Jos puikiausiai tinka įvairiems objektams aptikti ar jų buvimo vietai nustatyti.

Įvairių objektų aptikimas ir atstumo iki jų matavimas naudojant radijo bangas vadinamas **radiolokacija**.

Ji pagrįsta elektromagnetinių bangų atspindžiu nuo įvairių kūnų paviršiaus. Perdavimo – priėmimo antena kryptingai spinduliuoja

trumpais impulsais ( $10^{-6}$s ) elektromagnetines bangas, o laikotarpiu tarp jų antena automatiškai prijungiama prie atsispindėjusių nuo objekto signalų imtuvo. Taigi imtuvas priima taikinio atspindėtas elektromagnetines bangas. Impulso išsiuntimo ir atsispindėjusios nuo taikinio radijo bangos priėmimo momentais oscilografo ekrane matomas elektronų spindulys šokteli. Atstumas tarp šoktelėjimo taškų proporcingas atstumui iki objekto.




Žinodami elektromagnetinės bangos sklidimo greitį ( $c = 300000\ \frac{km}{s}$ ) bei laiką t, praėjusį nuo signalo pasiuntimo iki jo priėmimo, galime rasti atstumą s iki taikinio:

$$2\,s = ct\ ; \qquad \boxed{s = \frac{ct}{2}.}$$

Kad dėl difrakcijos neaplenktų kliūčių, radiolokatoriaus siunčiamos elektromagnetinės bangos turi būti labai trumpos.

Radiolokatoriai naudojami lėktuvams stebėti ir jų skrydžiams valdyti. Jie padeda nustatyti laivų buvimo vietą ir judėjimo kryptį. Radiolokatoriais buvo išmatuotas atstumas iki Mėnulio bei Saulės sistemos planetų. Be radiolokatorių būtų neįmanomi ir kosminiai skrydžiai. Metereologijoje radiolokatoriais matuojamas vėjo greitis aukštutiniuose atmosferos sluoksniuose, stebimas debesų susidarymas, liūtys ir audros. Platų radiolokatorių taikymą lemia tai, kad metereologinės sąlygos bei paros metas beveik neturi įtakos jų darbui, t.y. jie vienodai gerai dirba, esant rūkui, lyjant, sningant, o taip pat ir tamsiu paros metu.

# V. OPTIKA

## 1. FOTOMETRIJA

**Fotometrija** vadinamas optikos skyrius, nagrinėjantis šviesos energiją.

Šviesos šaltiniai bei apšviesti kūnai apibūdinami trimis pagrindiniais fotometrijos dydžiais: šviesos stipriu, šviesos srautu ir paviršiaus apšvieta.

**Šviesos stipris** yra fizikinis dydis, apibūdinantis šviesos šaltinio spinduliavimo intensyvumą. Jis žymimas raide I. Šviesos stiprio matavimo vienetas vadinamas **kandela** (cd): $[I] = 1\ \text{cd}$

Tai vienas iš septynių pagrindinių tarptautinės sistemos (SI) vienetų.

Kandela yra stipris tokios šviesos, kurią spinduliuoja $1/60\ \text{cm}^2$ ploto platininio kandelos etalono anga platinos kietėjimo temperatūroje, kai slėgis lygus 101325 Pa. Įdomu paminėti, kad 1 cd stiprio šviesą skleidžia žvakė, kurios liepsnos aukštis 4 cm. Pateikiame kai kurių buityje naudojamų elektros lempučių skleidžiamos šviesos stiprį:

25 W, 220 V lemputės – 18 cd;
40 W, 220 V lemputės – 34 cd;
60 W, 220 V lemputės – 58 cd;
100 W, 220 V lemputės – 110 cd.

**Šviesos srautas** nusako, kokį energijos kiekį šviesa atneša į kūno paviršiaus plotą per 1 s.

Šviesos srautas žymimas graikiška raide $\Phi$. Jo matavimo vienetas vadinamas **liumenu** ir sutrumpintai žymimas lm:

$$[\Phi] = 1\ \text{lm}.$$

Šaltinis, kurio šviesos stipris 1 cd, spinduliuoja 12,57 lm šviesos srautą.

Paviršiaus **apšvieta** vadinamas vienetiniam paviršiaus plotui tenkantis šviesos srautas. Apšvieta žymima raide E ir apskaičiuojama taikant formulę

$$E = \frac{\Phi}{S};$$

čia $\Phi$ – šviesos srautas, S – paviršiaus plotas.

Apšvietos matavimo vienetas vadinamas **liuksu** (lx):

$$[E] = \frac{1\ \text{lm}}{1\ \text{m}^2} = 1\ \text{lx}.$$

1 liuksas – tai paviršiaus apšvieta, kurią sukelia 1 lm šviesos srautas, krintantis į 1 $m^2$ ploto paviršių.

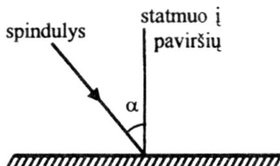
Kai šviesa krinta statmenai paviršiui, jo apšvieta yra tiesiog proporcinga šaltinio šviesos stipriui ir atvirkščiai proporcinga atstumo nuo šaltinio iki apšviečiamo paviršiaus kvadratui:

$$E = \frac{I}{R^2}.$$

Paviršiaus apšvieta priklauso nuo šviesos spindulių kritimo kampo. Jei šviesos spinduliai krinta į paviršių kampu $\alpha$, tai paviršiaus apšvieta skaičiuojama remiantis formule

$$E = \frac{I}{R^2} \cdot \cos\alpha;$$

čia I – šviesos stipris, R – atstumas nuo šviesos šaltinio iki apšviečiamo paviršiaus, $\alpha$ – spindulių kritimo kampas.



Kai spinduliai krinta statmenai $(\alpha = 0)$, tai paviršiaus apšvieta yra didžiausia.

Apšvieta matuojama specialiu prietaisu, vadinamu **liuksmetru.**

**Paminėsime kai kurias rekomenduojamas apšvietos normas naudojant kaitinamąsias lemputes**

| | |
|---|---|
| Mokyklos klasė, mokymo kabinetas | 150 $\ell$x |
| Klasės lenta | 150 $\ell$x |
| Braižybos ir piešimo kabinetas | 200 $\ell$x |
| Skaitykla | 150 $\ell$x |
| Gyvenamasis kambarys | 50 $\ell$x |
| Virtuvė | 30 $\ell$x |
| **Apšvieta įvairiais atvejais** | |
| Skaisčią saulėtą dieną patalpose prie lango | 1000 $\ell$x |
| Ūkanotą dieną patalpose prie lango | 100 $\ell$x |
| Kino teatro ekrano apšviestumas | 50 – 100 $\ell$x |
| Naktį per Mėnulio pilnatį | 0,25 $\ell$x |

# 2. GEOMETRINĖ OPTIKA

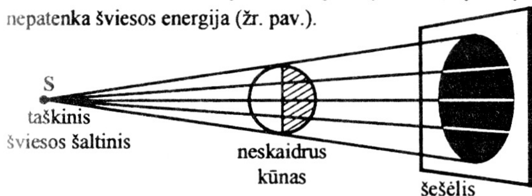
## 2.1. ŠVIESOS SKLIDIMO DĖSNINGUMAI

**Geometrine optika** vadinamas optikos skyrius, kuriame, remiantis šviesos spindulio sąvoka, nagrinėjami šviesos energijos sklidimo skaidrioje aplinkoje dėsniai.

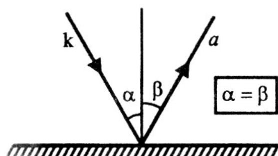
**Šviesos spinduliai** – yra linijos, statmenos bangų paviršiams ir rodančios šviesos energijos sklidimo kryptį.

**Tiesiaeigio šviesos sklidimo dėsnis**: vienalytėje aplinkoje šviesa sklinda tiesiai, t.y. vienalytėje aplinkoje šviesos spinduliai yra tiesios linijos.

Todėl ir susidaro visų neskaidrių kūnų šešėliai, t.y. sritys, į kurias nepatenka šviesos energija (žr. pav.).



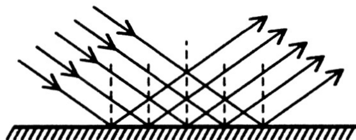

Kai kūnų (kliūčių) matmenys prilygsta šviesos bangos ilgiui, šviesa difraguoja, t.y. ima sklisti netiesiai. Sklidimo kryptis taip pat kinta, šviesai krintant į dviejų skirtingų aplinkų ribą.




**Šviesos atspindžio dėsnis** teigia, kad krintantis spindulys (k), atsispindėjęs spindulys (*a*) ir dviejų aplinkų ribai kritimo taške iškeltas statmuo yra vienoje plokštumoje; atspindžio kampas β lygus kritimo kampui α.

## 2.2. ŠVIESOS ATSPINDYS

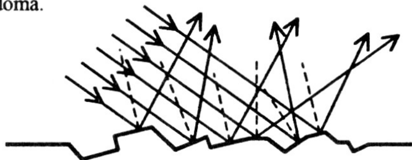
Šviesos atspindys gali būti **veidrodinis** ir **sklaidusis (difuzinis)**. Šviesos atspindys vadinamas **veidrodiniu**, jeigu tam tikru kampu į lygų plokščią paviršių krintantys lygiagretūs spinduliai, atsispindėję nuo plokščio paviršiaus, taip pat yra lygiagretūs.



Atspindintis paviršius šiuo atveju vadinamas **veidrodiniu paviršiumi** arba **veidrodžiu**.

Šviesos atspindys vadinamas **sklaidžiuoju (difuziniu)**, jeigu tam tikru kampu į paviršių krintantys lygiagretūs spinduliai, atsispindėję

nuo šio paviršiaus, sklinda įvairiomis kryptimis ir šviesa yra sklaidoma.

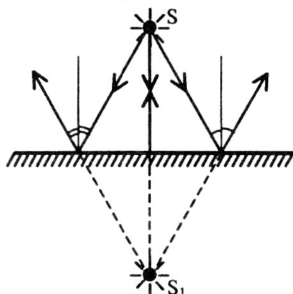


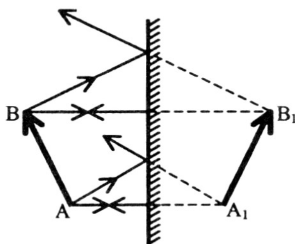
## 2.3. VEIDRODŽIAI

**Plokščiuoju veidrodžiu** vadinamas veidrodis, kurio atspindintis paviršius yra plokštuma.

**Atvaizdo susidarymas plokščiame veidrodyje** pagrįstas šviesos atspindžio dėsniais.

Paveiksle pavaizduotas taškinio šviesos šaltinio S atvaizdo $S_1$ susidarymas, o taip pat baigtinių matmenų objekto AB atvaizdo $A_1B_1$ susidarymas plokščiame veidrodyje.



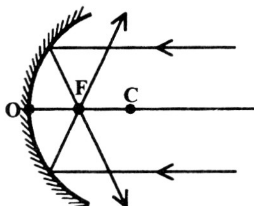




Atvaizdas, susidaręs plokščiame veidrodyje, yra menamas ir simetriškas veidrodžio plokštumos atžvilgiu. Atvaizdo matmenys lygūs objekto matmenims: $AB = A_1B_1$.

**Sferiniai veidrodžiai.**

Atsižvelgiant į tai, kuris paviršius yra veidrodinis, sferiniai veidrodžiai skirstomi į **įgaubtus ir iškilus.**

- **Įgaubtas sferinis veidrodis.**



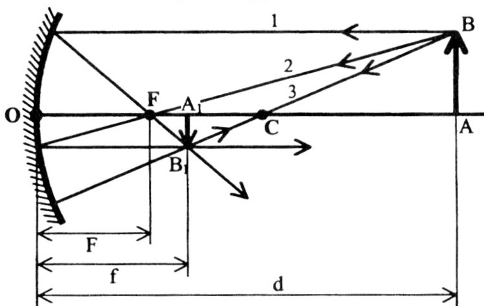

O – veidrodžio viršūnė,
C – veidrodžio kreivumo centras,
OC = R – veidrodžio paviršiaus kreivumo spindulys,
F – pagrindinis židinys,
OF – veidrodžio židinio nuotolis,
CO – pagrindinė optinė ašis.

Pagrindinei optinei ašiai lygiagretūs spinduliai, atsispindėję nuo veidrodžio, susirenka viename taške F, kuris vadinamas **veidrodžio pagrindiniu židiniu.**

Atstumas nuo veidrodžio kreivumo centro C iki veidrodžio viršūnės O vadinamas sferinio veidrodžio **kreivumo spinduliu** ir žymimas raide R. Atstumas nuo veidrodžio pagrindinio židinio F iki veidrodžio viršūnės O vadinamas sferinio veidrodžio **židinio nuotoliu** ir žymimas ta pačia raide F.

Sferinio veidrodžio kreivumo spindulys R ir židinio nuotolis F susieti lygybe: $$F = \frac{R}{2}.$$

**Daikto atvaizdo gavimas įgaubtu sferiniu veidrodžiu.**



Daikto atvaizdui įgaubtu sferiniu veidrodžiu gauti, reikia panaudoti mažiausiai du iš trijų spindulių:

- spindulį 1, lygiagretų pagrindinei optinei ašiai; atsispindėjęs šis spindulys eina per židinį F;
- spindulį 2, einantį per pagrindinį židinį; atsispindėjęs šis spindulys yra lygiagretus pagrindinei optinei ašiai;
- spindulį 3, einantį per veidrodžio kreivumo centrą C; atsispindėjęs nuo veidrodžio šis spindulys nenukrypsta ir sutampa su pačiu savimi.

F – įgaubto sferinio veidrodžio židinio nuotolis,

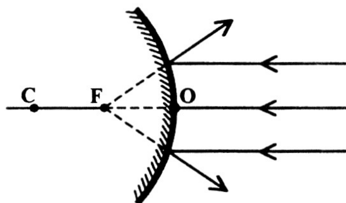
d – daikto nuotolis nuo veidrodžio,

f – daikto atvaizdo nuotolis nuo veidrodžio.

Tarp daikto nuotolio nuo veidrodžio d, jo vaizdo nuotolio nuo veidrodžio f; židinio nuotolio F ir veidrodžio kreivumo spindulio R galioja lygybė

$$\boxed{\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}=\frac{2}{R}.}$$

- **Iškilas sferinis veidrodis.**




O – veidrodžio viršūnė,

C – veidrodžio kreivumo centras,

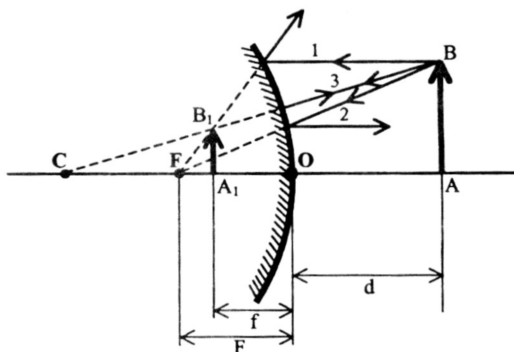
F – tariamas (menamas) pagrindinis židinys,

OF – židinio nuotolis,

OC = R – veidrodžio paviršiaus kreivumo spindulys.

Pagrindinei optinei ašiai lygiagretūs spinduliai atsispindi taip, kad jie atrodo išeinantys iš tariamo pagrindinio židinio F, esančio už veidrodžio.

**Daikto atvaizdo gavimas iškilu sferiniu veidrodžiu.**




F – iškilo veidrodžio židinio nuotolis,

d – atstumas nuo daikto iki veidrodžio,

f – atstumas nuo menamo atvaizdo iki veidrodžio.

Iškilu sferiniu veidrodžiu gaunamas daikto atvaizdas yra menamas, neapverstas ir sumažintas.

Sferiniais veidrodžiais gaunami padidinti ar sumažinti daiktų atvaizdai. Tai charakterizuojama dydžiu $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{h}{h_o} = \frac{f}{d};$$

čia h – atvaizdo aukštis, $h_o$ – daikto aukštis.

Tarp daikto nuotolio nuo veidrodžio d, jo vaizdo nuotolio iki veidrodžio f, židinio nuotolio F ir veidrodžio kreivumo spindulio R galioja lygybė

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} = -\frac{2}{R}.$$

## 2.4. ŠVIESOS LŪŽIMO DĖSNIS

Šviesos spindulys, pereidamas iš vienos medžiagos (terpės) į kitą, pakeičia kryptį – lūžta.

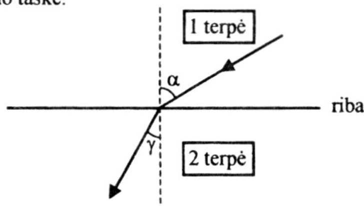
**Terpė** – tai vakuumas arba kiekviena skaidri medžiaga, kuria gali sklisti šviesa.

**Krintantysis spindulys** – į dviejų skirtingų terpių sandūrą krintantis spindulys.

**Lūžęs spindulys** – iš pirmosios terpės į antrąją perėjęs spindulys.

**Kritimo kampas** $\alpha$ – kampas tarp krintančiojo spindulio ir statmens paviršiui kritimo taške.

**Lūžio kampas** $\gamma$ – kampas tarp lūžusio spindulio ir statmens paviršiui lūžimo taške.




**Šviesos lūžimo dėsnis:**

1) krintantysis spindulys, lūžęs spindulys ir per kritimo tašką nubrėžtas statmuo terpes skiriančiam paviršiui yra vienoje plokštumoje;
2) kritimo kampo sinuso ir lūžio kampo sinuso santykis toms dviem terpėms yra pastovus dydis:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n = \text{const.}$$

Šviesos lūžimo dėsnyje esantis pastovus dydis n vadinamas **santykiniu lūžio rodikliu**, arba antrosios terpės lūžio rodikliu pirmosios atžvilgiu.

**Pavyzdžiui**, jei šviesa sklinda iš oro į vandenį, tai tuo atveju $n = 1{,}33$ yra vandens (antrosios terpės) lūžio rodiklis oro (pirmosios terpės) atžvilgiu.

**Medžiagos absoliutiniu lūžio rodikliu** vadinamas tos medžiagos lūžio rodiklis tuštumos (vakuumo) atžvilgiu.

Medžiagų lūžio rodiklis oro atžvilgiu mažai skiriasi nuo jų absoliutinio lūžio rodiklio, nes sklindantis iš vakuumo į orą šviesos spindulys beveik nelūžta, t.y. $\alpha \approx \gamma$.

Medžiagų absoliutinio lūžio rodiklio vertės paprastai randamos – iš lentelių.

Medžiaga, kurios lūžio rodiklis didesnis, vadinama **optiškai tankesne**.

Absoliutinis lūžio rodiklis parodo, kiek kartų šviesos greitis c vakuume yra didesnis už šviesos greitį v atitinkamoje medžiagoje:

$$\boxed{n = \frac{c}{v}.}$$

**Pavyzdžiui,** stiklo absoliutinis lūžio rodiklis $n = 1{,}5$ rodo, kad šviesos greitis vakuume yra 1,5 karto didesnis už šviesos greitį stikle.

**Santykinis šviesos lūžio rodiklis $n_{21}$** (antrosios terpės lūžio rodiklis pirmosios terpės atžvilgiu) rodo, kiek kartų šviesos greitis pirmoje terpėje skiriasi nuo jos greičio antroje:

$$\boxed{n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2};}$$

čia $n_1$ ir $n_2$ – absoliutiniai pirmosios ir antrosios terpės lūžio rodikliai, $v_1$ – šviesos greitis pirmoje terpėje, $v_2$ – šviesos greitis antroje terpėje.

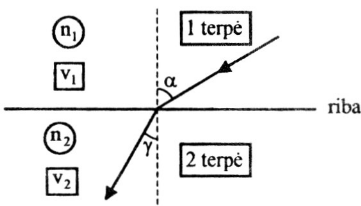
Terpė, kurioje $n_{21} = 1$, vadinama **vienalyte.** Vienalytėje terpėje šviesa sklinda tiesiai.

Taigi šviesos lūžimo dėsnį galime užrašyti taip:

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}} \quad \text{arba} \quad \boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{v_2};}$$

čia $n_{21}$ – santykinis lūžio rodiklis (antrosios terpės lūžio rodiklis pirmosios atžvilgiu), $n_1$ – pirmosios terpės absoliutinis lūžio rodiklis, $n_2$ – antrosios terpės absoliutinis lūžio rodiklis, $v_1$ – šviesos greitis pirmoje terpėje, $v_2$ – šviesos greitis antroje terpėje.

Pastebėkime, kad $n_1 = \frac{c}{v_1}$, $n_2 = \frac{c}{v_2}$.

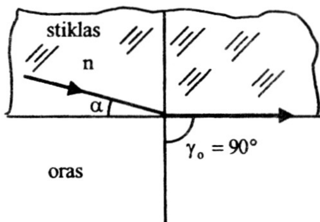



Kryptis šviesos, pereinančios iš vienos skaidrios terpės į kitą, keičiasi todėl, kad kinta jos greitis (kinta aplinkų ribai statmena greičio dedamoji).

## 2.5. VISIŠKASIS ATSPINDYS

Jei šviesa sklinda iš optiškai tankesnės aplinkos į optiškai retesnę aplinką (pavyzdžiui, iš stiklo į orą arba iš vandens į orą), tai kritimo kampas $\alpha_{rib}$, kurį atitinka lūžio kampas $\gamma_0 = \frac{\pi}{2}$, vadinamas **ribiniu visiškojo atspindžio kampu** ir randamas remiantis formule:

$$\boxed{\sin\alpha_{rib} = \frac{1}{n};}$$




čia n – optiškai tankesnės aplinkos absoliutinis lūžio rodiklis. **Pavyzdžiui**, jei šviesa sklinda iš stiklo į orą, tai n – absoliutinis stiklo lūžio rodiklis.

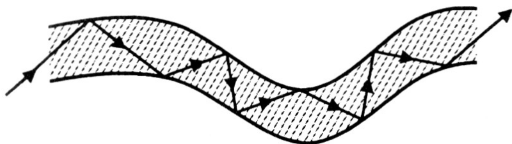
Visiškai atsispindi tie spinduliai, kurių $\alpha > \alpha_{rib}$.

Lentelėje pateikiame ribinių visiškojo atspindžio kampų vertes kai kurioms medžiagoms (antrąja terpe laikomas aplinka laikomas oras).

**Ribiniai visiškojo atspindžio kampai kai kurioms medžiagoms**

| Medžiaga | Ribinis visiškojo atspindžio kampas |
|---|---|
| Alkoholis | 47° |
| Benzenas | 42° |
| Deimantas | 24° |
| Stiklas | 30° – 42° |
| Vanduo | 49° |
| Benzinas | 45° |
| Glicerinas | 43° |
| Spiritas | 47° |

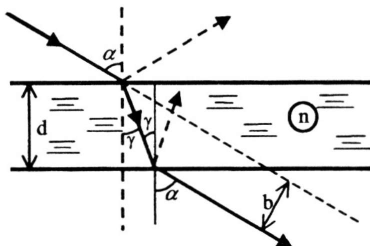
Visiškas vidaus atspindys pritaikomas labai plonų (apie 1/200 mm skersmens) stiklo gijų kabeliuose, vadinamuose šviesolaidžiais, kuriuose šviesa visiškai atspindi daug kartų.



Technikoje šviesolaidžiais perduodama informacija, tikrinamas branduolinio reaktoriaus vidus, jie naudojami sunkiai prieinamoms vietoms apšviesti ir apžiūrėti.

## 2.6. ŠVIESOS PERĖJIMAS PER PLOKŠTELĘ IR PRIZMĘ

- **Vienaspalvės (monochromatinės) šviesos perėjimas per lygiagrečių sienelių plokštelę.**




Punktyrinės linijos žymi atspindėtus spindulius.

Plokštelę perėjęs šviesos spindulys sklinda ta pačia kryptimi, kaip ir krintantysis, tik pasislinkęs atstumu:

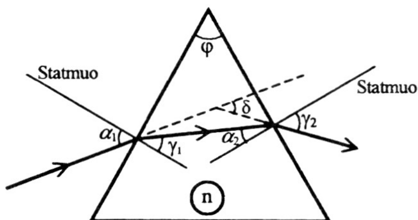
$$b = d\frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\cos\gamma};$$

čia d – plokštės storis, α – šviesos kritimo kampas, n – šviesos lūžio rodiklis plokštelės medžiagoje, γ – lūžio kampas.

Matome, kad juo didesnis plokštelės storis d ir šviesos kritimo kampas $\alpha$, tuo daugiau pasislenka spindulys. Poslinkio dydis priklauso ir nuo šviesos lūžio rodiklio n medžiagoje (nuo jo priklauso lūžio kampas $\gamma$ ).

- **Vienaspalvės šviesos perėjimas per trikampę prizmę, kurios medžiaga optiškai tankesnė už ją supančią aplinką.**

Vienaspalvei šviesai pereinant trikampę prizmę, kurios medžiaga optiškai tankesnė už ją supančią aplinką, spinduliai pakrypsta prizmės pagrindo link.




Prizmėje šviesos spindulys du kartus lūžta prizmės šoninėse sienose ir kiekvieną kartą keičia sklidimo kryptį. Pilnas spindulio nuokrypis nuo pradinės sklidimo krypties priklauso nuo spindulio kritimo į prizmę kampo $\alpha$ ir nuo prizmės laužiamojo kampo $\varphi$ .

Spindulio nuokrypio kampas $\delta$ randamas taikant formulę

$$\boxed{\delta = \alpha_1 + \gamma_2 - \varphi;}$$

čia $\alpha_1$ – spindulio kritimo į prizmės pirmąją sienelę kampas,

$\gamma_2$ – spindulio lūžio antroje sienelėje kampas,

$\varphi$ – prizmės laužiamasis kampas.

Kai prizmės laužiamasis kampas $\varphi$ mažas, tai galime taikyti apytikslę formulę

$$\boxed{\delta = \varphi(n-1);}$$

čia n – šviesos lūžio prizmėje rodiklis.

Galime įrodyti, kad $\boxed{\varphi = \gamma_1 + \alpha_2 \;;}$

čia $\gamma_1$ – spindulio lūžio prizmės pirmoje sienelėje kampas,

$\alpha_2$ – prizmėje lūžusio spindulio kritimo į antrąją sienelę kampas.

Nuokrypio kampas yra mažiausias, kai spindulys prizmėje lygiagretus jos pagrindui ir kai lūžio kampas $\gamma_2$ lygus kritimo kampui $\alpha_1$. Tuomet

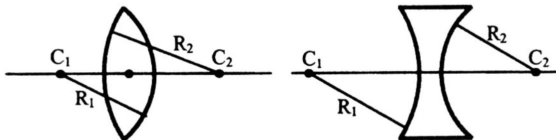
$$\boxed{\delta_{min} = \varphi(n-1);}$$

čia n – šviesos lūžio prizmėje rodiklis.

Prizmės naudojamos spektroskopuose, periskopuose, žiūronuose ir kitur.

## 2.7. LĘŠIAI. LĘŠIU GAUNAMŲ ATVAIZDŲ BRAIŽYMAS

**Lęšiu** vadinamas šviesai skaidrus kūnas, kurį nuo aplinkos skiria du sferiniai paviršiai (vienas jų gali būti ir plokščias). Paviršių kreivumo spinduliai yra $R_1$ ir $R_2$.




Lęšiai dažniausiai gaminami iš optinio stiklo.

**Lęšių klasifikacijos schema:**

- **Lęšiai**
  - Iškilieji (glaudžiamieji)
    - Abipusiai iškili
    - Plokščiai iškili
    - Įgaubtai iškili
  - Įgaubtieji (sklaidomieji)
    - Abipusiai įgaubti
    - Plokščiai įgaubti
    - Iškilai įgaubti

**Iškilas** lęšis yra toks, kurio vidurys yra storesnis už kraštus.

**Įgaubtas** lęšis yra toks, kurio kraštai storesni už vidurį.

**Sutartiniai lęšių žymėjimai:**

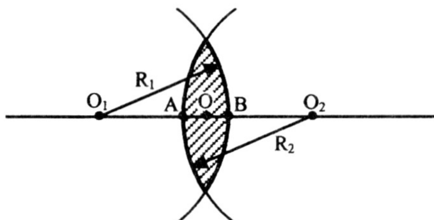


glaudžiamasis lęšis



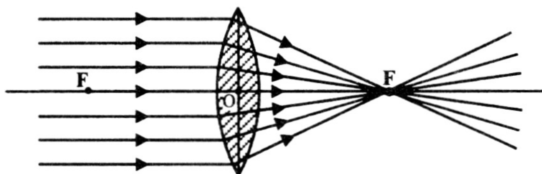
sklaidomasis lęšis

Sakykime, lęšio kreivumo spinduliai yra $R_1$ ir $R_2$, o lęšį ribojančių sferinių paviršių centrai yra $O_1$ ir $O_2$ :



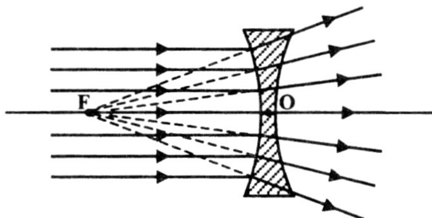

Tiesė, einanti per sferinių paviršių centrus $O_1$ ir $O_2$ , vadinama lęšio **pagrindine optine ašimi**. Taškas O vadinamas lęšio **optiniu centru**. Bet kuri tiesė, einanti per lęšio optinį centrą, vadinama lęšio **šalutine optine ašimi**.

Spinduliai, lygiagretūs lęšio pagrindinei optinei ašiai, praėję pro glaudžiamąjį lęšį, lūžta ir susikerta viename taške, kuris vadinamas lęšio **pagrindiniu židiniu** ir žymimas raide F. Glaudžiamojo lęšio pagrindinis židinys yra tikras.

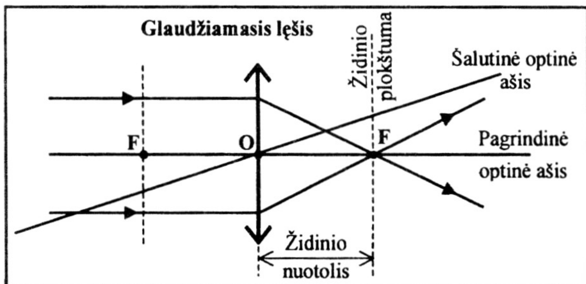


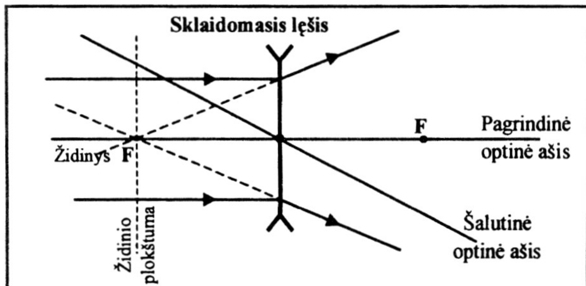

Kiekvienas lęšis turi du pagrindinius židinius, vienodai nutolusius nuo lęšio į abi puses.

Jei lęšis yra sklaidomasis, tai pagrindinei optinei ašiai lygiagretūs spinduliai, perėję lęšį, lūžta ir sklinda skleistiniu pluoštu, o jų tęsiniai susikirs viename taške – sklaidomojo lęšio pagrindiniame židinyje F. Sklaidomojo lęšio pagrindinis židinys yra menamas.

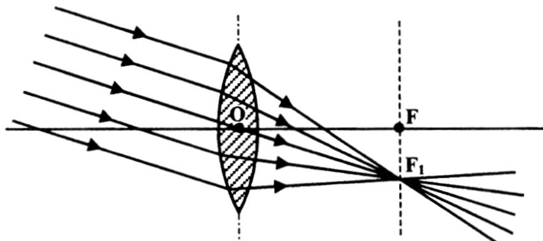



Atstumas nuo lęšio optinio centro iki židinio vadinamas lęšio **pagrindinio židinio nuotoliu** ir žymimas ta pačia raide F. Plokštuma, einanti per židinį statmenai pagrindinei optinei ašiai, vadinamas lęšio **židinio plokštuma**.

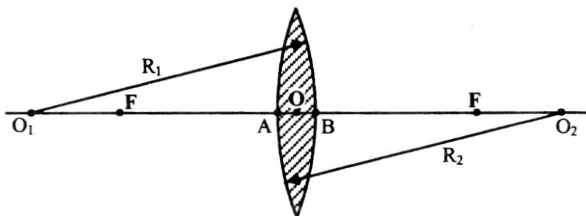


Spindulys, sklindantis šalutine optine ašimi, perėjęs glaudžiamąjį lęšį, nekeičia savo krypties. Jam lygiagretūs spinduliai, perėję glaudžiamąjį lęšį, susikerta to lęšio židinio plokštumoje.




- **Plonuoju** vadinamas toks lęšis, kurio storis AB yra mažas, palyginti su jo sferinių paviršių kreivumo spinduliais $R_1$ ir $R_2$.




Jei F – plonojo lęšio židinio nuotolis, $n_1$ – lūžio rodiklis medžiagos, iš kurios padarytas lęšis, $n_2$ – lūžio rodiklis medžiagos, kurioje yra lęšis (aplinkos lūžio rodiklis), $R_1$ ir $R_2$ – plonojo lęšio paviršių kreivumo spinduliai, tai

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Ši formulė vadinama **plonojo lęšio formule.**

Iškilo paviršiaus R imamas su pliuso ženklu, įgaubto – su minuso ženklu. Plokščio paviršiaus $R = \infty$.

Taikydami plonojo lęšio formulę, galime apskaičiuoti plonojo lęšio židinio nuotolį F, kai žinomi lęšio kreivumo spinduliai $R_1$ ir $R_2$ bei lūžio rodikliai $n_1$ ir $n_2$.

- **Glaudžiamuoju lęšiu gaunamo daikto atvaizdo braižymas.**

Braižant daikto atvaizdą, gaunamą glaudžiamuoju lęšiu, patogu naudoti šiuos spindulius:

1) spindulį, lygiagretų pagrindinei optinei ašiai MN; lūžęs lęšyje šis spindulys eina per židinį F;

2) spindulį, einantį per lęšio optinį centrą O; šis spindulys lęšyje nelūžta ir eigos krypties nekeičia;

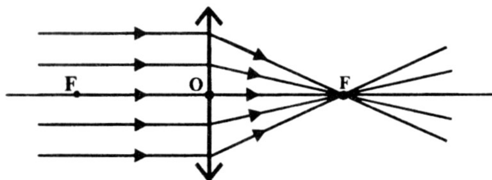
3) spindulį, einantį per lęšio pagrindinį židinį; lūžęs lęšyje spindulys yra lygiagretus pagrindinei optinei ašiai MN;

4) spindulį, lygiagretų lęšio šalutinei optinei ašiai; lūžęs lęšyje šis spindulys eina per šios šalutinės optinės ašies ir lęšio židinio plokštumos susikirtimo tašką.

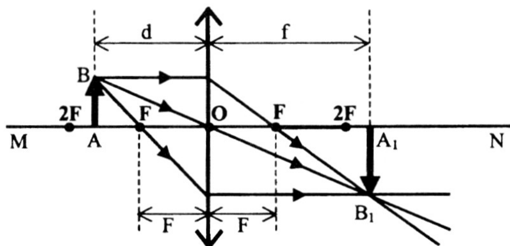
Žinodami pagrindinių spindulių eigą per lęšį, galime nubraižyti juo gaunamus daikto atvaizdus. Toliau nagrinėsime, kaip braižomi atvaizdai daiktų, įvairiu atstumu nutolusių nuo lęšio:

**a) daiktas labai nutolęs nuo lęšio ($d = \infty$).**

Pagrindinei optinei ašiai lygiagretūs spinduliai, perėję lęšį, susirenka viename taške – lęšio židinyje. Šiuo atveju atstumas f nuo daikto atvaizdo iki lęšio lygus lęšio židinio nuotoliui F. Atvaizdas yra tikras. Iš Mėnulio ar Saulės atsklidę spinduliai nėra griežtai lygiagretūs lęšio pagrindinei optinei ašiai. Todėl gaunami disko formos atvaizdai.



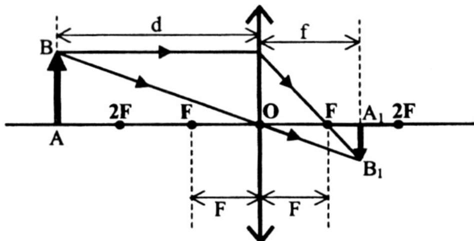

**b) daiktas nutolęs nuo lęšio per atstumą $F < d < 2F$.**
Gaunamas tikras, apverstas ir padidintas ($f > d$) atvaizdas.



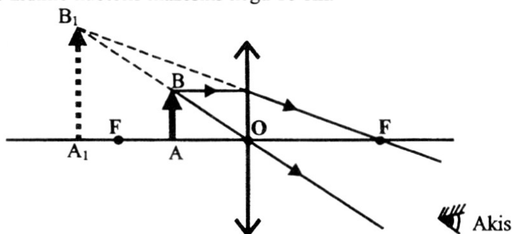

Brėžinyje: d – daikto atstumas iki lęšio, f – daikto atvaizdo atstumas iki lęšio, F – lęšio židinio nuotolis.

**c) daiktas nutolęs nuo lęšio per atstumą $d > 2F$.**

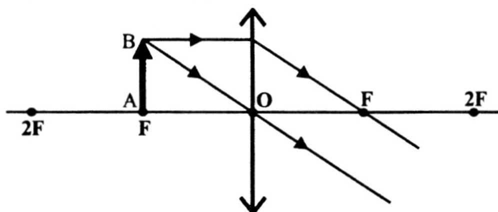
Gaunamas tikras, apverstas, bet sumažintas ($f < d$) atvaizdas. Su šiuo atveju susiduriame fotografuodami.



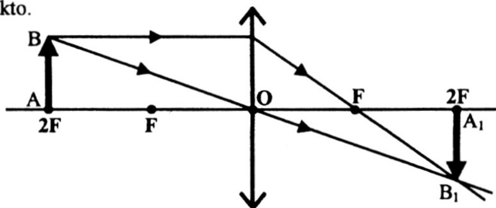
**d) daiktas yra tarp lęšio ir jo židinio (d < F).** Gaunamas menamas, tiesus ir padidintas (f > d) atvaizdas toje pačioje lęšio pusėje, kurioje yra pats daiktas. Tokie atvaizdai gaunami lupa, kurios lęšio židinio nuotolis mažesnis negu 10 cm.



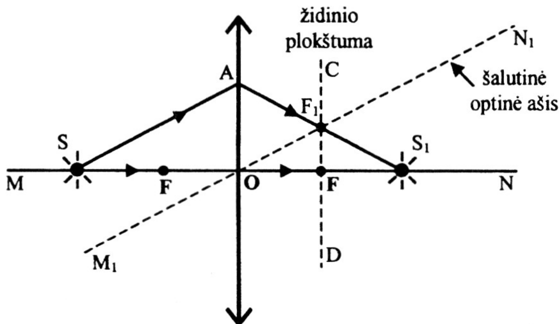

**e) daiktas yra lęšio pagrindiniame židinyje (d = F).** Daikto atvaizdas yra begalybėje, nes spinduliai, išeinantys iš kiekvieno daikto taško, po lūžio lęšyje yra lygiagretūs.




**f) daiktas yra nutolęs nuo lęšio per atstumą d = 2F**. Gaunamas tikras, apverstas daikto atvaizdas, kurio dydis toks pat, kaip ir paties daikto.



**g) šviečiančio taško S atvaizdo $S_1$, gaunamo sklaidomuoju lęšiu, braižymas, kai taškas yra pagrindinėje optinėje ašyje MN:**




1) išvedame šalutinę optinę ašį $M_1N_1$, lygiagrečią spinduliui SA;

2) nubraižome židinio plokštumą CD ir randame šios plokštumos ir šalutinės optinės ašies $M_1N_1$ susikirtimo tašką $F_1$;

3) per tašką $F_1$ išvedame lūžusį spindulį $AF_1$;

4) išvedame spindulį SO, sutampantį su pagrindine optine ašimi MN; šis spindulys, praėjęs pro lęšį, nelūžta (nekeičia savo krypties);

5) randame spindulių SO ir $AF_1$ susikirtimo tašką $S_1$; šis taškas ir yra tikrasis šviečiančio taško S atvaizdas.

- **Daikto atvaizdo, gaunamo sklaidomuoju lęšiu, braižymas.**

Braižant daiktų atvaizdus, gaunamus skaidomuoju lęšiu, naudojame tuos pačius tris „patogius“ spindulius, kaip ir glaudžiamojo lęšio atveju:

1) šviesos spindulį, lygiagretų pagrindinei optinei ašiai; lūžęs lęšyje šis spindulys eina per lęšio židinį, esantį toje pačioje pusėje kaip ir daiktas (šviesos šaltinis);

**2)** spindulį, einantį per lęšio optinį centrą O; šis spindulys lęšyje nelūžta ir savo eigos krypties nekeičia;

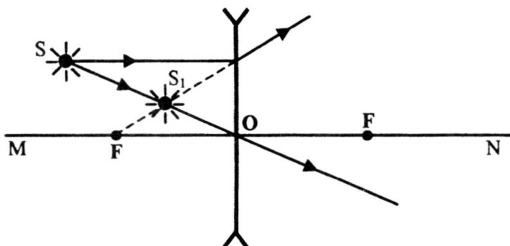
**3)** spindulį, einantį per lęšio pagrindinį židinį; lūžęs lęšyje šis spindulys yra lygiagretus pagrindinei optinei ašiai;

**4)** spindulį, lygiagretų lęšio šalutinei optinei ašiai; lūžęs lęšyje šis spindulys eina per šios šalutinės optinės ašies ir lęšio židinio plokštumos susikirtimo tašką.

Sklaidomojo lęšio židinys yra menamas.

Nagrinėsime kelis būdingus atvejus:

**a) šviečiantis taškas S yra išsidėstęs virš sklaidomo lęšio pagrindinės optinės ašies MN.**




Šviečiančio taško S atvaizdas $S_1$ yra menamas.

**b) šviečiančio taško S atvaizdo $S_1$, gaunamo sklaidomuoju lęšiu, braižymas, kai taškas S yra pagrindinėje optinėje ašyje MN.**

Atvaizdo ieškome sekančia tvarka:

**1)** pasirenkame bet kurį spindulį SA;

**2)** išvedame šalutinę optinę ašį $M_1N_1$, lygiagrečią spinduliui SA;

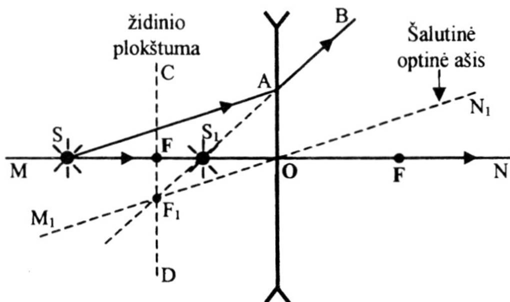
**3)** randame šalutinės optinės ašies $M_1N_1$ ir lęšio židinio plokštumos CD susikirtimo tašką $F_1$;

4) per tą patį tašką $F_1$ eina ir lęšyje lūžusio spindulio AB tęsinys $AF_1$;

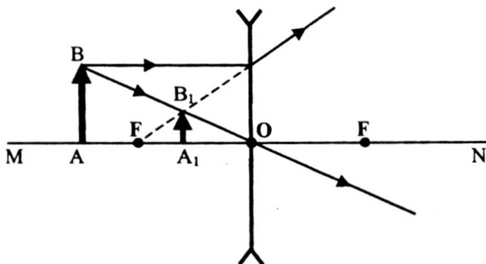
5) pasirenkame antrąjį spindulį SO, einantį per lęšio optinį centrą O; šis spindulys lęšyje nelūžta ir savo eigos krypties nekeičia;

6) randame spindulio SO, sutampančio su lęšio pagrindine optine ašimi MN, ir lūžusio spindulio AB tęsinio $AF_1$ susikirtimo tašką $S_1$; taškas $S_1$ ir yra ieškomasis šviečiančio taško S atvaizdas.

Šviečiančio taško S atvaizdas $S_1$ yra menamas.




**c) daiktas yra už lęšio pagrindinio židinio F (d > F).** Gaunamas menamas, neapverstas ir sumažintas $\left(|f| < d\right)$ atvaizdas. Daiktas ir jo atvaizdas yra vienoje lęšio pusėje.



**d) daiktas yra lęšio pagrindiniame židinyje (d = F).** Skirtingai, negu glaudžiamojo lęšio atveju, atvaizdas susidaro. Jis yra menamas, neapverstas ir du kartus sumažintas.



## 2.8. LĘŠIO LAUŽIAMOJI GEBA. PLONOJO LĘŠIO FORMULĖ. LĘŠIO DIDINIMAS

**Lęšio laužiamoji geba D** yra dydis, atvirkščias lęšio pagrindinio židinio nuotoliui F. Ji žymima raide D:

$$D = \frac{1}{F}.$$

Laužiamosios gebos vienetas – **dioptrija** (D). Vienos dioptrijos laužiamąją gebą turi lęšis, kurio židinio nuotolis lygus 1 m. Taigi $1\,D = \frac{1}{m}$. Glaudžiamųjų lęšių laužiamoji geba teigiama, sklaidomųjų lęšių – neigiama.

Jei optinę sistemą sudaro keli lęšiai, tai sistemos laužiamoji geba lygi lęšių laužiamųjų gebų sumai: $D = D_1 + D_2 + ...$

**Plonojo lęšio formulė.**

Atstumą d nuo daikto iki lęšio, atstumą f nuo atvaizdo iki lęšio ir židinio nuotolį F sieja lygtis

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \quad \text{arba} \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D;$$

čia D – lęšio laužiamoji geba.

Ši lygtis dar vadinama **plonojo lęšio formule**.

Ši formulė tinka tiek glaudžiamajam, tiek sklaidomajam lęšiui. Dydžiai d, f ir F gali būti tiek teigiami, tiek neigiami.

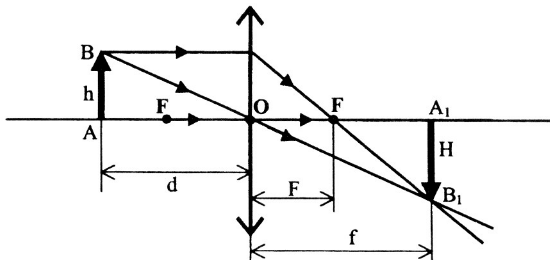
- Glaudžiamojo lęšio židinys tikrasis, todėl plonojo lęšio formulėje dydis F teigiamas; sklaidomojo lęšio židinys menamasis, todėl plonojo lęšio formulėje dydis F yra neigiamas.
- Jeigu daikto atvaizdas yra tikrasis, tai plonojo lęšio formulėje dydis f teigiamas; jeigu atvaizdas yra menamasis ir yra toje pačioje lęšio pusėje, kaip ir daiktas, tai plonojo lęšio formulėje dydis f yra neigiamas.
- Dydis d yra teigiamas, kai daiktas yra tikrasis, ir neigiamas, kai menamasis (t.y., kai į lęšį krinta sueitinis pluoštas spindulių, kurių tęsiniai susikerta viename taške).

Taikydami plonojo lęšio formulę, iš pradžių visus dydžius (F, d, f) laikome teigiamais. Jeigu apskaičiavę gauname neigiamą vertę, vadinasi, atitinkamas dydis (židinys, daiktas ar jo atvaizdas) yra menamasis.

- Lęšio **tiesiniu didinimu** Γ vadinamas atvaizdo ir daikto tiesinių matmenų santykis:

$$\Gamma = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{H}{h} \quad \text{arba} \quad \Gamma = \frac{|f|}{|d|};$$

čia $A_1B_1 = H$ – atvaizdo aukštis,
AB = h – daikto aukštis,
f – atstumas nuo atvaizdo iki lęšio,
d – atstumas nuo daikto iki lęšio.




Taigi galioja lygybė $\boxed{\frac{H}{h} = \frac{|f|}{|d|}}$.

Kuo didesnis atstumas nuo lęšio iki atvaizdo lyginant su atstumu nuo lęšio iki daikto, tuo didesnis lęšio didinimas.

- Jeigu $k > 1$, tai lęšiu gaunamas padidintas daikto atvaizdas, nutolęs nuo lęšio didesniu atstumu, negu pats daiktas.
- Jeigu $k < 1$, tai lęšiu gaunamas sumažintas daikto atvaizdas, nutolęs nuo lęšio mažesniu atstumu, negu pats daiktas.
- Daikto ploto didinimas $\Gamma_s$ randamas taikant formulę

$$\boxed{\Gamma_s = \frac{S}{S_o} = \frac{f^2}{d^2} = \Gamma^2 \ ;}$$

čia $S_o$ – daikto plotas, $S$ – atvaizdo plotas, $k$ – lęšio tiesinis didinimas.

- Jei optinę sistemą sudaro keli lęšiai, tai sistemos tiesinis didinimas

$$\boxed{\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \cdot \Gamma_3 \cdot \ldots ;}$$

čia $\Gamma_1$ – pirmojo lęšio tiesinis didinimas, $\Gamma_2$ – antrojo lęšio tiesinis didinimas, $\Gamma_3$ – trečiojo lęšio tiesinis didinimas ir t.t.

## 2.9. OPTINIAI PRIETAISAI

- **Lupa** (didinamasis stiklas) yra trumpo židinio nuotolio glaudžiamasis lęšis su aptaisais, naudojamas smulkiems daiktams įžiūrėti.

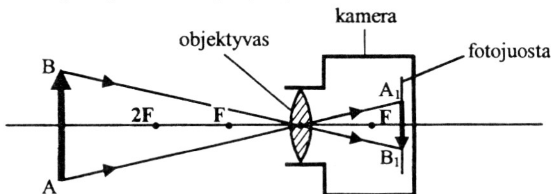
Daiktas paprastai dedamas nuo lęšio tokiu atstumu, kad jo atvaizdas susidarytų geriausio matymo nuotoliu $(f = 25\ \text{cm})$. Įvairaus židinio nuotolio lupos didina nuo 2,5 iki 25 kartų.

- **Mikroskopas** yra prietaisas mažų daiktų padidintam atvaizdui gauti.

Jo optinė sistema sudaryta iš dviejų glaudžiamųjų lęšių: **objektyvo** (trumpo židinio nuotolio lęšio, prieš kurį dedamas daiktas) ir **okuliaro** (ilgo židinio nuotolio lęšio, pro kurį žiūrima). Objektyvas ir okuliaras paprastai įtaisomi viename vamzdyje taip, kad būtų galima keisti atstumą tarp jų. Šiuolaikinis mikroskopas gali padidinti daikto atvaizdą iki 3000 kartų.

- **Teleskopas** yra optinis prietaisas tolimiems objektams stebėti. Jis sudarytas iš dviejų glaudžiamųjų lęšių: **objektyvo** (ilgo židinio nuotolio lęšio) ir **okuliaro** (trumpo židinio nuotolio lęšio).

- **Fotoaparatu** vadinamas prietaisas daiktų atvaizdui gauti šviesai jautrioje medžiagoje. Fotoaparatą sudaro neperšviečiama kamera, kurios užpakalinėje sienelėje yra šviesai jautri plokštelė arba fotojuosta, o priekinėje dalyje – objektyvas, kurį sudaro vienas ar keli lęšiai. Tarp fotojuostos ir objektyvo yra atstumas $F < f < 2F$.

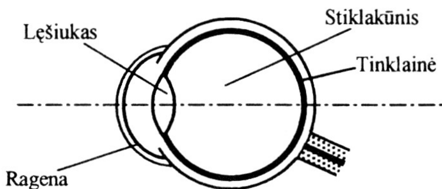



Šį atstumą galima didinti arba mažinti keičiant objektyvo padėtį.

Atidengus objektyvą tam tikram laiko tarpui, kuris vadinamas **ekspozicijos trukme**, šviesa paveikia jautrųjį plokštelės sluoksnį, įvyksta fotocheminė reakcija ir susidaro slaptasis daikto atvaizdas.

## 2.10. AKIS. AKINIAI

**Akis** – regos organas. Akies optinė sandara panaši į fotoaparato sandarą. Akies optinę sistemą sudaro ragena, lęšiukas bei stiklakūnis. Ši sistema veikia kaip mažo židinio nuotolio glaudžiamasis lęšis. Pagrindinė akies dalis yra lęšiukas. Jį laikantys raumenys gali susitraukti arba atsipalaiduoti.



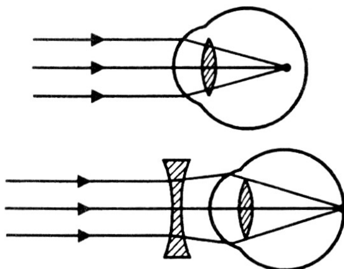

Taip keičiamas lęšiuko storis, o kartu ir židinio nuotolis. Nuo kūno sklindantys spinduliai, praėję lęšiuką, akies tinklainėje sudaro tikrąjį, sumažintą ir apverstą daikto atvaizdą, kuris sudirgina regimojo nervo galūnes. Šis signalas perduodamas į smegenis, ir žmogus mato neapverstą daikto atvaizdą.

Akies prisitaikymas matyti įvairiai nuo jos nutolusius daiktus vadinamas akies **akomodacija**.

Mažiausią atstumą, kuriuo akis be ypatingo raumenų įtempimo gali matyti daikto detales, vadiname **geriausio matymo nuotoliu**. Sveikos akies geriausias matymo nuotolis yra apie 25 cm.

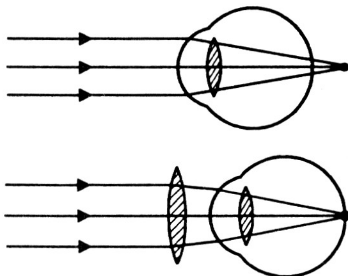
**Trumparegėje** akyje daikto atvaizdas susidaro ne tinklainėje, o prieš tinklainę (akies židinys yra prieš tinklainę), todėl geriausias matymo nuotolis yra mažesnis už 25 cm. Trumparegiai žmonės blogai mato tolimus daiktus, jie stengiasi priartinti apžiūrimą daiktą atstumu,

mažesniu už geriausio matymo nuotolį. Kad atvaizdas susidarytų trumparegių žmonių tinklainėje, naudojami akiniai su sklaidomaisiais lęšiais.



Trumparegiai nešioja akinius, kurių laužiamoji geba – 0,5 D, – 2 D, – 3,5 D ir t.t.

**Toliaregėje** akyje daikto atvaizdas susidaro už tinklainės (akies židinys yra už tinklainės). Toliaregiai žmonės prastai mato artimus daiktus, taigi stengiasi juos nutolinti. Normaliai regintys žmonės senatvėje tampa toliaregiais. Toliaregiams tinka akiniai su glaudžiamaisiais lęšiais, nes jų akies laužiamąją gebą reikia padidinti.



Toliaregiams skirtų akinių laužiamoji geba gali būti, pavyzdžiui, + 1 D, + 2,5 D, + 3 D ir t.t. Tokie akiniai dažnai vadinami pliusiniais.

# 3. BANGINĖ OPTIKA

## 3.1. BANGOS IR DALELĖS DVEJOPUMAS

Šviesai būdingos ir bangų, ir dalelių savybės. Šviesos banginės savybės išryškėja dispersijos, interferencijos, difrakcijos ir poliarizacijos reiškiniuose, o korpuskulinės (dalelių) savybės – spinduliavimo ir absorbcijos, t.y. sąveikos su medžiaga, reiškiniuose (pavyzdžiui, fotoefekto reiškinyje).

Šiame skyriuje nagrinėsime šviesą kaip elektromagnetines bangas, kurių ilgis yra nuo $3{,}9 \cdot 10^{-7}$ m iki $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m. Šviesos bangos greitis toje pačioje aplinkoje lygus elektromagnetinės bangos greičiui. Šviesos greitis vakuume $c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}$. Bandymais nustatyta, kad šviesos greitis, o taip pat ir šviesos bangos ilgis, vandenyje, stikle arba kitoje aplinkoje mažesnis negu vakuume.

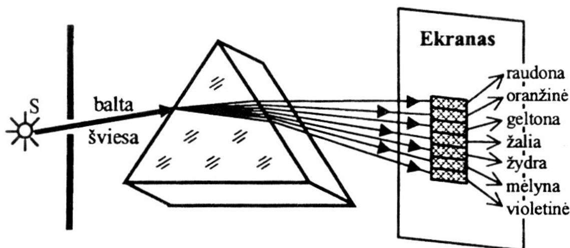
## 3.2. ŠVIESOS DISPERSIJA

**Šviesos dispersija** yra šviesos absoliutinio lūžio rodiklio priklausomybė nuo jos virpesių dažnio arba bangos ilgio vakuume.

Taigi šviesos dispersijos reiškinys susijęs su nevienodu įvairaus ilgio šviesos bangų lūžimu, šviesai pereinant iš tuštumos į optiškai tankesnę medžiagą.

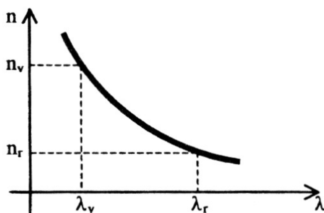
Eksperimentinis šviesos dispersijos įrodymas – baltos šviesos spindulių pluošto, einančio pro stiklinę trikampę prizmę, išsklaidymas į septynių pagrindinių spalvų šviesos pluoštus.

Dispersiją pirmasis pastebėjo I.Niutonas (1666 m.). Praleidęs baltos šviesos spindulių pluoštelį pro stiklinę prizmę, už jos pastatytame ekrane jis gavo vaivorykštės spalvų juostelę, dabar vadinamą **prizminiu** arba **dispersiniu spektru**.




Šis bandymas įrodo, kad balta šviesa yra sudėtinė šviesa, kurią sudaro septynios pagrindinės spalvos (raudona, oranžinė, geltona, žalia, žydra, mėlyna ir violetinė). Stiklinė prizmė išsklaido baltą šviesą į minėtas septynias sudedamąsias dalis. Tai paaiškinama tuo, kad baltą šviesą sudaro skirtingų ilgių elektromagnetinės bangos ir absoliutinis šviesos lūžio rodiklis n priklauso nuo **šviesos greičio medžiagoje** $\left(n = \frac{c}{v}\right)$. Raudonos šviesos greitis prizmėje yra didžiausias, todėl jos absoliutinis lūžio rodiklis yra mažiausias; violetinės spalvos greitis prizmėje yra mažiausias, todėl jos absoliutinis lūžio rodiklis yra didžiausias.

Taigi šviesos bangos ilgiui didėjant, jos lūžio rodiklis mažėja:




Jeigu angą, iš kurios išeina baltos šviesos spindulys, uždengsime pavyzdžiui, žaliu stiklu, tai ekrane matysime tiktai žalią

dėmę. Vadinasi, pati prizmė baltos šviesos nenudažo, o tiktai išsklaido į sudėtines dalis (septynias pagrindines spektro spalvas).

**Spektroskopas** – prietaisas, skirtas sudėtinei šviesai išskaidyti ir gautiems spektrams stebėti.

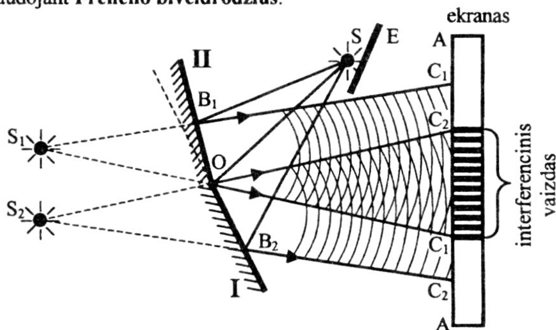
**Spektrografas** – prietaisas spektrui fotografuoti.

## 3.3. ŠVIESOS INTERFERENCIJA

**Šviesos interferencija** – tai kelių koherentinių šviesos bangų persiklojimas, kai vienose erdvės vietose gaunami šviesos intensyvumo maksimumai, o kitose – minimumai.

Dėl šviesos bangų interferencijos atstojamosios bangos amplitudė vienuose erdvės taškuose padidėja, o kituose – sumažėja.

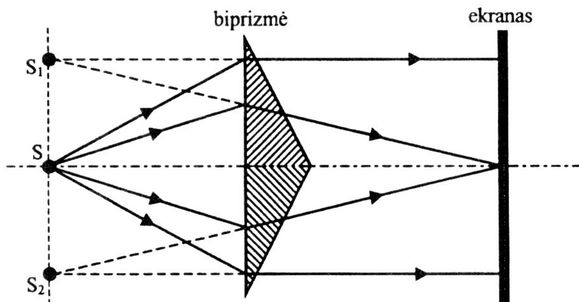
**Koherentinės bangos** – tai vienodo dažnio, vienodo poliarizacijos ir nekintančio laikui bėgant fazių skirtumo bet kuriame aplinkos taške bangos. Tokios bangos gaunamos skaidant sklindančią bangą į dvi ar daugiau bangų. Koherentines bangas galima gauti naudojant **Frenelio biveidrodžius**:




Šviesos pluoštas, sklindantis nuo taškinio šaltinio S, plokščiaisiais veidrodžiais I ir II išskaidomas į du pluoštus. Veidrodžiai

padedami taip, kad jų plokštumos sudaro kampą, artimą 180°. Tiesioginiai spinduliai iš šviesos šaltinio S į ekraną AA nepatenka, nes juos sulaiko šviesos nepraleidžiantis ekranas E. Ekrane AA stebimas dviejų koherentinių bangų sistemų $SB_1OC_1C_1$ ir $SOB_2C_2C_2$ persiklojimo rezultatas – interferencinis vaizdas. Šviesa taip atsispindi nuo veidrodžių, jog, atrodo, sklinda iš dviejų šviesos šaltinių $S_1$ ir $S_2$, kurie yra menamieji šaltinio S atvaizdai.

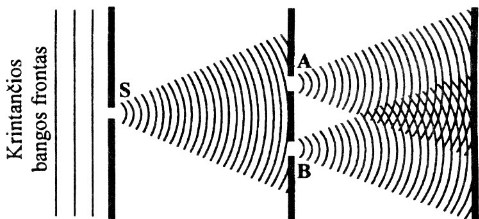
Koherentines bangas taip pat galima gauti naudojant **Frenelio biprizmę**:




Lazerio šviesa yra taip pat koherentinė.1802 metais atlikti anglų mokslininko Tomo Jungo bandymai patvirtino, kad šviesos bangoms būdingas interferencijos reiškinys.

Jungo klasikinio bandymo esmė tokia: siauras šviesos pluoštas, praėjęs mažą skylutę S, apšviečia kitas dvi mažas skylutes A ir B, esančias širmoje netoli viena kitos; ekrane, dėl šviesos bangų interferencijos, gauname pakaitomis einančias tamsias ir šviesias juostas, t.y. interferencinį vaizdą.

Jungas taip pat pastebėjo, kad interferencinės juostos išnyksta, jei vieną iš angų (A arba B) uždengiame.

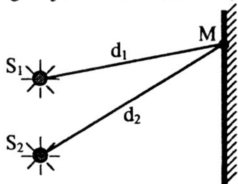



Tamsių ir šviesių juostų atsiradimas ekrane yra paaiškinamas tuo, kad už plyšio S sklindanti sferinė šviesos banga plyšiuose A ir B sužadina koherentines šviesos bangas, kurios tarpusavyje interferuoja.

Vadinasi, plyšiai A ir B yra tarsi koherentiniai taškiniai šviesos šaltiniai, skleidžiantys sferines bangas.

Vėliau prancūzų fizikas Ogiustenas Frenelis pakartojo šį Jungo bandymą, suskaidydamas taškinio šaltinio skleidžiamą šviesos pluoštą į du pluoštus biprizme ir veidrodžiais.

Sakykime, turime du koherentinius šviesos šaltinius $S_1$ ir $S_2$, kurie skleidžia koherentines šviesos bangas ir šios bangos gali sklisti skirtingose aplinkose, kurių absoliutiniai t.y. lūžio rodikliai yra $n_1$ ir $n_2$. Bangų nueitus kelius, atstumus nuo šviesos šaltinių $S_1$ ir $S_2$ iki nagrinėjamo erdvės taško M, pažymėkime atitinkamai $r_1$ ir $r_2$.




Atstumas $d_1$ dar vadinamas pirmosios bangos **geometriniu keliu**, o atstumas $d_2$ – antrosios bangos geometriniu keliu.

Koherentinės bangos vienuose aplinkos taškuose sustiprėja, kituose – susilpnėja. Tai priklauso nuo bangų **eigos** skirtumo, kuris apskaičiuojamas pagal formulę $\boxed{\Delta d = d_2 - d_1\ ;}$

$d_1$ – pirmosios bangos geometrinis kelias, $d_2$ – antrosios bangos geometrinis kelias.

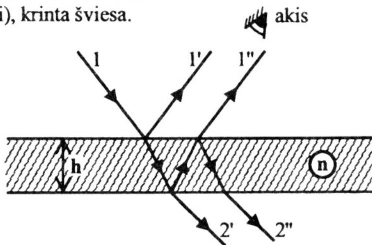
Kai bangų optinės eigos skirtumas lygus sveikam bangų ilgių $\lambda$ arba lyginiam pusbangių $\frac{\lambda}{2}$ skaičiui, tai gaunamas interferencijos maksimumas. Vadinasi, bangų stiprinimosi (maksimumo) sąlyga yra tokia: $\boxed{\Delta d = k\lambda}$ arba $\boxed{\Delta d = 2k\frac{\lambda}{2};}$ čia $k = 0, 1, 2, \ldots$ .

Kai bangų optinės eigos skirtumas lygus nelyginiam pusbangių $\frac{\lambda}{2}$ skaičiui, tai gaunamas bangų interferencijos minimumas, o jų silpninimosi sąlyga tokia:

$$\boxed{\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2},} \quad \text{čia } k = 0, 1, 2, \ldots .$$

Kai dvi koherentinės šviesos bangos užkloja viena kitą, sudarydamos virpesių maksimumus ir minimumus, gaunamas **interferencinis vaizdas**.

Panagrinėkime šviesos interferenciją plonose plėvelėse. Sakykime, į ploną skaidrią plėvelę, kurios storis h labai mažas (keli mikrometrai), krinta šviesa.




Dalis šviesos bangos atsispindi nuo plėvelės, o dalis, perėjusi ją, atsispindi nuo kito jos paviršiaus. Atsispindėjusi banga 1' ir lūžusi banga 1" yra koherentinės ir tarpusavyje interferuoja. Interferuoja taip pat ir plėvelę perėjusios bangos 2' ir 2". Interferencijos rezultatas (šviesos intensyvumo sustiprėjimas ir susilpnėjimas) priklauso nuo spindulių kritimo į plėvelę kampo ir plėvelės storio.

Interferencijos **atspindėtoje šviesoje** maksimumo (šviesos sustiprėjimo) sąlyga yra

$$\boxed{2h \cdot n \cdot \cos\beta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots,} \qquad (1)$$

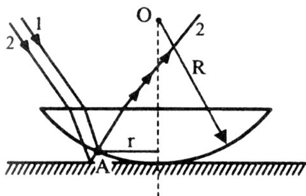
minimumo (šviesos susilpnėjimo) sąlyga –

$$\boxed{2h \cdot n \cdot \cos\beta = 2k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots;} \qquad (2)$$

čia h – plėvelės storis, $\beta$ – lūžio kampas, n – lūžio rodiklis.

**Praėjusioje šviesoje** maksimumo sąlyga išreiškiama (2) formule, o minimumo sąlyga – (1) formule.

Šviesos interferencija plonose plėvelėse paaiškinamas balta šviesa apšviestų vabzdžių sparnų, muilo burbulų, riebalų ir tepalų plėvelių vandens paviršiuje nuspalvinimas vaivorykštės spalvomis, nors šiaip jie bespalviai. Kadangi šių plėvelių storis yra nevienodas, tai skirtingų ilgių bangų interferencijos sąlygos tenkinamos skirtingose vietose, ir plėvelė atrodo spalvota. Šviesos interferencija yra paaiškinamas ir šviesių bei tamsių žiedų (**Niutono žiedų**) atsiradimas apšvietus monochromatine šviesa plokščiai iškilą lęšį, besiliečiantį su stikline plokštele.






Kaip matyti iš paveikslo, spindulys 2 nueina didesnį kelią, negu spindulys 1. Taške A abu šie spinduliai interferuoja. Jeigu antroji banga atsilieka nuo pirmosios lyginiu bangų ilgių skaičiumi, tai

bangos stiprina viena kitą ir susidaro šviesos žiedas. Jeigu antroji banga atsilieka nuo pirmosios nelyginiu pusbangių skaičiumi, tai bangos silpnina viena kitą ir todėl susidaro tamsus žiedas.

Niutono žiedų spinduliai randami taikant formules:

$$\boxed{r_k = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda}}\,, \quad (1) \quad \text{arba} \quad \boxed{r_k = \sqrt{(2k+1) \cdot R \cdot \frac{\lambda}{2}}\,;} \quad (2)$$

čia R – lęšio kreivumo spindulys, λ – krintančios šviesos bangos ilgis.

Praėjusioje šviesoje šviesiems žiedams tinka (1) sąlyga, o tamsiems – (2) sąlyga. Atspindžio šviesoje šviesiems žiedams tinka (2) sąlyga, o tamsiems – (1) sąlyga.

Išmatavę tamsių Niutono žiedų spindulius, galime apskaičiuoti į šį lęšį krintančios šviesos bangos ilgį.

Šviesos interferencija taikoma tiksliam šviesos bangos ilgiui bei medžiagos lūžio rodikliui nustatyti.

Interferencijos pagalba galima tikrinti paviršių apdirbimo kokybę (iki $10^{-6}$ cm tikslumu), praskaidrinti optinių prietaisų stiklus.

## 3.4. ŠVIESOS DIFRAKCIJA. DIFRAKCINĖ GARDELĖ

**Šviesos difrakcija** – tai reiškinys, kai šviesos bangos užlinksta perėjusios kliūtį. Difrakcija yra stebima atstumu $\ell$ nuo kliūties, jei tenkinama sąlyga

$$\boxed{\ell \approx \frac{d^2}{4\lambda}\,;}$$

čia d – kliūties matmuo, λ – šviesos bangos ilgis.

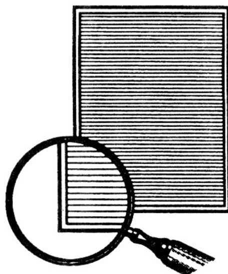
Difrakcinį vaizdą ekrane galima gauti apšvietus šviesa kliūtį, kurios matmenys apytiksliai lygūs krintančios šviesos bangos ilgiui ($d \approx \lambda$). Apšvietus kliūtį balta šviesa, gaunamas difrakcinis vaizdas, nuspalvintas vaivorykštės spalvomis. Arčiau jo centro yra violetinė, mėlyna, žydra ir pan. spalvos.

Šviesa taip pat užlinksta, pereidama labai mažų matmenų skylutę, neskaidrų diską, vielutę arba siaurą plyšį (žr. paveikslą).



Labai ryškus difrakcinis vaizdas gaunamas tada, kai šviesa praeina neskaidrią medžiagą, kurioje yra daug angų. Interferencijos juostelės yra tuo ryškesnės ir retesnės, kuo mažesni atstumai tarp angų.

Stiklinėje plokštelėje specialia įranga įrėžus lygiagrečius rėžius, gauname neskaidriais tarpais perkirsti siuri šviesą praleidžiantys plyšiai. Tokia plokštelė vadinama skaidriąja **difrakcine gardele**. Difrakcinę atspindžio gardelę sudaro metalinis veidrodis, kurio paviršiuje vienodu atstumu įrėžta daugybė tos pačios formos lygiagrečių rėžių. Difrakcinių gardelių viename milimetre paprastai būna nuo kelių šimtų iki kelių tūkstančių rėžių, o iš viso gardelėje gali būti iki 100000 rėžių.



Skaidraus plyšio (arba atspindžio juostos) ir neskaidraus tarpelio pločių suma vadinama **gardelės konstanta** ir paprastai žymima raide d.

Difrakcinės gardelės veikimas pagrįstas difrakcijos reiškiniu.

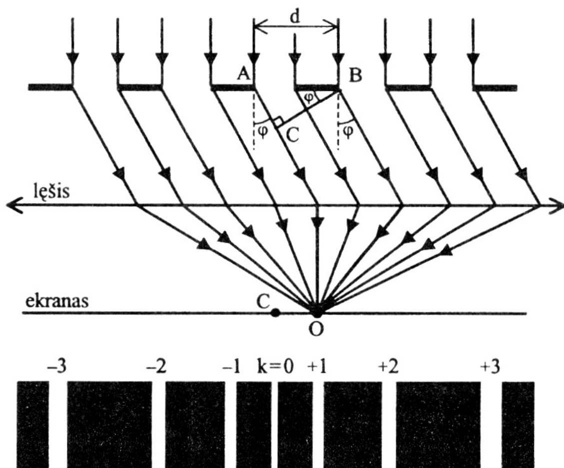
Jeigu difrakcinę gardelę, už kurios pastatytas glaudžiamasis lęšis, apšviesime jai statmenu lygiagrečių monochromatinės (vienos spalvos) šviesos spindulių pluoštu, tai lęšio židinio plokštumoje esančiame ekrane gausime antrinių bangų interferencinį vaizdą.

Interferencinio vaizdo susidarymas ekrane aiškinamas taip: kiekvienas gardelės plyšys yra antrinių koherentinių bangų šaltinis; šios bangos interferuoja tarpusavyje ir ekrane gaunamas interferencinis vaizdas.

Prieš gardelės centrą (C) visada gaunama šviesi juostelė – **centrinis maksimumas**. Abipus jo vienodais atstumais išsidėsto pirmos, antros, trečios ir aukštesnių eilių maksimumai.

Centrinio ir aukštesnės eilės maksimumų spalva (juostelių spalva) priklauso nuo to, kokios spalvos yra į gardelę krintanti šviesa.

**Pavyzdžiui**, jei į gardelę krinta žalių spindulių pluoštas, tai centrinis ir aukštesnės eilės maksimumai bus žalios spalvos juostelės.



**Difrakciniai maksimumai (šviesios juostelės)** gaunami tose ekrano vietose, į kurias lęšis surenka kampu $\varphi$ užlinkusius spindulius. Tų spindulių eigos skirtumas $AC = AB \cdot \sin\varphi = d\sin\varphi$ turi būti lygus sveikam bangų ilgių skaičiui:

$$\boxed{d\sin\varphi = k\lambda\,, \qquad \text{kai } k = 0, 1, 2, \ldots,}$$

čia d – gardelės konstanta, $\lambda$ – šviesos bangos ilgis.

Ši formulė yra nuo skirtingų plyšių sklindančių bangų interferencijos pagrindinių **maksimumų sąlyga.**

**Difrakciniai minimumai (tamsios juostelės)** gaunami tose ekrano vietose, kur šviesos bangos silpnina viena kitą, t.y. kai iš gretimų gardelės plyšių kampu $\varphi$ sklindančių spindulių eigos skirtumas $AC = d\sin\varphi$ lygus nelyginiam pusbangių skaičiui. Taigi difrakcinės gardelės **minimumų sąlyga** yra:

$$\boxed{d\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}\,, \qquad \text{kai } k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\,.}$$

Jei gardelė apšviečiama baltos šviesos spindulių pluoštu, tai ekrane gaunamas baltos šviesos spektras: centre gaunamas baltos šviesos maksimumas, o abipus jo išsidėsto kiti maksimumai bangos ilgėjimo tvarka (violetinės mėlynos, žydros, žalios, geltonos, oranžinės, raudonos šviesos). Kuo aukštesnė spektro eilė k, tuo platesnis spektras. Gardelė išsklaido baltą šviesą į spektrą todėl, kad maksimumų padėtys priklauso nuo šviesos bangos ilgio. Kai gardelė turi daug plyšių, gaunamas labai ryškus spektras.



Difrakcine gardele galima gana tiksliai išmatuoti šviesos bangos ilgį, nustatyti spinduliuojančios medžiagos sudėtį.

Žinant gardelės konstantą d ir išmatavus kampą φ, galima iš lygybės $d \sin \varphi = 2k \frac{\lambda}{2}$ apskaičiuoti bangos ilgį:

$$\boxed{\lambda = \frac{d}{k} \sin \varphi ;}$$ čia k yra spektro eilė.

## 3.5. SPEKTRAI

**Spektru** vadinama spinduliuojančio kūno spektrinių linijų visuma. Spektrai skirstomi į **spinduliavimo**, arba **emisijos**, spektrus ir **sugerties**, arba absorbcijos, spektrus.

Įkaitę kūnai skleidžia spindulius, kurių spektrai būna **ištisiniai**, **linijiniai** arba **juostiniai**.

**Ištisinį spektrą** sudaro spalvotos spektrinės linijos, atitinkančios įvairaus dažnio šviesos bangas. Jam būdingas tolygus perėjimas nuo vieno dažnio bangų prie kitų. Skysčių, kietųjų kūnų, pakankamai tankių dujų spinduliavimo spektrai yra ištisiniai.

Ištisinio spektro pobūdis priklauso nuo kūno temperatūros ir jo fizikinių savybių. Saulės ir žvaigždžių spektrai taip pat yra ištisiniai. Iš jų nustatyta, kad Saulės fotosferos temperatūra artima 6000 K. Žydrųjų žvaigždžių temperatūra siekia 30000 K, o rausvųjų – artima 3000 K. Intensyviausiai Saulė spinduliuoja šviesą, kuriai labiausiai jautri žmogaus akis $(\lambda = 550 \text{ nm})$. Pagal ištisinį spektrą neįmanoma nustatyti šviečiančio kūno medžiagos sudėties.

**Linijinį spektrą** sudaro atskiros siauros spalvotos linijos, kurias skiria plačios juostos. Tai įkaitintų nedidelio slėgio atominių dujų skleidžiamų spindulių spektras. Kiekvienam cheminiam elementui būdingas vis kitoks linijinis spektras. Vadinasi, pagal linijinį spektrą galima nustatyti, kokie cheminiai elementai sudaro vieną ar kitą medžiagą.

**Juostinį spektrą** sudaro atskiros spalvotos juostos, kurias skiria tamsūs tarpai Šis spektras būdingas nesąveikaujančių arba silpnai

sąveikaujančių molekulių spinduliavimui. Molekulinių dujų skleidžiamų spindulių spektras yra juostinis. Tokį spektrą dažniausiai gauname liepsnoje švytint garams ar išlydžio metu švytint dujoms.

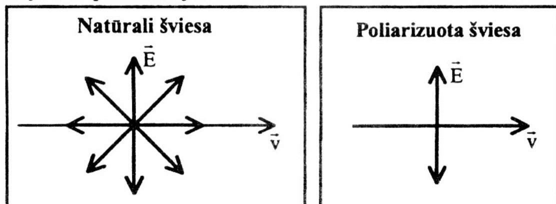
**Absorbcijos spektrą** gauname tada, kai karštos medžiagos skleidžiamus spindulius (sudarančius ištisinį spektrą) leidžiame pro mažai įkaitintas dujas. Tada ištisinio spektro fone atsiranda tai medžiagai būdingos tamsios linijos, vadinamos absorbcijos linijomis. Tamsios linijos kurios nors medžiagos ištisiniame spektre atsiranda todėl, kad dujos sugeria tuos įkaitintos medžiagos skleidžiamus spindulius, kuriuos jos pačios skleidžia įkaitintos. Šviesos absorbcija yra priešingas spinduliavimui procesas. Absorbcijos linijų (tamsių linijų) padėtis atitinka spalvotų linijų padėtį tos pačios medžiagos emisijos spektre. Pagal absorbcijos spektrą galima nustatyti medžiagos sudėtį.

**Spektrinė analizė** – tai medžiagų cheminės sudėties tyrimas pagal jų spektrą. Spektrinės analizės būdu galima aptikti įvairias chemines medžiagas net tada, kai tiriamoje medžiagoje jų yra labai mažas kiekis.

## 3.6. ŠVIESOS POLIARIZACIJA

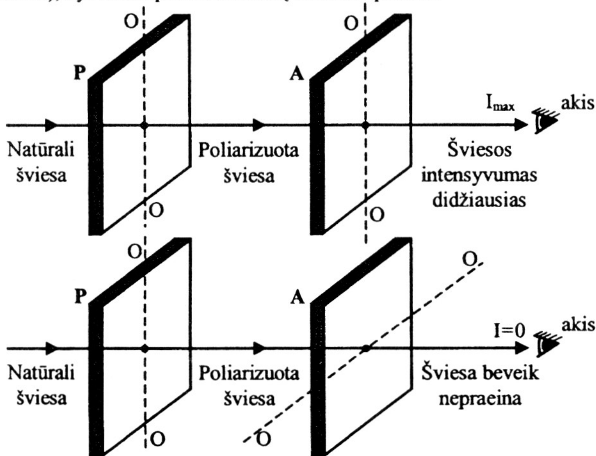
Šviesa yra skersinės bangos. Natūralios šviesos vektoriai $\vec{E}$ ir $\vec{B}$ svyruoja bet kuriose plokštumose, statmenose bangos sklidimo krypčiai.

Natūrali šviesa, perėjusi **poliarizatorių** (pavyzdžiui, turmalino kristalo plokštelę), tampa **poliarizuota**, t.y. jos vektorius $\vec{E}$ svyruoja kurioje nors plokštumoje.



Šviesa, kurioje elektrinio stiprio lauko vektoriaus $\vec{E}$ svyravimai vyksta tiktai vienoje plokštumoje, vadinama **tiesiai poliarizuota**. Tai paaiškinama tuo, kad turmalino kristalo plokštelė praleidžia tik tuos svyravimus, kurie vyksta vienoje plokštumoje.

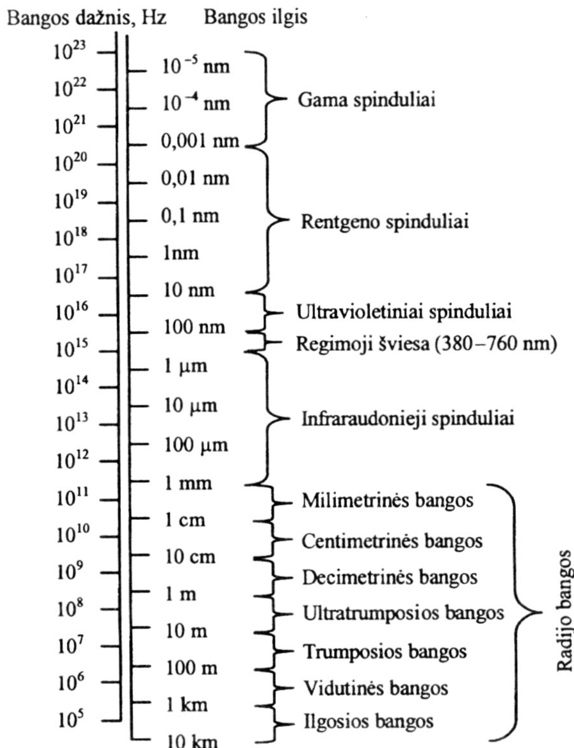
Įsitikinti, kad turmalinas praleidžia tiktai vienoje plokštumoje vykstančius svyravimus, galima atlikus bandymą. Praleidus poliarizuotą šviesą pro antrą turmalino plokštelę (**analizatorių A**), galima matyti, kad poliarizatorių **P** perėjusios šviesos savybės pasikeičia. Jei poliarizatoriaus P ir analizatoriaus A optinės ašys OO yra lygiagrečios, tai sistemą perėjusios šviesos intensyvumas yra didžiausias; jei kristalų optinės ašys OO statmenos viena kitai, tai sistemą perėjusios šviesos intensyvumas yra mažiausias (netgi lygus nuliui), t.y. šviesa pro analizatorių beveik nepraeina.




Natūrali šviesa – nepoliarizuota. Poliarizuota šviesa yra taikoma akinančiam šviesos poveikiui pašalinti. Šviesos poliarizacijos reiškinys įrodo, kad šviesos bangos yra skersinės.

## 3.7. ELEKTROMAGNETINIŲ BANGŲ SKALĖ. INFRARAUDONIEJI, ULTRAVIOLETINIAI, RENTGENO IR GAMA SPINDULIAI

Visas gamtoje egzistuojančias elektromagnetines bangas surašę į vieną eilę pagal jų ilgį (nuo ilgiausių iki trumpiausių), gautume **elektromagnetinių bangų skalę**.



Šiandieną žinomos elektromagnetinės bangos skirstomos į radijo bangas, infraraudonuosius spindulius, regimąją šviesą, ultravioletinius, Rentgeno ir gama spindulius.

Regimoji šviesa užima siaurą (nuo $3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m iki $7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m) bangų ilgio diapazoną. Kuo trumpesnės bangos, tuo ryškesnės jų kvantinės savybės. Taigi **bangų savybės priklauso tik nuo jų ilgio**.

Jautriais termometrais tiriant prizme gautą spektrą, nustatyta, kad visi spinduliai sukelia šiluminį poveikį. Jis yra ir už raudonosios spektro srities, kurios bangos žmogaus akiai nesukelia jokio šviesos įspūdžio. Buvo nustatyta, kad už spektro raudonosios spalvos krašto taip pat yra spindulių. Šie nematomi spinduliai buvo pavadinti **infraraudonaisiais spinduliais** (lot. infra – žemiau, po). Infraraudonųjų spindulių bangos ilgis mažesnis už radijo bangų ilgį, bet didesnis už raudonosios šviesos bangos ilgį ir yra apytiksliai nuo 750 nm iki 1,5 mm.

Infraraudonoji spektro dalis elektromagnetinių bangų skalėje užima apie 10 kartų platesnę juostą negu regimoji.

Infraraudonuosius spindulius skleidžia visi kūnai, kurių temperatūra didesnė negu 0 K. Šildomo kūno infraraudonojo spinduliavimo energija sparčiai didėja.

Būdingiausia infraraudonųjų spindulių savybė – jų šiluminis poveikis. Infraraudonieji spinduliai plačiai naudojami žemės ūkyje, pramonėje ir medicinoje. Šiais spinduliais džiovinami vaisiai, mediena, dažyti gaminiai, pastatų sienos ir kt. Infraraudonieji spinduliai yra biologiškai aktyvūs ir labai reikšmingi biologiniams procesams žmogaus organizme.

Naudojant infraraudoniesiems spinduliams jautrias fotojuostas, galima fotografuoti net ir naktį. Infraraudonieji spinduliai naudojami signalizacijai blogo matomumo sąlygomis, nes šie spinduliai lengvai praeina rūką ir debesis.

**Ultravioletiniais spinduliais** (lot. ultra – virš, už) vadinami nematomi spinduliai, esantys už violetinės regimosios šviesos spektro srities.

Šių spindulių bangos ilgis mažesnis už violetinės šviesos bangos ilgį ir yra nuo 3 nm iki 380 nm.

Ultravioletinius spindulius skleidžia įkaitę kūnai. Kuo aukštesnė kūno temperatūra, tuo didesnis jų spinduliuojamo ištisinio spektro intensyvumas. Ypač stipriai ultravioletinius spindulius spinduliuoja aukštos temperatūros plazma, gaunama išlydžio vamzdeliuose, kurie gaminami iš tuos spindulius praleidžiančio kvarco. Natūralus intensyvių ultravioletinių spindulių spinduliavimo šaltinis yra Saulė ir žvaigždės.

Daugelis medžiagų, kaip antai stiklas, vandens garai – nepraleidžia ultravioletinių spindulių arba juos praleidžia blogai.

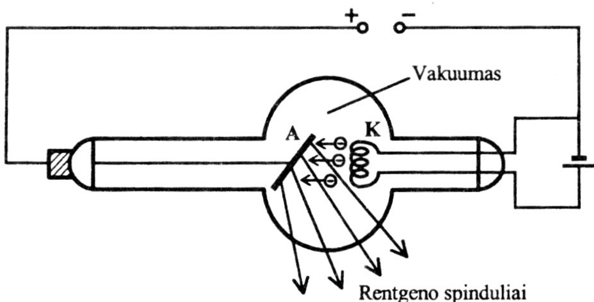
Ypač gerai ultravioletinius spindulius sugeria Žemės atmosferoje esantis ozonas.

Ultravioletiniai spinduliai pasižymi dideliu biologiniu ir cheminiu aktyvumu.

Mažas jų kiekis veikia teigiamai: skatina augimą, vitamino D susidarymą, stiprina organizmą. Ultravioletiniai spinduliai užmuša ligas sukeliančias bakterijas, todėl jie taikomi kai kurioms ligoms gydyti. Tačiau jie ardo akies tinklainę (saulėtomis dienomis patariama nešioti stiklinius akinius nuo saulės), dideli jų kiekiai skatina odos vėžio atsiradimą (prieš deginantis saulėje patartina išsitepti kūną apsauginiu kremu), gali sukelti saulės smūgį. Ultravioletinių spindulių poveikis Žemei vis didėja, nes plonėja ozono sluoksnis.

Dėl cheminio poveikio ultravioletiniai spinduliai taikomi seniems paveikslams restauruoti ir kt.

**Rentgeno spinduliai** (jų bangos ilgis yra nuo 10 nm iki $10^{-3}$ nm) atsiranda stabdant greituosius elektronus vakuuminiame vamzdyje, kuris vadinamas **Rentgeno vamzdžiu**. Jo sandara parodyta paveiksle.




Rentgeno vamzdį sudaro stiklinis balionas, iš kurio išsiurbtas oras, ir du jame įtaisyti elektrodai: anodas ir katodas. Masyvaus anodo galo plokštuma pakrypusi 45° kampu, kad Rentgeno spindulius būtų galima nukreipti į šoną. Įtampa tarp anodo ir katodo siekia kelias dešimtis kilovoltų. Įkaitęs katodas spinduliuoja elektronus, kurie stipraus elektrinio lauko tarp katodo ir anodo pagreitinti, atsimuša į anodą. Staigiai anodo stabdomi elektronai juda su didžiuliu pagreičiu ir išspinduliuoja elektromagnetinius spindulius, kurie pro vamzdžio šoną išlekia į išorę. Šie spinduliai buvo pavadinti Rentgeno spinduliais. Jų ilgis yra mažesnis už ultravioletinių spindulių ilgį.

Be to, Rentgeno spindulius skleidžia radioaktyvūs izotopai, Saulė ir kiti kosminiai kūnai.

Rentgeno spinduliai gana skvarbūs, jų neveikia nei elektrinis, nei magnetinis laukas. Todėl jie taikomi medicinoje įvairiems susirgimams diagnozuoti, kai kurioms ligoms (vėžiui) gydyti, yra

nepamainomi tiriant kaulų lūžius, nustatant kulkų ar skeveldrų vietą organizme. Technikoje šie spinduliai padeda aptikti metalinių detalių defektus: tuštumas, įtrūkimus, priemaišas ir pan.

Detalių, įvairių metalo gaminių defektų nustatymas Rentgeno spindulių pagalba vadinamas **Rentgeno defektoskopija**. Mokslininkai Rentgeno spindulius naudoja neorganinių medžiagų ir organinių junginių struktūrai iššifruoti.

**Gama spinduliai** savo savybėmis yra panašūs į Rentgeno spindulius, tik už juos dar skvarbesni. Tai labai trumpos elektromagnetinės bangos (trumpesnės už Rentgeno spindulius), kurioms ypač būdingos dalelių savybės. Gama spindulius skleidžia radioaktyviosios medžiagos atomai, kurių sužadintieji branduoliai grįžta į normaliąsias būsenas, elementariosios dalelės, virsdamos kitomis, bei stabdomi elektronai, sklindantys medžiaga.

Gama spindulius gali sulaikyti tik storesnis negu 20 cm švino sluoksnis arba kelių metrų storio betono sluoksnis.

* * *

# 4. KVANTINĖ OPTIKA

## 4.1. FOTONAS, BANGOS IR DALELĖS DVEJOPUMAS

Pagal Maksvelo elektromagnetinę teoriją šviesa yra elektromagnetinės bangos. Tai patvirtina šviesos difrakcijos, interferencijos, poliarizacijos reiškiniai. Tačiau XIX a. pabaigoje – XX a. pradžioje paaiškėjo, kad laikant šviesą tiktai elektromagnetinėmis bangomis negalima paaiškinti bandymais pastebėtų šiluminio spinduliavimo dėsningumų. Maksvelo elektrodinamikos požiūriu, įkaitęs kūnas, nuolat spinduliuodamas elektromagnetines bangas, praranda energiją ir turi ataušti iki absoliutinio nulio. Praktiškai to nestebime. Šį prieštaravimą tarp teorijos ir bandymo rezultatų 1900 m. išsprendė vokiečių fizikas Maksas Plankas. Jis teigė, kad įkaitęs kūnas šviesą išspinduliuoja elektromagnetinių bangų pavidalu ne tolygiai, o tam tikromis elektromagnetinės energijos porcijomis – **kvantais** (iš lot. quantum – kiekis). Šviesos kvantai vėliau buvo pavadinti **fotonais.** Taigi fotonas yra ypatinga (elementarioji) šviesos dalelė. Pagal Planką medžiaga sugeria (absorbuoja) šviesą taip pat porcijomis, t.y. kvantais.

Kvantinė optika nagrinėja šviesą, kaip ypatingų dalelių – fotonų – srautą. Pagrindinės fotono charakteristikos yra jo energija ir impulsas. Fotono energija randama taip:

$$\boxed{\varepsilon = mc^2 = h\nu = \frac{hc}{\lambda};}$$

m – fotono masė, c – šviesos greitis vakuume $\left(c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}\right)$, $\nu$ – šviesos elektromagnetinės bangos virpesių dažnis, $\lambda$ – šviesos bangos ilgis vakuume, h – **Planko konstanta:**

$$\boxed{h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s.}$$

Kadangi šviesos elektromagnetinės bangos virpesių kampinis dažnis $\omega = 2\pi\nu$, tai $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ ir fotono energija $\boxed{\varepsilon = \hbar\omega;}$

čia $\boxed{\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}$ – **mažoji Planko konstanta.**

Fotono impulsas randamas taip:

$$\boxed{p = m \cdot c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}.}$$

Iš energijos ir masės sąryšio $\left(E = mc^2\right)$ išplaukia, kad fotono masė

$$\boxed{m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c};}$$

čia E – fotono energija, $\lambda$ – šviesos bangos ilgis vakuume, $\nu$ – šviesos elektromagnetinės bangos virpesių dažnis, c – šviesos greitis vakuume $\left(c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{m}{s}\right)$.

Fotono masė kartu yra elektromagnetinio lauko masė. Fotono rimties masė $m_0 = 0$. Vadinasi, egzistuoja tik judantys fotonai. Kol fotonai egzistuoja, jie juda greičiu c, lygiu šviesos greičiui vakuume. Bet kurioje medžiagoje fotonai taip pat juda greičiu c, t.y. šviesos greičiu vakuume $\left(c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{m}{s}\right)$, nors, kaip žinome, pačios šviesos greitis v medžiagoje yra n kartų mažesnis už šviesos greitį vakuume: $v = \frac{c}{n}$, kur n – medžiagos absoliutinis lūžio rodiklis. Šviesos spinduliavimo intensyvumas nusakomas išspinduliuotų kvantų skaičiumi per laiko vienetą. Šviesos kvantus – fotonus – spinduliuoja medžiagos atomai, pereidami iš sužadintų būsenų su didesne energija į būsenas su mažesne energija. Sąveikos su medžiaga metu gali įvykti fotono

absorbcija (sugėrimas), t.y. fotoną gali absorbuoti (sugerti) medžiagos, į kurią krinta šviesa, atomai. Vykstant fotono absorbcijos procesui, pats fotonas išnyksta, o jo energija pilnutinai perduodama medžiagos kuriam nors atomui. Vadinasi, kvantinės teorijos požiūriu, šviesa turi trūkio struktūrą ir sugeriama taip pat porcijomis.

Fotono (dalelės) savybių išreiškimas bangos parametrais rodo bangos ir dalelės, t.y. šviesos, dvejopumą. Šis šviesos korpuskulinių ir banginių savybių dvejopumas vadinamas **korpuskuliniu – banginiu dualizmu**.

Korpuskulinės (dalelių) ir banginės šviesos savybės papildo vienos kitas ir išreiškia jos sklidimo bei sąveikos su medžiaga dėsningumus.

Šviesos banginės savybės išryškėja interferencijos, difrakcijos ir poliarizacijos reiškiniuose, o korpuskulinės (dalelių) savybės – spinduliavimo ir absorbcijos, t.y. sąveikos su medžiaga, reiškiniuose. Kuo mažesnis šviesos bangos ilgis (didesnis šviesos bangos virpesių dažnis), tuo ryškesnis jos kvantinis pobūdis. Korpuskulinių ir banginių savybių dvejopumas būdingas visiems mikropasaulio objektams. Pavyzdžiui, pastebima elektronų ir neutronų difrakcija ir pan.

## 4.2. FOTOEFEKTAS, JO DĖSNIAI IR TAIKYMAS

Vienas iš šviesos korpuskulinių savybių pasireiškimo pavyzdžių yra **fotoelektrinis efektas (fotoefektas)**. Fotoelektriniu efektu (fotoefektu) vadinamas šviesos dalelių (fotonų) energijos perdavimas medžiagos elektronams, kurie dėl to arba išplėšiami iš medžiagos (**išorinis** fotoefektas), arba joje tampa laisvi (**vidinis** fotoefektas). Fotoefekto reiškinys būdingas šviesos ir kietų bei skystų medžiagų sąveikai.

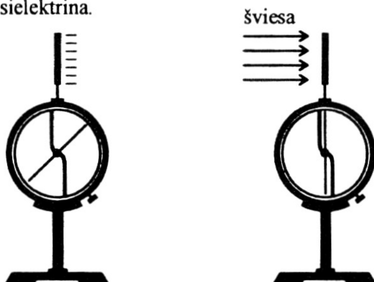
Apšvietus dujas, vyksta fotojonizacija – elektronai išplėšiami iš dujų atomų ar molekulių.

Išorinį fotoefektą 1887 m. atrado vokiečių fizikas H.Hercas, tyrinėdamas kibirkštinį išlydį. Jis pastebėjo, kad apšvitinus

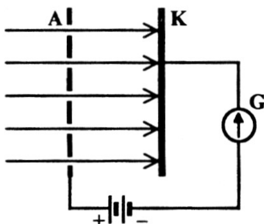
ultravioletiniais spinduliais neigiamai įelektrintą elektrodą, elektrinis išlydis įvyksta esant mažesnei įtampai tarp elektrodų.

Fotoefektą galime stebėti atlikdami tokį paprastą bandymą. Paimkime cinko plokštelę ir pritvirtinkime ją prie elektrometro stiebelio. Cinko plokštelę įelektrinkime neigiamo ženklo krūviu. Elektrometro rodyklė pasisuka. Neigiamai įelektrintą cinko plokštelę apšvietus elektros lanko šviesa, elektrometras greitai išsikrauna.

Tai paaiškinama tuo, kad šviesa išmuša iš neigiamai įelektrintos cinko plokštelės neigiamą krūvį turinčius elektronus, ir cinko plokštelė išsielektrina.



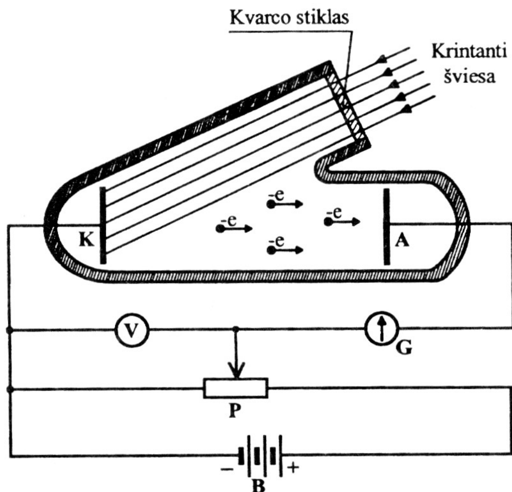

Išorinį fotoefektą 1888 m. detaliau ištyrė rusų mokslininkas A.Stoletovas. Stoletovo įrenginio schema parodyta paveiksle:




Įrenginį sudaro dvi nedidelės plokštelės, įtaisytos vertikaliai viena prieš kitą, galvanometras ir srovės šaltinis – baterija. Viena

plokštelė (plonas metalinis tinklelis) prijungiama prie srovės šaltinio teigiamojo poliaus (ji vadinama anodu A), o kita metalinė (cinko) plokštelė buvo prijungta prie srovės šaltinio neigiamojo poliaus (ji vadinama katodu K).

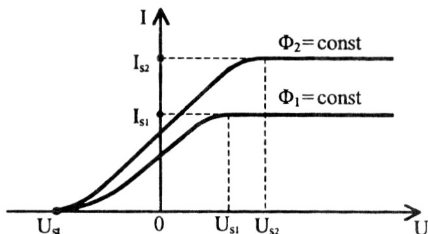
Metalinė (cinko) plokštelė apšviečiama elektros lanko šviesa pro ploną metalinį tinklelį A. Nors grandinė atvira (tarp A ir K yra oro tarpelis), galvanometras G parodo ja tekančios elektros srovės stiprį. Prijungus metalinę plokštelę K prie teigiamojo baterijos poliaus, elektros srovės grandinėje nėra. Vadinasi, šviesa išmuša iš neigiamai įelektrintos plokštelės elektronus, kurie juda link teigiamai įelektrintos plokštelės (anodo A) ir sukuria elektros srovę (fotosrovę) tarp katodo ir anodo (grandinė sujungiama). A.Stoletovas taip pat nustatė, kaip priklauso atsiradusios fotosrovės stiprumas I nuo įtampos U tarp elektrodų. Šiai priklausomybei gauti naudojamas įrenginys, kurio schema pavaizduota šiame paveiksle:



Vakuuminiame stikliniame inde įtaisyti du elektrodai (katodas K ir anodas A), pagaminti iš chemiškai grynų metalų. Pro inde esantį langelį, pagamintą iš kvarco stiklo, katodas K apšviečiamas šviesa. Kadangi kvarcas praleidžia ir ultravioletinius spindulius, tai į katodą patenka tiek regimoji, tiek ir ultravioletinė šviesa. Įtampa tarp elektrodų matuojama voltmetru V, o reguliuojama potenciometru P. Katodas K yra prijungtas prie baterijos neigiamojo poliaus, o anodas A – prie teigiamojo poliaus. Elektros srovės stipris matuojamas galvanometru. Šviesa išplėšia iš katodo elektronus (išorinis fotoefektas), kurie, elektrinio lauko tarp katodo ir anodo pagreitinti, juda link teigiamai įelektrinto anodo. Elektros grandinė tampa uždara.

Iš katodo išlėkę elektronai vadinami **fotoelektronais**, o jų sukurta elektros srovė – **fotosrove**.

Kaip fotosrovė priklauso nuo įtampos tarp elektrodų, kai nevienodas šviesos srautas, rodo paveiksle pateikti grafikai:




Iš grafikų matome, kad nesant įtampos tarp elektrodų, greičiausieji fotoelektronai pasiekia teigiamąjį elektrodą (anodą). Kai į katodą krintantis šviesos srautas nekinta, tai, didinant įtampą tarp elektrodų, didėja ir fotosrovės stipris.

Esant tam tikrai įtampos vertei $U = U_s$, fotosrovės stipris pasiekia maksimalią reikšmę $I = I_s$. Didžiausia fotosrovė, kuri

gaunama nekeičiant šviesos srauto, vadinama **soties srove** (jos stipris lygus $I_s$). Soties srovė gaunama tada, kai visi iš katodo išlėkę fotoelektronai pasiekia anodą. Soties srovės stipris

$$I_s = e \cdot n ;$$

čia n – per sekundę atsirandančių fotoelektronų skaičius,
e – elektrono krūvio modulis.

Vadinasi, soties srovės stipris gali būti kiekybinė fotoefekto charakteristika. Jeigu įtampą tarp katodo ir anodo pradėsime mažinti (nekeisdami į katodą krintančios šviesos srauto), tai fotosrovės stipris pradeda mažėti. Tačiau įdomu tai, kad nesant įtampos tarp elektrodų $(U = 0)$, srovė grandinėje nenutrūksta. Tai paaiškinama tuo, kad į katodą krintantys spinduliai (šviesa) suteikia išplėštiems iš jo elektronams kinetinės energijos. Šios energijos elektronams pakanka tam, kad jie pasiektų anodą. Jeigu pakeisime baterijos poliaringumą (katodą prijungsime prie baterijos teigiamojo poliaus, o anodą – prie neigiamojo), tai elektros srovės stipris mažės, nes elektrinis laukas, esantis tarp elektrodų, trukdys fotoelektronams judėti nuo katodo link anodo. Toliau didinant įtampą (aišku, esant sukeistam baterijos poliaringumui), fotosrovė nutrūksta. Tai įvyksta tada, kai greičiausiojo fotoelektrono kinetinės energijos nepakanka stabdančiojo elektrostatinio lauko jėgoms nugalėti.

Įtampa $U_{st}$, kuriai esant fotosrovė nutrūksta, vadinama **stabdymo įtampa**. Ji priklauso nuo šviesos išplėštų elektronų maksimalios kinetinės energijos, kurios dėka jie gali atlikti darbą prieš stabdančiojo elektrostatinio lauko jėgas ir taip pasiekti anodą. Remdamiesi energijos tvermės dėsniu, galime užrašyti lygybę:

$$\boxed{\frac{mv_{max}^2}{2} = e \cdot U_{st} ;}$$

čia m – elektrono masė, e – elektrono krūvio modulis, $v_{max}$ – išplėštų iš katodo elektronų maksimalus greitis, $\frac{mv_{max}^2}{2}$ – elektronų didžiausia kinetinė energija, $U_{st}$ – stabdymo įtampa.

Taigi matuodami stabdymo įtampą $U_{st}$, galime nesunkiai nustatyti šviesos išplėštų iš katodo elektronų maksimalią kinetinę energiją.

Jeigu įtampa yra žymiai mažesnė už stabdymo įtampą $(U < U_{st})$, tai fotosrovės nėra $(I = 0)$.

Tyrinėdamas soties srovės priklausomybę nuo šviesos srauto, krintančio į katodą, dydžio, Stoletovas nustatė **išorinio fotoefekto dėsnius.**

**Fotoefekto dėsniai**

① Per sekundę iš metalo paviršiaus išplėštų fotoelektronų skaičius, vadinasi, ir soties fotosrovės stipris, tiesiog proporcingas per tą laiką absorbuotai šviesos bangos energijai.

② Maksimali fotoelektronų kinetinė energija priklauso tik nuo šviesos virpesių dažnio (tiesiškai didėja, didėjant šviesos virpesių dažniui) ir elektrono medžiagos savybių, tačiau nepriklauso nuo krintančios šviesos intensyvumo.

③ Kiekvienai medžiagai būdinga **fotoefekto raudonoji riba** – toks minimalus šviesos virpesių dažnis $\nu_{min}$ (arba maksimalus šviesos bangos ilgis $\lambda_{max}$ ), kuris dar sukelia fotoefektą.

Fotoefekto reiškinį 1905 m. paaiškino vokiečių fizikas A.Einšteinas, remdamasis kvantine teorija pagal kurią šviesa išspinduliuojama ir sugeriama atskiromis porcijomis – kvantais. Taigi Einšteinas laikė, kad šviesa yra dalelių (fotonų) srautas. Fotono energija randama pagal Planko formulę:

$$E = h \cdot \nu ;$$

čia h – Planko konstanta $\left(h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s\right)$, $\nu$ – šviesos dažnis.

Medžiagos ir šviesos sąveika pasireiškia daugybe elementarių aktų, kai vienam iš medžiagos elektronų perduodama visa fotono energija. Kai fotono energija $E = h\nu$ didesnė už elektrono išlaisvinimo darbą A, tas elektronas gali išlėkti iš medžiagos. Vadinasi, dalis sugertos šviesos porcijos (fotono) energijos eikvojama išlaisvinimo darbui A atlikti, visa kita sudaro elektrono kinetinę energiją. Didžiausią kinetinę energiją įgyja tie fotoelektronai, kurie sugeria fotonus arti paviršiaus. Kuo didesnis į medžiagą krintančios šviesos srautas, t.y. kuo daugiau krintančių fotonų, tuo daugiau fotoelektronų jie išlaisvina.

Užrašykime energijos tvermės dėsnį fotoefektui:

$$\boxed{h\nu = A + \frac{mv^2}{2}};$$

čia h – Planko konstanta, $\nu$ – šviesos dažnis, A – elektrono išlaisvinimo darbas, m – elektrono masė, v – maksimalus išlaisvintų elektronų greitis, $\frac{mv^2}{2}$ – išlaisvintų elektronų kinetinė energija.

Ši lygtis vadinama **Einšteino lygtimi** fotoefektui.

Einšteino lygtis paaiškina visus fotoefekto dėsnius. Iš jos išplaukia, kad išlėkusių fotoelektronų kinetinė energija $\frac{mv^2}{2}$, o tuo pačiu ir greitis v priklauso tik nuo į medžiagą krintančios šviesos dažnio $\nu$ (arba šviesos bangos ilgio $\lambda$) ir elektrono išlaisvinimo darbo A. Elektrono išlaisvinimo darbas savo ruožtu priklauso nuo medžiagos sudėties ir paviršiaus kokybės. Fotoelektronų kinetinė energija nepriklauso nuo spinduliavimo intensyvumo.

Iš Einšteino lygties matyti, jog tam, kad elektronas būtų išplėštas iš medžiagos, turi būti išpildoma sąlyga $h\nu > A$. Vadinasi, fotoefektas vyksta, kai šviesos dažnis viršija tam tikrą mažiausią vertę $\nu_{min}$. Šis mažiausias šviesos virpesių dažnis $\nu_{min}$, kuris dar sukelia fotoefektą, vadinamas **fotoefekto raudonąja riba.**

Fotoefekto raudonąją ribą atitinkantis šviesos virpesių dažnis randamas iš lygties (fotoefekto sąlygos):

$$\boxed{h\nu_{min} = A,} \quad \text{iš čia} \quad \boxed{\nu_{min} = \frac{A}{h};}$$

čia A – elektrono išlaisvinimo darbas.

Kadangi $\nu_{min} = \dfrac{c}{\lambda_{max}}$, tai fotoefekto raudonąją ribą atitinkantis šviesos bangos ilgis randamas iš lygties:

$$\boxed{h \cdot \frac{c}{\lambda_{max}} = A,} \quad \text{iš čia} \quad \boxed{\lambda_{max} = \frac{hc}{A}.}$$

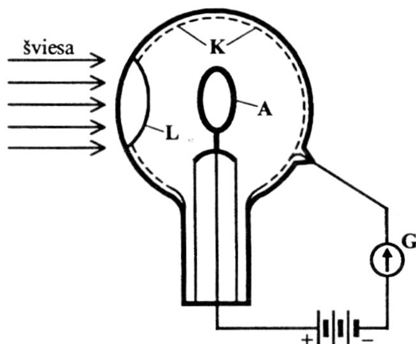
Fotoefekto raudonoji riba priklauso tik nuo elektrono išlaisvinimo darbo A, kuris savo ruožtu priklauso nuo medžiagos. Vadinasi, fotoefekto raudonoji riba kiekvienai medžiagai yra skirtinga.

Pavyzdžiui, tokių metalų, kaip varis, geležis, volframas ir kt., elektrono išlaisvinimo darbas A yra pakankamai didelis. Todėl bangos ilgis $\lambda_{max}$, atitinkantis fotoefekto raudonąją ribą, yra mažas. Vadinasi, šių metalų elektronus gali išlaisvinti tik ultravioletiniai spinduliai $(\lambda_{ultrav} < 3{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m})$. Šarminių metalų (kalio, natrio, cezio) elektrono išlaisvinimo darbas yra mažesnis, o šviesos bangos ilgis $\lambda_{max}$, atitinkantis fotoefekto raudonąją ribą, yra didesnis. Todėl

šarminių metalų elektronus gali išlaisvinti (sukelti fotoefektą) ir regimoji šviesa.

Vidinis fotoefektas būdingas puslaidininkiams. Apšviestame puslaidininkyje atsiranda papildomų krūvio nešėjų, kurie padidina jo elektrinį laidumą. Vidinį fotoefektą gali sukelti ir infraraudonieji spinduliai.

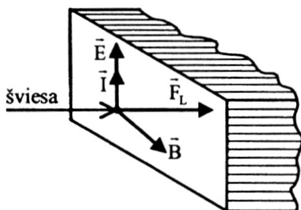
Fotoefektu pagrįstas **fotoelemento** veikimas. Šis prietaisas šviesos energiją paverčia elektros energija. Fotoelementą sudaro stiklinis balionas, kuriame yra vakuumas arba inertinės dujos. Dalis vidinio baliono paviršiaus padengta šviesai jautriu sluoksniu (plonu sluoksniu metalo, turinčio mažą elektrono išlaisvinimo darbą). Šis sluoksnis yra fotoelemento katodas K. Baliono centre yra vielinio žiedo arba disko formos anodas A. Katodas prijungiamas prie srovės šaltinio (baterijos) neigiamojo poliaus, o anodas – prie teigiamojo. Šviesa į baliono vidų patenka pro šviesai skaidrų langelį L. Apšvietus šviesai jautrų metalo sluoksnį (katodą K), atsiranda srovė, kurios stipris proporcingas apšviestumui. Galvanometras G rodo elektros srovės stiprį.



Fotoelementai naudojami kine garsui iš kinojuostos atkurti, televizijoje vaizdo signalams paversti elektriniais signalais, šviesos stiprumui ar apšviestumui matuoti (fotometruose ir liuksmetruose). Fotoelementai įmontuojami į **fotoreles**, kurios automatiškai įjungia ir išjungia gatvių apšvietimo elektros srovės grandinę, saugo darbininkus nuo gamybinių traumų, kontroliuoja gamybinį procesą ir pan.

## 4.3. ŠVIESOS SLĖGIS. P.LEBEDEVO BANDYMAI

Vienas iš šviesos poveikių yra slėgimas. Šviesa slegia energiją atspindinčius ir ją sugeriančius kūnus, molekules bei atomus. Šviesos slėgio egzistavimą 1873 m. numatė anglų fizikas Dž.Maksvelas, remdamasis elektromagnetine šviesos teorija.




Elektromagnetinės bangos elektrinio lauko veikiami elektronai kūnuose svyruoja išilgai tiesės, kurioje yra elektrinio lauko stiprio vektorius $\vec{E}$. Susidaro elektros srovė, kurios kryptis sutampa su elektrinio lauko stiprumo vektoriaus $\vec{E}$ kryptimi. Elektromagnetinės bangos magnetinis laukas (jo indukcija lygi $\vec{B}$) veikia judančius elektronus (srovę) Lorenco jėga $\vec{F}_L$. Pagal kairiosios rankos taisyklę Lorenco (slėgimo) jėga nukreipta šviesos sklidimo kryptimi statmenai apšviečiamo kūno paviršiui. Taigi šviesa, krintanti į kūną, slegia jį. Šviesos slėgis yra labai mažas. 1873 m. Dž.Maksvelis teoriškai

apskaičiavo, kad Saulės spinduliai, krisdami į juodą paviršių turi sudaryti $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ Pa slėgį.

Lengviausia šviesos slėgį paaiškinti remiantis kvantine teorija. Šiuo požiūriu jis suprantamas kaip suminis impulsas, kurį fotonai perduoda kūno paviršiaus ploto vienetui per sekundę.

Šviesos slėgis išreiškiamas lygtimi:

$$p = \frac{P_o(1+R)}{c};$$

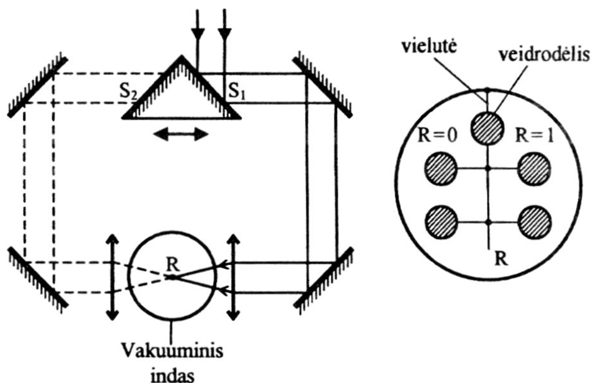
čia $P_o$ – krintančios elektromagnetinės bangos galia, tenkanti paviršiaus ploto vienetui, R – atspindžio koeficientas, c – šviesos greitis.

Jei paviršius, į kurį krinta šviesa, yra veidrodinis, tai $R = 1$ ir šviesos slėgis $p = \frac{2P_o}{c}$. Jei paviršius visiškai neatspindi šviesos, t.y. visiškai ją sugeria (absoliučiai juodas kūnas), tai šviesos slėgis $p = \frac{P_o}{c}$. Vadinasi, veidrodinius paviršius šviesa slegia du kartus stipriau negu visiškai jos neatspindinčius paviršius.

Jei į šviesą atspindintį (sugeriantį) paviršių, kurio plotas lygus S, per laiką t patenkanti šviesos energija yra E, tai krintančios elektromagnetinės bangos galia skaičiuojama pagal formulę:

$$P_o = \frac{E}{S \cdot t}.$$

Pirmasis šviesos slėgį 1899 m. eksperimentiškai išmatavo rusų fizikas P.Lebedevas. Jis pakaitomis nukreipdavo iš stipraus elektros lanko sklindančios šviesos spindulius į vakuuminiame inde ant plono stiklinio siūlelio pakabintą skritulėlių sistemą R, kurią sudarė šviesūs ir tamsūs 5 mm skersmens skritulėliai, išsidėstę simetriškai siūlelio atžvilgiu. Šviesa, sklindanti iš vieno šviesos šaltinio, pakaitomis krisdavo į skritulėlį, tai iš vienos, tai iš kitos pusės.




Šviesos sklidimo kryptis keičiama išilgai slankiojant veidrodžius $S_1$ ir $S_2$. Išmatavus sistemos pasukimo kampą, apskaičiuojamas šviesos slėgis. P.Lebedevo gauta šviesos slėgio vertė tik apie 20 % tesiskyrė nuo Maksvelo teoriškai apskaičiuotosios.

Vėliau Lebedevas išmatavo ir nustatė, kad šviesa slegia dujų molekules šimtus kartų mažiau negu kietuosius kūnus.

## 4.4. CHEMINIS ŠVIESOS VEIKIMAS IR JO TAIKYMAS

Cheminio šviesos veikimo esmę sudaro dėl šviesos poveikio vykstantys cheminiai procesai. Atskiros molekulės sugeria šviesos energiją $h\nu$ dydžio porcijomis. Regimosios šviesos ir ultravioletinių spindulių energijos pakanka daugeliui molekulių suskaidyti. Tuo pasireiškia cheminis šviesos veikimas. Audinių išblukimas saulėje, kūnų įdegimas – tai šviesos cheminio veikimo pavyzdžiai. Veikiant šviesai vyksta jungimosi reakcijos. Cheminės reakcijos vyksta augalų lapuose ir žolėse.

Svarbiausias gamtoje vykstantis fotocheminis procesas – **fotosintezė**.

Augalų lapuose ir žolėse esančio chlorofilo molekulės sugeria iš oro anglies dioksido dujas ir suskaido jų molekules į anglies ir deguonies atomus. Deguonį augalai išskiria į aplinką, o prie anglies atomų prijungia kitų elementų atomus, patekusius iš žemės per šaknis.

Šitaip susidaro baltymų, riebalų ir angliavandenių molekulės. Išskirtąjį deguonį gyvūnai vėl paima, o į aplinką išskiria anglies dioksidą ir t.t. Vadinasi, fotosintezė palaiko gyvybę Žemėje. Fotosintezės metu Saulės šviesos energija virsta organinių junginių chemine energija, kuri sunaudojama medžiagų apykaitai ir kitoms funkcijoms.

Fotocheminėmis reakcijomis šviesai jautriuose sluoksniuose (pavyzdžiui, sidabro bromide) pagrįsta **fotografija**. Fotografuojamo objekto atspindėta šviesa suskaido AgBr molekules, dėl to atsiranda gryno sidabro dalelių. Kur patenka daugiau šviesos, ten suskyla daugiau molekulių ir dėl to atsiranda daugiau gryno sidabro. Specialių medžiagų tirpalais (ryškalais) juostelė ryškinama (atsiskiria sidabras). Gaunamas negatyvinis daikto vaizdas (negatyvas), kuriame šviesios daiktų dalys būna tamsios, o tamsios – šviesios. Kad toks vaizdas daugiau nereaguotų į šviesą, jis fiksuojamas – likę sidabro bromido kristalėliai ištirpdomi ir išplaunami. Nuotraukai gauti negatyvas dedamas virš šviesai jautraus (fotografinio) popieriaus ir apšviečiamas. Pro negatyvą praėję šviesos spinduliai popieriuje sukuria slaptąjį daikto atvaizdą. Po to jis ryškinamas ir fiksuojamas. Taip gaunama pozityvinė nuotrauka. Iš vieno negatyvo galima padaryti daug įvairaus dydžio nuotraukų.

Kuo mažesnis šviesos bangos ilgis, tuo ryškesnis cheminis šviesos veikimas. Todėl kino juostas, fotojuostas ir fotonuotraukas galima ryškinti raudonoje šviesoje.

Šviesa sukelia ir regėjimo pojūtį. Šviesos veikiama jautri tinklainės ląstelėse (maždaug 120 mln. lazdelių ir 6 mln. kolbelių) esanti medžiaga suskyla, o skilimo produktai dirgina nervų galūnes sukeldami šviesos pojūtį.

# VI. RELIATYVUMO TEORIJOS ELEMENTAI

## 1. EINŠTEINO RELIATYVUMO TEORIJOS POSTULATAI

XIX amžiaus pabaigoje fizikos teorija susidūrė su rimtomis kliūtimis. Elektromagnetiniams reiškiniams nagrinėti naudojant klasikinės mechanikos dėsnius, kilo vis naujų sunkumų. Norėdami paaiškinti naujus eksperimentinius faktus, fizikai kūrė daugybę prielaidų. Pavyzdžiui, elektromagnetinių bangų sklidimo teorijoje buvo svarbi **eterio** sąvoka. Tuo metu elektromagnetiniai reiškiniai buvo aiškinami, remiantis mechanikos dėsniais, ir buvo laikoma, jog elektromagnetinėms bangoms sklisti reikalinga aplinka – eteris. Buvo manoma, kad Maksvelo elektrodinamikos lygtys teisingos atskaitos sistemoje, nejudančioje eterio atžvilgiu. Atrodė, kad, skirtingai nuo Niutono klasikinės mechanikos lygčių, kurios galiojo visose inercinėse atskaitos sistemose, Maksvelo elektrodinamikos lygtims reikalinga tam tikra išskirtinė atskaitos sistema.

1905 m. Einšteinas paskelbė, kad visus tariamus prieštaravimus tarp mechanikos ir elektrodinamikos galima pašalinti teorija, pagrįsta dviem postulatais:

**Pirmasis postulatas – šviesos greičio pastovumo principas**: šviesos greitis vakuume (c) yra vienodas visose inercinėse atskaitos sistemose ir nepriklauso nei nuo šviesos signalo šaltinio, nei nuo stebėtojo (imtuvo) greičio. Greitis c yra didžiausias bet kurių signalų sklidimo greitis $\left(c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}\right)$, t.y. šviesos greitis vakuume yra maksimalus sąveikos perdavimo greitis gamtoje.

**Antrasis postulatas – reliatyvumo principas:** visi fizikiniai reiškiniai (gamtos procesai) bet kurių inercinių atskaitos sistemų atžvilgiu vienodomis sąlygomis vyksta vienodai. Jokiais fizikiniais

bandymais, atliekamais uždaroje inercinėje atskaitos sistemoje, negalima nustatyti, ar ta sistema nejuda, ar juda tolygiai ir tiesiai.

Taigi Einšteino reliatyvumo principas išplečia Galilėjaus reliatyvumo principą, apibūdinantį mechaninius reiškinius.

Remiantis šiais postulatais sukurta teorija, taikoma visoms be pagreičio judančioms sistemoms, buvo pavadinta **specialiąja reliatyvumo teorija**. Sudėtingesnį atvejį, kai sistemos juda su pagreičiu, nagrinėja **bendroji reliatyvumo teorija**, kurios mes neaptarinėsime.

Einšteino reliatyvumo teorija nutiesė tiltą tarp mechanikos ir elektromagnetizmo ir suvienijo abi didžiąsias klasikinės fizikos teorijas.

Einšteino specialioji reliatyvumo teorija – naujas mokslas apie erdvę ir laiką, pakeitęs klasikinę teoriją.

Einšteinas atsisakė ankstesnės nuomonės, jog erdvė ir laikas yra visiškai skirtingos ir nesusijusios sąvokos. Mat iki XX a. pradžios buvo laikomasi klasikinio požiūrio į erdvę ir laiką:

- laikas absoliutus – judėjimas neturi jam jokios įtakos;
- ilgis absoliutus – judančio kūno matmenys nesikeičia.

Einšteino požiūriu mes gyvename ne trimatėje erdvėje, kuriai pridedame laiką; iš tikrųjų erdvės ir laiko koordinatės yra tarpusavyje susijusios ir sudaro keturmatę **erdvės-laiko** sistemą.

Reliatyvumo teorija nagrinėja erdvės ir laiko dėsningumus, būdingus visiems fizikiniams procesams ir pasireiškiančius, kūnams judant greičiais, artimais šviesos greičiui vakuume. Taigi reliatyvistinius efektus įmanoma pastebėti tik tada, kai greičiai yra artimi šviesos greičiui, tuo tarpu mūsų mąstymas pagrįstas patirtimi kasdieninio gyvenimo, kuriame su tokiais dideliais greičiais niekada nesusiduriame. Jei gyventume didelių greičių pasaulyje, reliatyvumo teorijos teiginiai būtų natūralūs ir lengvai suvokiami.

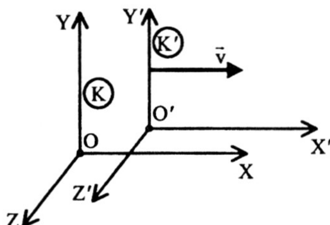
## 2. RELIATYVISTINĖ KINEMATIKA

Iš dviejų Einšteino postulatų nesunku išvesti (šio išvedimo čia nepateiksime) lygtis, siejančias erdvines koordinates ir laiką dviejose atskaitos sistemose, **tolygiai** judančiose viena kitos atžvilgiu.

Sakykime, turime dvi atskaitos sistemas K ir K'. Atskaitos sistema K' juda išilgai Ox ašies pastoviu greičiu v sistemos K atžvilgiu. Tada erdvines koordinates ir laiką abiejose sistemose sieja lygtys:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Šias transformacijų lygtis pirmasis išvedė A.Lorencas, remdamasis keliomis išankstinėmis prielaidomis, kurias vėliau Einšteinas pakeitė paprastais postulatais; todėl jos vadinamos **Lorenco transformacijų** lygtimis.




Lorenco transformacijų lygtis galima užrašyti ir taip:

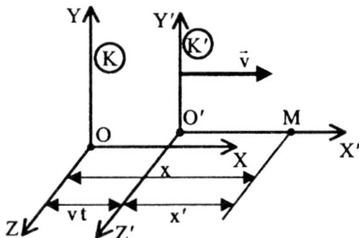
$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Vadinasi, jei stebėtojas sistemoje K nustato kokio nors kūno koordinates x, y, z laiku t, tai stebėtojas sistemoje K' nustato to paties kūno koordinates x', y', z' laiku t'. Pastebėkime, kad abiejų sistemų reliatyviam greičiui statmenomis kryptimis erdvines koordinatės yra tos pačios abiejose sistemose (mūsų atveju $x = x'$, $y = y'$).

Lorenco transformacijų lygtys rodo, kad jei kūnas juda išilgai Ox ašies, tai ne tik jo koordinatės x ir x' priklauso nuo laiko $(t' \text{ ir } t)$ ir sistemos K' judėjimo greičio v, bet ir **pats laikas priklauso nuo koordinačių ir greičio v.**

Kai judančios sistemos greitis v nejudančios sistemos K atžvilgiu yra mažas palyginti su šviesos greičiu c, tai $\frac{v}{c} << 1$, t.y. $\frac{v}{c} \approx 0$ ir daliklis $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ praktiškai lygus vienetui. Taigi, kai $v << c$, Lorenco transformacijos tampa **Galilėjaus transformacijomis**:

$$x' = x - vt\ ,\ y' = y\ ,\ z' = z\ ,\ t' = t\ ;$$
$$x = x' + vt\ ,\ y = y'\ ,\ z = z'\ ,\ t = t'\ .$$

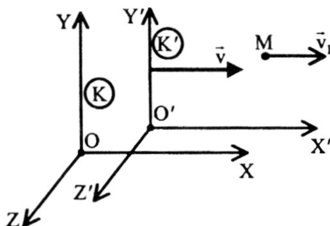



Remiantis Lorenco transformacijomis, Einšteino reliatyvumo principą galima suformuluoti taip: visi fizikos dėsniai, aprašantys bet kuriuos fizikinius reiškinius, yra vienodi (turi tą patį pavidalą) visose inercinėse atskaitos sistemose.

Užrašysime reliatyvistinį greičių sudėties dėsnį. Jei materialusis taškas M juda išilgai OX ašies inercinių atskaitos sistemų K ir K' atžvilgiu, be to, pati atskaitos sistema K' juda nejudančios sistemos K atžvilgiu, tai **reliatyvistinis greičių sudėties dėsnis** atrodo taip:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}};$$

čia v – kūno greitis nejudančios koordinačių sistemos K atžvilgiu, $v_1$ – kūno greitis judančios koordinačių sistemos K' atžvilgiu, $v_2$ – pačios judančios sistemos K' greitis nejudančios sistemos K atžvilgiu.




Jei greičiai $v_1$ ir $v_2$ maži, palyginti su šviesos greičiu (judėjimas įprastinis mechaninis), t.y. $\frac{v_1}{c} << 1$ ir $\frac{v_2}{c} << 1$, tai dėmuo $\frac{v_1 v_2}{c^2} << 1$ ir jo galima nepaisyti. Tada reliatyvistinis greičių sudėties dėsnis tampa įprastiniu Niutono mechanikos greičių sudėties dėsniu: $v = v_1 + v_2$.

Iš reliatyvistinio greičių sudėties dėsnio seka, kad greitis v negali būti didesnis už šviesos greitį c, t.y. arba $v = c$, arba $v < c$.

Jeigu vienas iš greičių lygus šviesos greičiui, pavyzdžiui, $v_1 = c$, tai

$$v = \frac{c + v_2}{1 + \frac{cv_2}{c^2}} = \frac{c + v_2}{1 + \frac{v_2}{c}} = \frac{c + v_2}{\frac{c + v_2}{c}} = c .$$

Šis rezultatas rodo, kad šviesos greitis vienodas visiems stebėtojams, nes kad ir kokį greitį $v_2$ pridėtume prie c, pagal reliatyvistinį greičių sudėties dėsnį visada gautume c.

Net jeigu $v_1 = c$ ir $v_2 = c$, vis tiek $v = c$.

**Pavyzdys.** Iš tolstančio nuo Žemės kosminio laivo jo judėjimo kryptimi paleidžiama raketa. Judančią atskaitos sistemą K' susiekime su kosminiu laivu, o nejudančią atskaitos sistemą K – su Žeme. Sakykime, raketos greitis kosminio laivo atžvilgiu (judančios atskaitos sistemos K' atžvilgiu) yra $v_1 = 0{,}75\,c$, o kosminio laivo (su juo susietos judančios atskaitos sistemos K') greitis Žemės atžvilgiu (nejudančios atskaitos sistemos K atžvilgiu) yra $v_2 = 0{,}75\,c$.

Tada raketos greitis Žemės atžvilgiu (nejudančios atskaitos sistemos K, susietos su Žeme, atžvilgiu) lygus

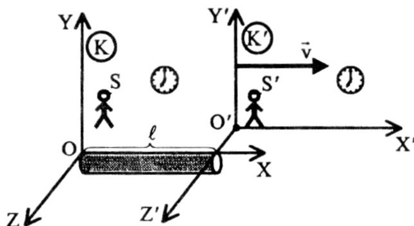
$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}, \text{ t.y. } v = \frac{0{,}75\,c + 0{,}75\,c}{1 + \frac{0{,}75\,c \cdot 0{,}75\,c}{c^2}} = 0{,}96\,c .$$

Vadinasi, nors paprasta abiejų greičių $v_1$ ir $v_2$ suma būtų didesnė už šviesos greitį, bet tikrasis raketos greitis Žemės atžvilgiu yra truputį už jį mažesnis.

* * *

Toliau panagrinėkime du svarbiausius reliatyvumo teorijos rezultatus – kūno ilgio sumažėjimą (kūno sutrumpėjimą) ir laiko sulėtėjimą judančiose atskaitos sistemose.

Sakykime, kad turime $\ell$ ilgio strypą, gulintį išilgai nejudančios atskaitos sistemos K ašies OX taip, kad jo vienas galas yra tos sistemos pradžioje O (žr. paveikslą).




Rasime, kokį šio strypo ilgį išmatuoja stebėtojas S greičiu v judančioje sistemoje K'. Sistemos K' stebėtojas jį matuoja šitaip: jis nustato laiką, reikalingą jo sistemos pradžiai O' nueiti išilgai strypo. Šio laiko tarpo pradžia yra tas laiko momentas, kai sistemų K ir K' pradžios O ir O' sutampa; tada $t_1 = 0$ ir $t_1' = 0$. Tuo momentu, kai koordinačių pradžia O', judėdama greičiu v, pasiekia strypo galą, sistemos K laikrodis rodo laiką $t_2$, o sistemos K' laikrodžio – $t_2'$. Sistemos K stebėtojas randa, kad taškas O' nuėjo kelią $\ell$ greičiu v.

Vadinasi, $t_2 = \dfrac{\ell}{v}$.

Laiko tarpas, kurį išmatuoja sistemos K' stebėtojas, lygus

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - \dfrac{v}{c^2}\cdot \ell}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}, \text{ nes } t_1' = 0 \text{ ir } x_2 = \ell .$$

Vietoje $t_2$ įrašę $\dfrac{\ell}{v}$, gauname

$$\Delta t' = \frac{\frac{\ell}{v} - \frac{v}{c^2}\ell}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{\ell}{v} - \frac{v^2}{c^2}\cdot\frac{\ell}{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{\ell}{v}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\ell}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ .$$

Padauginę abi šios lygybės puses iš v ir pastebėję, kad $v\Delta t' = \ell'$ (čia $\ell'$ – judančios sistemos K' stebėtojo išmatuotas strypo ilgis), galutinai gauname: $\ell' = \ell\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Taigi darome išvadą, kad stebėtojas S', judantis strypo atžvilgiu, galutinai pamatys jį $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ kartų trumpesnį (t.y. susitraukusį palyginti su strypu, kurį mato stebėtojas S, nejudantis strypo atžvilgiu.

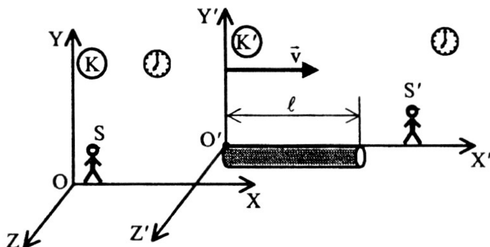
Taigi kūno ilgio sumažėjimas judančiose atskaitos sistemose išreiškiamas tokia lygybe:

$$\boxed{\ell' = \ell\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ ;}$$

čia $\ell$ – kūno ilgis atskaitos, atskaitos sistemoje K, kurios atžvilgiu kūnas nejuda, $\ell'$ – to paties kūno ilgis atskaitos sistemoje K', judančioje greičiu v sistemos K atžvilgiu, c – šviesos greitis vakuume.

Dabar sakykime, kad tas pats $\ell$ ilgio strypas yra padėtas išilgai judančios atskaitos sistemos K' ašies OX' taip, kad jo vienas galas yra tos sistemos pradžioje O'. Šiuo atveju judančios sistemos K' atžvilgiu strypas nejuda, o nejudančios atskaitos sistemos K atžvilgiu strypas juda greičiu v kartu sus sistema K'. Galime suformuluoti du klausimus? Kokį šio strypo ilgį išmatuos stebėtojas S, esantis

nejudančioje atskaitos sistemoje K? Ar šis strypo ilgis skirsis nuo ilgio, kurį išmatuoja judančios atskaitos sistemos K' stebėtojas S' (stebėtojas S' juda greičiu v kartu su pačia sistema K').




Pasirodo, kad sistemos K stebėtojas S, kurio atžvilgiu strypas juda greičiu v, pamato strypą $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ kartų trumpesnį, negu atskaitos sistemos K' stebėtojas S'. Vadinasi, ir šiuo atveju galioja ta pati formulė:

$$\boxed{\ell' = \ell \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ ;}$$

čia $\ell$ – strypo ilgis atskaitos sistemoje K', kurios atžvilgiu strypas nejuda, $\ell'$ – to paties strypo ilgis atskaitos sistemoje K, kurios atžvilgiu strypas juda greičiu v (kartu sus sistema K'), c – šviesos greitis vakuume.

Taigi strypo sutrumpėjimo efektas yra visiškai simetriškas abiejų stebėtojų atžvilgiu: judančios atskaitos sistemos K' stebėtojas, judantis kartu su šia sistema, mato, kad sutrumpėja strypas, nejudantis sistemoje K, o nejudančios atskaitos sistemos K stebėtojas taip pat mato, kad sutrumpėja strypas, nejudantis sistemoje K' (tačiau judantis greičiu v nejudančios sistemos K atžvilgiu). Aišku, pirmuoju atveju

strypas yra susietas su nejudančia atskaitos sistema K (strypas nejuda sistemos K atžvilgiu), o antruoju atveju – su judančia atskaitos sistema K' (dabar strypas nejuda sistemos K' atžvilgiu).

**Pavyzdys.** Stebėtojas juda pro metrinę liniuotę greičiu, lygiu pusei šviesos greičio. Kokį liniuotės ilgį jis išmatuos?

$$\ell' = \ell\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,, \quad \ell' = \ell\sqrt{1-\frac{\left(\frac{c}{2}\right)^2}{c^2}} = \ell\sqrt{1-0{,}25} = \ell\cdot\sqrt{0{,}75}\,;$$

$$\ell' = 1\,\text{m}\cdot\sqrt{0{,}75} = 0{,}866\ \text{m}\,,\ \text{arba}\ \ell' = \mathbf{86{,}6\ cm}\,.$$

Aišku, tokį pat liniuotės ilgį išmatuotų ir kitas stebėtojas, kurio atžvilgiu liniuotė judėtų greičiu, lygiu pusei šviesos greičio.

Tarkime, kad stebėtojo greitis metrinės liniuotės atžvilgiu sumažėjo iki $30\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (apie $100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$). Kokį liniuotės ilgį jis išmatuos dabar?

$$\ell' = \ell\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,,$$

$$\ell' = 1\ \text{m}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{3\cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2} = 0{,}99999999999995\ \text{m}\,,\ \text{arba}$$

$$\ell' = 99{,}999999999995\ \text{cm}$$

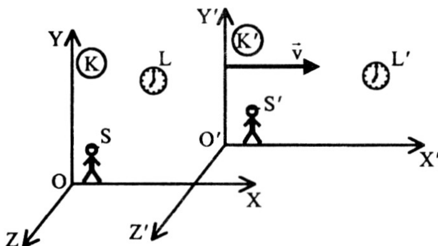
Matome, kad reliatyvistinis sutrumpėjimas praktiškai nepastebimas mūsų kasdieninėje aplinkoje.

* * *

Judąs ir nejudąs stebėtojai S ir S' ne tik išmatuoja skirtingus matuojamų kūnų ilgius, bet ir negali sutarti dėl abiejų sistemų laikrodžių ėjimo greičio. Pažymėkime $\Delta t$ – laiko tarpą tarp dviejų įvykių, įvykstančių viename ir tame pačiame nejudančios inercinės atskaitos sistemos K taške, o $\Delta t'$ – laiko tarpą tarp tų pačių įvykių inercinėje atskaitos sistemoje K', judančioje greičiu v minėtos sistemos K atžvilgiu. Einšteino specialiojoje reliatyvumo teorijoje įrodoma, kad laiko tarpas $\Delta t'$ greičiu v judančioje atskaitos sistemoje susijęs su laiko tarpu $\Delta t$ sistemoje, kuri stebėtojo atžvilgiu nejuda, šia lygtimi:

$$\boxed{\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};}$$

čia c – šviesos greitis vakuume.




Vadinasi, nejudančios atskaitos sistemos K stebėtojas S (jis nejuda sistemos K atžvilgiu) užfiksuoja tokį faktą: laiko intervalas $\Delta t'$, išmatuotas greičiu v judančios atskaitos sistemos laikrodžiu L', yra $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ kartų ilgesnis negu laiko intervalas $\Delta t$, išmatuotas

nejudančios atskaitos sistemos laikrodžiu L. Savo ruožtu judančios atskaitos sistemos stebėtoja S' (jis nejuda sistemos K' atžvilgiu, tačiau juda greičiu v sistemos K atžvilgiu) pastebi, kad laiko intervalas, išmatuotas judančios sistemos K' laikrodžiu L' yra $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ kartų ilgesnis, negu laiko intervalas, išmatuotas nejudančios atskaitos sistemos laikrodžiu L.

Taigi nejudančios sistemos K stebėtojo požiūriu judančios sistemos K' laikrodis L' eina **lėčiau**, negu jo paties laikrodis L. Savo ruožtu sistemos K' stebėtojas žiūrėdamas į sistemos K laikrodį L, padarys išvadą, kad jis eina lėčiau negu jo paties laikrodis L'. Taigi bet kuriam stebėtojui atrodo, kad jo atžvilgiu judąs laikrodis eina lėčiau negu toks pat, tik nejudąs jo atskaitos sistemoje laikrodis.

* * *

## 3. RELIATYVISTINĖ DINAMIKA

Didėjant kūno greičiui, masė m didėja. Reliatyvistinė kūno masė apskaičiuojama pagal formulę

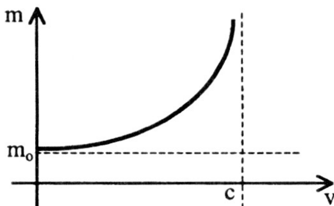
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

čia $m_0$ – kūno rimties masė.

Kai $v \to c$, reliatyvistinė masė m neribotai didėja $(m \to \infty)$. Iš reliatyvistinės masės m skaičiavimo formulės išplaukia išvada, kad materialaus kūno greitis negali pasiekti šviesos greičio arba jį viršyti, nes, kai $v = c$, daugiklis $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ pasidaro lygus nuliui ir m pasidaro be galo didelė. Begalinė masė neturi fizikinės prasmės, todėl turime sutikti, kad materialūs kūnai visada juda greičiais, mažesniais už šviesos greitį.

Kūno masė m labai nedaug tesiskiria nuo jo rimties masės $m_0$, kol greitis v ne didesnis kaip keli procentai šviesos greičio. Todėl masės reliatyvistinio didėjimo, didėjant greičiui, negalima pastebėti, kol tie greičiai yra įprastiniai (sutinkami kasdieniniame gyvenime). Galima pastebėti tik elementariųjų dalelių, greitintuvuose įsibėgėjusių iki didelių greičių, masės padidėjimą.

Kūno masės priklausomybės nuo greičio grafikas atrodo taip:



**Pavyzdys.** Rasime, kokiu greičiu juda elementarioji dalelė, kurios masė yra 10 kartų didesnė už rimties masę?

Taikome formulę $m=\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Masė m lygi $10m_o$, t.y. $m=10m_o$. Todėl

$$10m_o=\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\text{ arba }\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{1}{10}.$$

Šios lygybės abi puse pakėlę kvadratu, gauname:

$1-\frac{v^2}{c^2}=0{,}01$, arba $\frac{v^2}{c^2}=0{,}99$. Iš šios lygybės $v=\sqrt{0{,}99}\cdot c$, t.y. $\mathbf{v=0{,}995\ c}$.

Didėjant greičiui, kūno impulsas taip pat didėja. Reliatyvistinis kūno impulsas randamas pagal formulę:

$$\boxed{\vec{p}=\frac{m_o\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};}$$

čia $m_o$ – kūno rimties masė, t.y. kūno masė, kai $v = 0$.

Pagrindinis dinamikos dėsnis – antrasis Niutono dėsnis kūnui, kurio greitis v artimas šviesos greičiui c, užrašomas taip:

$$\boxed{\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\vec{F}_{atstoj.};}$$

čia $\vec{p}=\frac{m_o\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ – reliatyvistinis impulsas, $\Delta\vec{p}$ – reliatyvistinis impulso pokytis.

Pagrindinio dinamikos dėsnio forma nepakito – jis užrašomas klasikiniu pavidalu.

Niutono klasikinės mechanikos dėsniai – ribiniai reliatyvistinės dinamikos dėsniai, kai greitis v yra daug mažesnis už šviesos greitį c $(v << c)$.

* * *

Kūno pilnutinės energijos ir jo masės sąryšį išreiškia **Einšteino formulė**:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

čia E – kūno pilnutinė energija, m – greičiu v judančio kūno masė, $m_0$ – kūno rimties $(v = 0)$ masė, c – šviesos greitis vakuume.

Einšteino formulė rodo, kad pilnutinė energija yra proporcinga kūno masei.

Kai $v = 0$, tai iš Einšteino formulės išplaukia, kad $E_0 = m_0 c^2$, t.y. kiekvienas nejudantis kūnas taip pat turi energijos, proporcingos rimties masei $m_0$ jau vien todėl, kad egzistuoja. Nejudančio kūno energija $E_0 = m_0 c^2$ vadinama jo **rimties energija.**

Rimties energijos ir judėjimo (t.y. kinetinės) energijos suma yra kūno **pilnutinė energija**:

$$E = E_0 + E_{kin}, \quad \text{arba} \quad mc^2 = m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2}.$$

Pakitus kūno energijai, pakinta ir jo masė, ir, atvirkščiai, pakitus kūno masei, pakinta ir jo energija:

$$\Delta E = c^2 \cdot \Delta m.$$

Ši lygtis išreiškia branduolinės energijos gavimo esmę: kintant branduolio masei, išsiskiria energija. Tam reikalui branduoliai ne tik skaldomi, bet ir jungiami.

# VII. ATOMAS IR ATOMO BRANDUOLYS

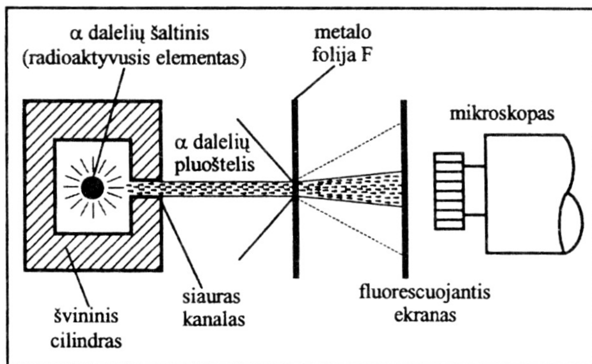
## 1. ATOMO FIZIKA

### 1.1. REZERFORDO BANDYMAS. BRANDUOLINIS ATOMO MODELIS

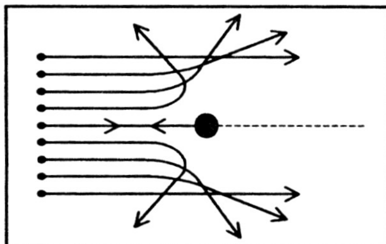
Graikų filosofas Leukipas ir jo mokinys Demokritas (460-370 m. pr. Kr.) pirmieji iškėlė idėją, jog visos medžiagos sudarytos iš pirminių nematomų materialiųjų dalelių – atomų. 1808 m. anglų fizikas ir chemikas Dž. Daltonas iškėlė idėją, kad atomas yra mažiausia cheminio elemento dalelė, kuri skiriasi nuo kitų cheminių elementų atomų savo mase. Atominę medžiagos sandarą galutinai patvirtino periodinė elementų sistema, kurią nepriklausomai vienas nuo kito 1869 m. sukūrė vokiečių chemikas L.Mejeris ir rusų chemikas Dmitrijus Mendelejevas, bei Brauno judesių teorija. Vėliau paaiškėjo, kad atomas yra dalomas ir sudarytas iš smulkesnių dalelių. Tai įrodo 1858 m. atrasti katodiniai spinduliai, 1896 m. radioaktyviųjų medžiagų spinduliavimas ir 1897 m. atrastas elektronas.

Nustačius, kad atomai tikrai egzistuoja, buvo siūloma daug modelių jų sandarai paaiškinti. Pirmą atomo modelį 1903 m. pasiūlė garsus anglų fizikas Džozefas Džonas Tomsonas. Šis modelis vadinamas mechaniniu atomo modeliu. Pagal Tomsoną atomas yra mažas rutuliukas, kuriame teigiamas atomo krūvis užima visą atomą ir pasiskirstęs jame vienodu tankiu. Šiame teigiamą krūvį turinčiame rutuliuke – teigiamo krūvio debesėlyje – yra išsidėstę elektronai. Taigi atomas yra panašus į keksą su razinomis (razinos atitinka elektronus). Toks Tomsono atomo modelis tiko paaiškinti reiškiniams, kuriuose atomo sandara nevaidino jokio vaidmens.

Pirmus eksperimentais pagrįstus duomenis apie atomo sandarą 1906 m. gavo anglų fizikas E.Rezerfordas. Jis atliko bandymą, kurio supaprastinta schema pavaizduota paveiksle:




Radioaktyvaus elemento (radžio arba urano) skleidžiamas α dalelių pluoštelis statmenai krinta į metalo (aukso, platinos, vario) foliją F. Perėjusios foliją ir išsklaidytos α dalelės pateko į pusiau skaidrų ekraną, padengtą fluorescuojančia medžiaga (cinko sulfatu). Ta ekrano vieta, į kurią pataikydavo α dalelė, trumpai sušvytėdavo. Ekranas buvo stebimas per mikroskopą. Rezerfordas pastebėjo, kad daugelis foliją praėjusių α dalelių arba skrieja pradine kryptimi, arba nukrypsta mažu kampu. Tik kai kurios dalelės nukrypsta didesniu negu 90° kampu (žr. paveikslą).



Tokie nelaukti bandymo rezultatai paskatino Rezerfordą pasiūlyti hipotezę apie **branduolinį atomo modelį**, kuris primena Saulės sistemą. Pagal šį modelį atomo centre yra teigiamas branduolys, kuriame sutelkta beveik visa atomo masė, o apie jį, panašiai kaip planetos aplink Saulę, juda elektronai.

Taigi sritis, nuo kurios $\alpha$ dalelės ypač smarkiai atstumiamos, yra teigiama. Toks atomo modelis dar vadinamas **planetiniu modeliu.**

Atomą sudaro **branduolys ir elektronų apvalkalas**.

Atomų spindulys siekia $0{,}53 \cdot 10^{-10}$ – $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ m, o branduolių spindulys – $1{,}3 \cdot 10^{-15}$ – $9 \cdot 10^{-15}$ m.

Atomų masė kinta nuo $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg (vandenilio) iki $3{,}95 \cdot 10^{-25}$ kg (urano).

Didžiausia atomų masės dalis (apie 99,9 %) sukoncentruota branduolyje, kurio tankis labai didelis – $(1{,}4 - 1{,}8) \cdot 10^{17}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Elektronų apvalkalo dalelė – elektronas – yra elementarioji dalelė, turinti vieną neigiamąjį elementarųjį krūvį $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ir rimties masę $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Elektronų skaičius atome lygus cheminio elemento eilės numeriui periodinėje D.Mendelejevo cheminių elementų sistemoje.

## 1.2. BORO VANDENILIO ATOMO MODELIS. BORO POSTULATAI. KAIP ATOMAS IŠSPINDULIUOJA IR ABSORBUOJA ENERGIJĄ?

Paprasčiausias yra vandenilio atomas. Jis sudarytas iš branduolio, kurio krūvis +e, ir vieno elektrono. Elektronas juda orbita, veikiamas įcentrinės jėgos, kuri lygi elektrostatinės sąveikos jėgai:

$$\boxed{\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}.$$

Remiantis šia lygtimi, galima nesunkiai rasti elektrono orbitinį greitį v.

Kai orbitos spindulys $r \approx 10^{-10}$ m, tai elektrono greitis $v \approx 10^{6}\ \frac{m}{s}$, o įcentrinis pagreitis $a \approx 10^{22}\ \frac{m}{s^2}$.

Remiantis klasikine elektrodinamikos teorija, su pagreičiu judantis elektronas turėtų spinduliuoti elektromagnetines bangas, o jo energija turėtų tolygiai mažėti. Judėdamas sraigtine linija, elektronas nukristų ant branduolio. Tačiau taip neatsitinka, atomai yra stabilūs ir gali spinduliuoti ar sugerti energiją ne tolygiai, o diskretiškai, porcijomis. Taigi klasikinės fizikos dėsniai netinka atomo elektronų judėjimui aprašyti. Išeitį iš susidariusios situacijos rado danų fizikas N.Boras. Jis sukūrė teoriją, kuri neatmeta ir klasikinės fizikos teiginių.

Boro teorija grindžiama dviem postulatais, kurie vadinami **Boro postulatais.**

**Pirmasis Boro postulatas (stacionarinių būsenų postulatas).** Atomas gali būti tik ypatingų stacionarinių, arba kvantinių, būsenų, kurių kiekvieną atitinka tam tikra energija $E_n$. Stacionarinės būsenos atomas nespinduliuoja ir nesugeria energijos.

**Antrasis boro postulatas (dažnių taisyklė).**

Pereidamas iš didesnės energijos $E_k$ stacionarinės būsenos į mažesnės energijos $E_n$ stacionarinę būseną, atomas išspinduliuoja vieną elektromagnetinės energijos kvantą – fotoną, kurio energija lygi tų būsenų energijų skirtumui:

$$h\nu_{kn} = E_k - E_n;$$

čia h – Planko konstanta.

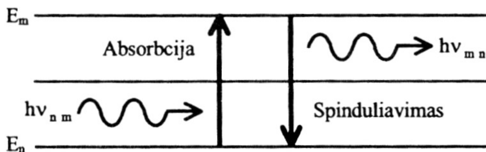
Iš šios formulės gauname, kad spinduliavimo dažnis:

$$\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h} = \frac{E_k}{h} - \frac{E_n}{h}.$$

Kai $E_k > E_n$, fotonas išspinduliuojamas, kai $E_k < E_n$, fotonas absorbuojamas.

Sugerdamas tokio dažnio energijos kvantą, atomas peršoka į didesnės energijos stacionarinę būseną.

Galimos atomo energijos reikšmės vadinamos **atomo energijos lygmenimis.** Jie diagramoje žymimi horizontaliomis linijomis.




Pirmasis Boro postulatas prieštarauja:

1) klasikinei mechanikai, kuri teigia, kad judančių elektronų energija gali būti bet kokia;
2) Maksvelo elektrodinamikai, nes teigia, jog elektronai gali judėti su pagreičiu, visiškai nespinduliuojami elektromagnetinių bangų.

Antrasis Boro postulatas prieštarauja Maksvelo elektrodinamikai, nes teigia, jog išspinduliuotos šviesos dažnis nusako ne elektronų judėjimo pobūdį, o tik atomo energijos pokytį.

Stacionarinių orbitų spinduliai $r_n$ randami remiantis **Boro orbitų spindulių kvantavimo taisykle:** stacionarinėmis laikomos tos atomo būsenos, kai apskritiminėmis orbitomis skriejančių elektronų impulso momento modulis proporcingas Planko konstantai, t.y. gali įgyti eilę diskrečių verčių:

$$\boxed{mv_n r_n = \frac{nh}{2\pi},} \quad \text{arba} \quad \boxed{mv_n r_n = n\hbar.}$$

čia m – elektrono masė, $v_n$ – elektrono greitis n-ojoje Boro orbitoje vandenilio atome, $r_n$ – atitinkamos orbitos spindulys, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ J · s – mažoji Planko konstanta, n = 1, 2, 3, ....

Natūralusis skaičius n vadinamas **pagrindiniu kvantiniu skaičiumi.** Pagrindinis kvantinis skaičius n nurodo numerį orbitos, kuria gali suktis elektronas.

Savo postulatus N.Boras pritaikė paprasčiausiai atominei sistemai – vandenilio atomui, kurį sudaro branduolys – protonas – ir vienas elektronas. Jeigu laikysime, kad elektronas juda apie vandenilio atomo branduolį apskritimine orbita, tai, remdamiesi taisykle Boro orbitų spindulių kvantavimo taisykle ir klasikinės fizikos dėsniais, galėsime nesunkiai rasti stacionarinių, galimų elektrono judėjimo orbitų spindulius $r_n$. Judantį elektroną veikia Kulono jėga (įcentrinė jėga):

$$F_k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{e^2}{r_n^2}; \quad (1)$$

čia e – elektrono krūvio modulis, lygus branduolio (protono) krūviui $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ – elektrinė konstanta.

Ši jėga suteikia orbita judančiam elektronui įcentrinį pagreitį:

$$a_{ic} = \frac{v_n^2}{r_n}. \quad (2)$$

Remiantis antruoju Niutono dėsniu:

$$F_k = m \cdot a_{ic};$$

čia $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg – elektrono masė. Įrašę į šią lygybę $F_k$ ir $a_{ic}$ išraiškas iš (1) ir (2) lygybių gauname:

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}, \text{ arba}$$

$$mv_n^2 r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}. \qquad (3)$$

Iš Boro orbitų spindulių kvantavimo taisyklės $mv_n r_n = n\hbar$ išreikškime greitį $v_n$, kuriuo skrieja elektronas n – ąja Boro orbita:

$$v_n = \frac{n\hbar}{mr_n}, \qquad (4)$$

čia $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ J·s – mažoji Planko konstanta.

(4) formulę statome į (3) lygybę ir randame n – tosios Boro orbitos spindulį:

$$m \cdot \left(\frac{n\hbar}{mr_n}\right)^2 \cdot r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}, \text{ arba}$$

$$\frac{n^2\hbar^2}{mr_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}, \text{ t.y.}$$

$$\boxed{r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2}.} \qquad (5)$$

Į šią formulę įrašę konstantų e, m, $\varepsilon_0$, $\hbar$ ir $\pi$ reikšmes, gauname, kad

$$\boxed{r_n = n^2 \cdot 0{,}528 \cdot 10^{-10} \text{ m},} \text{ t.y. } \boxed{r_n = n^2 \cdot r_1,}$$

kai n = 1, 2, 3, ...

Kai $n = 1$ gauname, kad elektrono pirmosios Boro orbitos (mažiausios orbitos) spindulys yra $\mathbf{r_1 = 0{,}528 \cdot 10^{-10}}$ **m**.

Antrosios Boro orbitos (n = 2) spindulys $r_2 = 2^2 \cdot r_1$, trečiosios (n = 3) – $r_3 = 3^2 \cdot r_1$ ir t.t. Apskaičiavę gauname, kad

$r_2 = 2{,}112 \cdot 10^{-10}$ m, $r_3 = 4{,}752 \cdot 10^{-10}$ m ir t.t.

Kvantinėje mechanikoje elektrono orbita suprantama kaip geometrinė vieta taškų, kuriuose didžiausia tikimybė aptikti elektroną atome. Didžiausia tikimybė aptikti elektroną normaliosios būsenos (mažiausios energijos) vandenilio atome yra tada, kai elektrono atstumas nuo branduolio lygus pirmosios Boro orbitos spinduliui $r_1 = 0{,}528 \cdot 10^{-10}$ m.

Elektrono greitį $v_n$, kuriuo jis juda n – ąja Boro orbita, galime rasti iš (3) lygybės:

$$\boxed{v_n = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r_n}}\ ;} \qquad (6)$$

čia $r_n$ – n-osios Boro orbitos spindulys.

Jeigu iš Boro orbitų spindulių kvantavimo taisyklės $m v_n r_n = n\hbar$ išreikšime Boro orbitos spindulį $r_n = \frac{n\hbar}{m v_n}$ ir jo išraišką įstatysime į (6) lygybę, tai gausime lygybę:

$$v_n = \sqrt{\frac{e^2 m v_n}{4\pi\varepsilon_0 m n\hbar}}, \text{ arba } v_n^2 = \frac{e^2 \cdot v_n}{4\pi\varepsilon_0 n\hbar}, \text{ t.y.}$$

$$\boxed{v_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 n\hbar}.}$$

Surašę konstantų e, $\varepsilon_0$ ir $\hbar$ skaitines reikšmes, gauname:

$$\boxed{v_n = \frac{2{,}18769 \cdot 10^6}{n} \frac{m}{s},} \qquad \text{kai } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Remiantis klasikine Niutono mechanika, pilnoji elektrono energija, kai jis skrieja n – tąja Boro orbita, lygi jo kinetinės energijos $E_k$ ir elektrono sąveikos su branduoliu potencinės energijos $E_p$ sumai:

$$E_n = E_k + E_p = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r_n}, \text{ kai } n = 1, 2, 3, \ldots \quad (7)$$

Elektrono potencinė energija $E_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r_n}$ yra neigiama, nes nulinis atskaitos lygmuo yra begalybėje ir elektronui artėjant prie branduolio jo potencinė energija mažėja. Įrašę į (7) lygybę elektrono greičio kvadrato reikšmę $v_n^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o m r_n}$, gauname, kad elektrono pilnutinė energija

$$E_n = \frac{me^2}{2 \cdot 4\pi\varepsilon_o m r_n} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r_n} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_o r_n}, \quad \text{kai } n = 1, 2, 3, \ldots \quad (8)$$

Ši formulė apibrėžia pilnutinę elektrono energiją, kai elektronas skrieja n –ąja Boro orbita.

Jei į (8) formulę įrašysime $r_n$ išraišką iš (6) formulės, tai gausime kitą elektrono pilnutinės energijos skaičiavimo formulę:

$$E_n = -\frac{1}{(4\pi\varepsilon_o)^2} \cdot \frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad \text{kai } n = 1, 2, 3, \ldots \quad (9)$$

Ši formulė apibrėžta atomo stacionarinių būsenų energijos vertes (**energijų lygmenis**).

Kai $n = 1$, tai mažiausioji energijos vertė, atitinkanti pirmąjį energijos lygmenį, lygi $E_1 = -2{,}168 \cdot 10^{-18}\ J = -13{,}53\ eV$.

Vadinasi, vandenilio atomo **jonizacijos energija** lygi 13,53 eV.

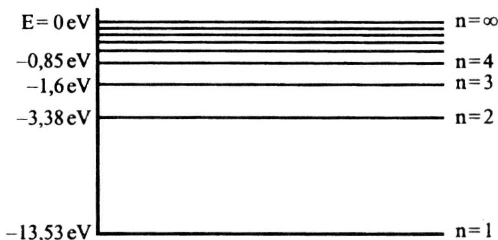
Vandenilio atomo stacionarinė būsena, atitinkanti pirmąjį energijos lygmenį $E_1$, vadinama **pagrindine (normaliąja) stacionarine būsena**.

Šioje būsenoje atomas gali būti neribotai ilgą laiko tarpą.

Stacionarinės vandenilio atomo būsenos, atitinkančios energijos lygmenis $E_2$, $E_3$, ..., $E_n$ ($n > 1$) vadinamos **sužadintomis.** Vandenilio atomo sužadintųjų stacionarinių būsenų ($n = 2, 3, ...$) energija $E_n$ ($n > 1$) išreiškiama lygtimi:

$$\boxed{E_n = -\frac{E_1}{n^2},} \quad \text{kai } n = 2, 3, \ldots$$

Stacionarines būsenas atitinkantys energijos lygmenys energetinėje diagramoje žymimi horizontaliomis linijomis. Jie atitinka elektrono energiją, kai šis skrieja aplink branduolį n-ąja stacionarine orbita:




Sužadintųjų stacionarinių būsenų trukmė labai maža ($10^{-8}$ s eilės). Per šį laiką elektronas suspėja apsisukti apie branduolį šimtą milijonų kartų. Peršokant elektronams iš tolimesnių orbitų į artimesnes (iš didesnės energijos lygmenų į mažesnes), atomas išspinduliuoja atitinkamo dydžio elektromagnetinės energijos kvantą – **spektrinę liniją.**

Visi vandenilio atomo spinduliavimo dažniai randami iš lygybės:

$$\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right);$$

Dydis $R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} = 3{,}29 \cdot 10^{15} s^{-1}$ – vadinamas **Rydbergo konstanta.**

Atitinkamų spektrinių linijų visuma sudaro **spektrinę seriją.**

**Pavyzdžiui, Laimono serija (ultravioletinė sritis)** išspinduliuojama, kai elektronai iš didesnės energijos lygmenų pereina į lygmenį, kurio n = 1. Todėl šios serijos spektrinių linijų dažniai tenkina sąlygą:

$$\nu_{k1} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{k^2}\right), \quad \text{kai } k = 2, 3, 4, ....$$

**Balmerio serija (regimoji šviesa)** išspinduliuojama, kai elektronai iš didesnės energijos lygmenų pereina į lygmenį, kurio n = 2. Balmerijos serijos spektrinių linijų dažniai tenkina sąlygą:

$$\nu_{k2} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2}\right), \quad \text{kai } k = 3, 4, ....$$

**Pašeno serija (infraraudonoji sritis)** išspinduliuojama, kai elektronai iš didesnės energijos lygmenų pereina į lygmenį, kurio n = 3. Pašeno serijos spektrinių linijų dažniai tenkina sąlygą:

$$\nu_{k3} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{k^2}\right), \quad \text{kai } k = 4, 5, ....$$

**Breketo serija (infraraudonoji sritis)** išspinduliuojama, kai elektronai iš didesnės energijos lygmenų pereina į lygmenį, kurio n = 4. Breketo serijos spektrinių linijų dažniai tenkina sąlygą:

$$\nu_{k4} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$ kai $k = 5, 6, ....$

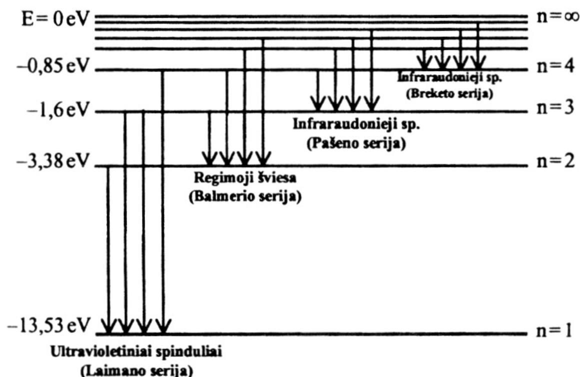
**Pfundo serija (infraraudonoji sritis)** išspinduliuojama, kai elektronai iš didesnės energijos lygmenų pereina į lygmenį, kurio $n = 5$. Pfundo serijos spektrinių linijų dažniai tenkina sąlygą:

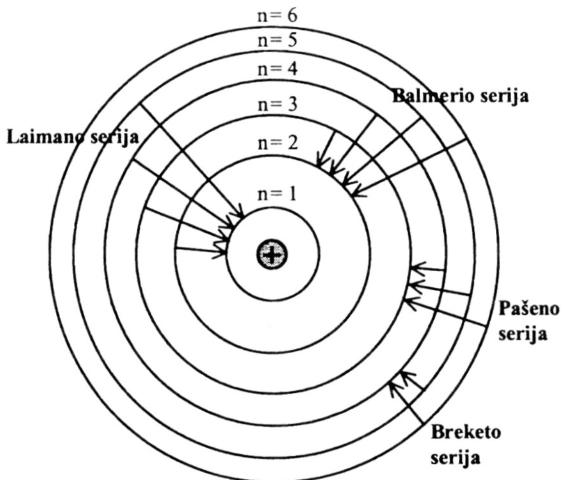
$$\nu_{k5} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$ kai $k = 6, 7, ....$

Vandenilio atomo spinduliuojamos bangos ilgis randamas remiantis formule:

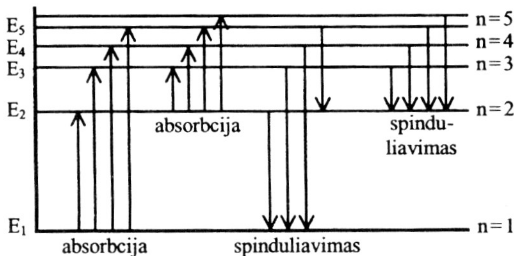
$$\frac{1}{\lambda_{kn}} = \frac{\nu_{kn}}{c} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right);$$

čia $R_H = \frac{R}{c} = 1{,}1 \cdot 10^7\,\text{m}^{-1}$ – Rydbergo konstanta, $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – šviesos greitis vakuume.





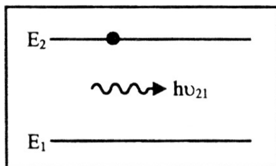

Elektromagnetinės energijos kvanto **sugėrimas (absorbcija)** yra priešingas spinduliavimui procesas. Sugėręs elektromagnetinės energijos kvantą (fotoną), atomas pereina iš mažesnės energijos lygmenų į aukštesnės energijos lygmenis.

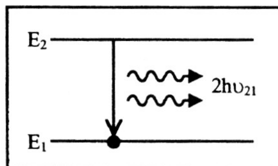


## 1.3. LAZERIS

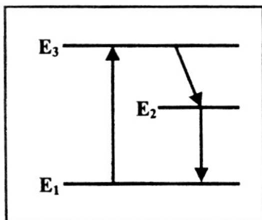
**Lazeris** – tai regimosios šviesos kvantinis generatorius. Jo skleidžiama šviesa yra monochromatinė, koherentinė ir kryptinga. Tokia šviesa gaunama dėl **indukuotojo,** arba **priverstinio,** atomų spinduliavimo.

Jei pro sužadintą atomą pralekia šviesos kvantas (fotonas), tai atomas pereina iš didesnės energijos kvantinio lygmens į mažesnės energijos lygmenį, išspinduliuodamas tokį pat ta pačia kryptimi lekiantį fotoną, ir ta aplinka sklindanti šviesa sustiprėja.




Į sužadintą atomą krintančios ir jo išspinduliuotos šviesos dažnis, fazė bei poliarizacija yra tokie patys. Kad vyktų priverstinio spinduliavimo procesas, aplinkoje sužadintų dalelių turi būti daugiau negu normaliosios ar mažiau sužadintos būsenos dalelių. Paprastai lazeris veikia panaudojus trijų ir daugiau lygmenų kvantinę sistemą.

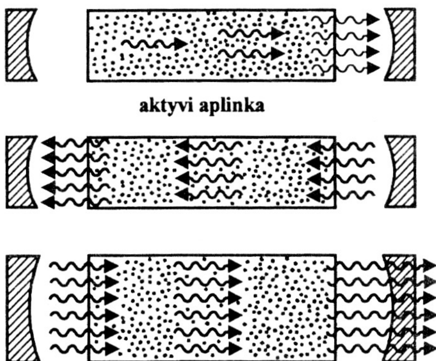



Trijų lygmenų sistemoje žadinamos dalelės iš normaliosios $E_1$ energijos būsenos pereina į $E_3$ energijos būseną, kol abiejų būsenų dalelių skaičius tampa vienodas.

Trečiajame lygmenyje sistema būna labai trumpai, maždaug $10^{-8}$ s, po to, nespinduliuodama savaime pereina į 2 būseną. Šioje būsenoje gyvavimo trukmė $10^{-3}$ s. Veikiama elektromagnetinių bangų, sistema pereina iš 2 būsenos į 1 būseną ir kartu išspinduliuoja elektromagnetines bangas.

Lazerio aktyvi aplinka gali būti kristalai, dujos, puslaidininkiai. Atomai žadinami blykstės šviesa arba kitomis elektromagnetinėmis bangomis.

Dujiniame lazeryje aktyvioji aplinka (dujos) patalpinama tarp dviejų lygiagrečių veidrodžių. Kelis kartus perėjusi aktyviąją aplinką, elektromagnetinė banga labai sustiprėja. Tokiu būdu sustiprintas fotonų srautas pereina pusiau skaidrų veidrodį ir siauru spinduliu išeina iš lazerio.




Siauras lazerio spindulys naudojamas ryšiuose (ypač kosminiuose), medicinoje, mašinų gamyboje, melioracijoje, statybose, holografijoje (tūriniams vaizdams gauti) ir kitose srityse.

* * *

# 2. ATOMO BRANDUOLIO FIZIKA

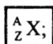
## 2.1. ATOMO BRANDUOLIO SANDARA. IZOTOPAI

Atomas susideda iš branduolio ir elektronų apvalkalo. Atomų branduoliai sudaryti iš teigiamąjį krūvį turinčių protonų ir neutralių dalelių – neutronų. Kartu protonai ir neutronai vadinami **nukleonais.** Protonas (p) yra elementarioji dalelė, kurios krūvis lygus vienam teigiamajam elementariajam krūviui ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C), o rimties masė ($m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg) yra apie 1836 kartus didesnė už elektrono masę.

Neutronas (n) yra elektros krūvio neturinti elementarioji dalelė. Jos masė yra 1839 kartus didesnė už elektrono masę (apytiksliai lygi protono masei).

Branduolyje sukoncentruota beveik visa atomo masė ir visas teigiamasis krūvis. Branduolių matmenys priklauso nuo juos sudarančių nukleonų skaičiaus. Branduolio skersmuo yra $10^{-14} - 10^{-15}$ m eilės, o atomo spindulys yra $10^{-10}$ m eilės.

Atomo branduolys žymimas taip:



$^{A}_{Z}X;$

čia X – cheminio elemento simbolis,

Z – protonų skaičius branduolyje (jis lygus elemento eilės numeriui Mendelejevo periodinėje elementų sistemoje).

$A = Z + N$ – masės skaičius (jis lygus branduolį sudarančių protonų skaičiaus Z ir neutronų skaičiaus N sumai).

**Pavyzdžiui,** užrašas $^{235}_{92}U$ žymi urano branduolį, kuris sudarytas iš 92 protonų (apvalkale 92 elektronai) ir 143 (235 – 92 = 143) neutronų.

**Izotopai** – to paties cheminio elemento atomai, kurių branduoliai turi vienodą protonų skaičių Z, bet skirtingą neutronų skaičių N ir masės skaičių A. Dauguma elementų turi po keletą izotopų.

**Pavyzdžiui,** urano izotopai yra $^{235}_{92}U$, $^{238}_{92}U$, $^{239}_{92}U$. Gamtoje aptinkami trys vandenilio izotopai, kurie skiriasi vieni nuo kitų neutronų skaičiumi ir turi atskirus pavadinimus. Gamtoje daugiausiai yra įprasto vandenilio ($^{1}_{1}H$). Sunkusis vandenilis, arba deuteris ($^{2}_{1}H$, arba $^{2}_{1}D$) sudaro tik 0,015 % įprasto vandenilio. Dar rečiau pasitaiko nestabilaus tričio ($^{3}_{1}H$, arba $^{3}_{1}T$): $10^{18}$ vandenilio $^{1}_{1}H$ atomų tenka vienas tričio atomas.

Natūrali chemiškai gryna medžiaga yra jos izotopų mišinys. Pavyzdžiui, chloras yra dviejų izotopų, kurių masės skaičiai 35 ir 37, mišinys. Mišinyje jų yra atitinkamai 75 % ir 25 %. Todėl chloro santykinė atominė masė išreiškiama trupmeniniu skaičiumi.

Dabar žinoma apie tris šimtus stabilių ir apie du tūkstančius nestabilių (radioaktyvių) izotopų.

Tam, kad nukleonai laikytųsi branduolyje ir šis nesuirtų veikiamas stiprių stūmos jėgų tarp teigiamą krūvį turinčių protonų, reikia ir labai stiprių traukos jėgų. Tarp nukleonų veikiančios ypatingos jų sąveikos – traukos – jėgos vadinamos **branduolinėmis jėgomis.**

Šios jėgos labai stiprios. Pavyzdžiui, branduolinės traukos jėgos, veikiančios branduolyje tarp dviejų protonų yra apytiksliai 100 kartų stipresnės už tarp jų veikiančias elektrostatines stūmos jėgas. Branduolinės jėgos yra stipriosios sąveikos pavyzdys. Šios jėgos veikia mažu atstumu – $10^{-14}$–$10^{-15}$ m. Tačiau didėjant atstumui tarp nukleonų, branduolinės jėgos greitai silpnėja ir beveik išnyksta, kai atstumas padidėja daugiau kaip $3 \cdot 10^{-15}$ m. Vadinasi, nukleonas branduolyje sąveikauja tik su artimiausiais kaimyniniais nukleonais, ir

tai atliekama pasikeičiant dalelėmis tarpininkėmis pi – mezonais ( $\pi$ – mezonais), kurie gyvuoja taip trumpai, jog toliau perduoti branduolinę sąveiką nesuspėja. $\pi$ mezonų masė yra apytiksliai 200 kartų didesnė, negu elektronų masė.

Branduolinių jėgų prigimtis nėra galutinai išaiškinta. Nustatyta, kad jos yra pakaitinės, t.y. nukleonai pasikeičia tarpinėmis dalelėmis, kurios atsiranda jų virsmų metu.

## 2.2. BRANDUOLINĖS JĖGOS. BRANDUOLIO RYŠIO ENERGIJA

Branduolinės jėgos labai stipriai laiko nukleonus vienas nuo kito. Todėl, norint suskaidyti branduolį į nukleonus, reikia atlikti didelį darbą, t.y. suteikti branduoliui nemažai energijos.

Energija, kurios reikia branduoliui visiškai suskaidyti į nukleonus, vadinama **branduolio ryšio energija.** Pagal energijos tvermės dėsnį tokio pat dydžio energija išsiskiria ir protonams bei neutronams jungiantis į branduolį. Taigi branduolio ryšio energija lygi energijai, kuri išsiskiria, susidarant branduoliui iš atskirų dalelių (nukleonų).

Branduolio rimties masė visada mažesnė už jį sudarančių nukleonų rimties masių sumą: $m_b < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$. Šis masių skirtumas vadinamas **branduolio masės defektu:**

$$\boxed{\Delta m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - m_b;} \quad (1)$$

čia $m_p$ – protono rimties masė, $m_n$ – neutrono rimties masė, $m_b$ – branduolio masė, Z – protonų skaičius branduolyje, N – neutronų skaičius branduolyje.

Branduolio masės defektas visada yra teigiamas: $\Delta m > 0$. Kadangi $N = A - Z$, tai (1) formulę galime perrašyti taip:

$$\boxed{\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_b.}$$

Pritaikius Einšteino masės ir energijos sąryšio lygtį ( $E = mc^2$ ), gauname, kad branduolio ryšio energija proporcinga jo masės defektui:

$$\boxed{E_r = c^2 \cdot \Delta m = (Zm_p + (A - Z)m_n - m_b) \cdot c^2;}$$

c – šviesos greitis vakuume ( $c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}$ ).

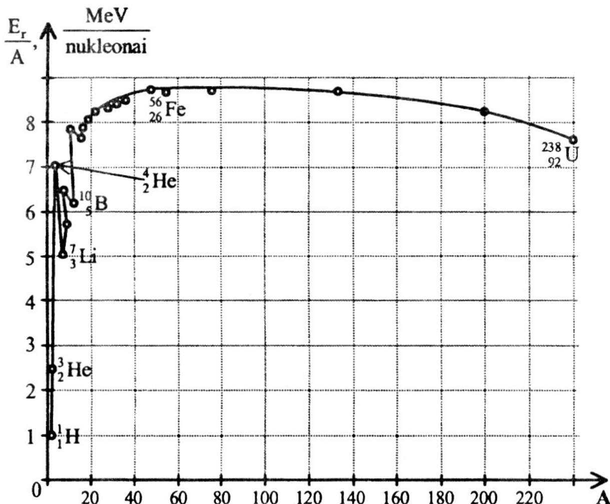
Branduolio ryšio energija dažnai išreiškiama atomo mase. Tada vietoj branduolio masės $m_b$ rašoma atomo masė $m_a$, o vietoj protono masės $m_p$ – vandenilio atomo masė $m_H$. Tuomet branduolio ryšio energija išreiškiama taip:

$$\boxed{E_r = (Zm_H + (A - Z)m_n - m_a) \cdot c^2;}$$

čia $m_H = m_p + m_e$ ($m_e$ – elektrono masė).

Branduolio ryšio energija $E_r$ apytiksliai proporcinga nukleonų skaičiui branduolyje. Branduolio ryšio energija, tenkanti vienam nukleonui, vadinama **branduolio savitąja ryšio energija.** Taigi branduolio savitoji ryšio energija yra dydis $\frac{E_r}{A}$.

Paveiksle nubraižytas branduolių savitosios energijos $\frac{E_r}{A}$ priklausomybės nuo masės skaičiaus A grafikas:




Kaip matyti iš grafiko, branduolių savitoji ryšio energija mažai keičiasi didėjant masės skaičiui A ir daugumos branduolių ji yra 6-8 MeV. Nustatyta, kad stabiliausi tie branduoliai, kurių savitoji ryšio energija yra didžiausia (vienam nukleonui tenka daugiausiai ryšio energijos). Didžiausia savitoji ryšio energija yra tų branduolių, kurių masės skaičius A yra nuo 50 iki 60. Ji apytiksliai lygi 8,7 MeV/nukleonui. Didėjant protonų skaičiui branduolyje, sunkiųjų branduolių savitoji ryšio energija mažėja, nes juose protonų elektrostatinės stūmos jėgos mažina branduolines jėgas. Sunkiųjų branduolių, išsidėsčiusių periodinės cheminių elementų sistemos gale, savitoji ryšio energija apytiksliai lygi 7,6 MeV/nukleonui.

Lengvųjų branduolių ryšio energija maža, nes juose daugelis nukleonų yra arti branduolio paviršiaus ir sąveikauja su mažesniu

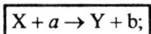
kaimyninių nukleonų skaičiumi. Dalijantis sunkiesiems arba jungiantis lengviesiems branduoliams, susidaro patvaresni branduoliai, o skilimo arba jungimosi reakcijos metu išsiskiria energija.

## 2.3. BRANDUOLINĖS REAKCIJOS

Branduolinė reakcija – sąveikaujančių su elementariosiomis dalelėmis arba vienas su kitu atomų branduolių kitimas. Kitaip sakant, branduolinė reakcija yra vieno elemento atomų branduolių virsmas kitų elementų atomų branduoliais.

Branduolinės reakcijos vyksta, kai dalelės labai suartėja ir patenka į branduolinių jėgų veikimo sferą.

Simbolinė branduolinės reakcijos schema:

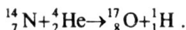


$$X + a \rightarrow Y + b;$$

čia X – pirminis branduolys, Y – antrinis branduolys, $a$ – veiklioji dalelė, b – antrinė dalelė.

Paprastai branduolinės reakcijos vyksta sunkiuosius branduolius apšaudant elementariosiomis dalelėmis arba lengvaisiais branduoliais.

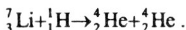
Pirmąją branduolinę reakciją 1911 m. įvykdė anglų fizikas E.Rezerfordas. Jis pastebėjo, kad apšaudant atomų branduolius didelę energiją turinčiomis α – dalelėmis (helio branduoliais ${}^{4}_{2}He$), susidaro greitai judantys protonai – vandenilio atomo branduoliai ${}^{1}_{1}H$ :



$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H .$$

Šios istoriškai pirmosios branduolinės reakcijos metu azoto branduolys ${}^{14}_{7}N$ virsta deguonies izotopo ${}^{17}_{8}O$ branduoliu.

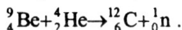
1932 m. pavyko ličio branduolį suskaldyti į du helio branduolius (dvi α – daleles), apšaudant jį didelės energijos (greičio) protonais, gautais dalelių greitintuve:



$${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He .$$

Šios branduolinės reakcijos metu išsiskiria didžiulė energija – apie 17,6 MeV.

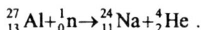
Tais pačiais 1932 m. anglų fizikas Dž.Čedvikas, apšaudydamas $\alpha$ – dalelėmis (helio branduoliais ${}_{2}^{4}He$) berilį, atrado naują elementariąją dalelę – neutroną:



$$ {}_{4}^{9}Be+{}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{6}^{12}C+{}_{0}^{1}n \, . $$

Neutronas ${}_{0}^{1}n$ neturi elektros krūvio. Todėl jis yra labai skvarbus, t.y. palyginti lengvai prasiskverbia į atomų branduolius.

Pateiksime vieną neutronų sukeliamos branduolinės reakcijos pavyzdį:



$$ {}_{13}^{27}Al+{}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{11}^{24}Na+{}_{2}^{4}He \, . $$

Susidūręs su sunkesniu branduoliu, neutronas atšoka, beveik nepraradęs energijos. Susidūręs su lengvuoju branduoliu, neutronas perduoda jam dalį savo energijos ir sulėtėja. Lėtųjų neutronų energija neviršija 100 keV. Lėtieji neutronai, kurių energija yra iki 0,5 eV, vadinami **šiluminiais neutronais**. Lėtieji neutronai daug dažniau sukelia branduolines reakcijas. Efektyviausi neutronų lėtikliai yra daug vandenilio turinčios medžiagos – sunkusis vanduo $D_2O$, grafitas, parafinas $C_{22}H_{46}$, grafitas, berilio junginiai ir kt.

Branduolinėms reakcijoms galioja krūvio ir masės skaičiaus, impulso, energijos ir kiti tvermės dėsniai.

Branduolinės reakcijos **energijos išeiga** vadinamas reakcijoje dalyvaujančių dalelių energijų prieš reakciją ir energijų po reakcijos skirtumas, t.y.

$$ \boxed{\Delta E = \left(\sum m_i - \sum m_j\right)\cdot c^2 \, ,} $$

čia $\sum m_i$ – dalelių masių iki reakcijos suma, $\sum m_j$ – dalelių masių po reakcijos suma.

Jeigu $\sum m_i > \sum m_j$, tai $\Delta E > 0$ ir branduolinės reakcijos metu energija išsiskiria. Tokia reakcija vadinama **egzotermine.**

Jeigu $\sum m_i < \sum m_j$, tai $\Delta E < 0$, t.y. energija sugeriama. Tokia reakcija vadinama **endotermine**. Ji gali vykti tik tada, kai dalelių iki reakcijos pora sugeria energiją. Praktiškai svarbesnės yra egzoterminės reakcijos. Jos yra atominės energijos gavimo pagrindas. Valdant veikliosios dalelės kinetinę energiją, galima valdyti pačią branduolinę reakciją.

## 2.4. RADIOAKTYVUMAS. ALFA, BETA IR GAMA SPINDULIAI. RADIOAKTYVIOJO SKILIMO DĖSNIS

**Natūralusis radioaktyvumas** yra savaiminis vienų branduolių virsmas kitais, išspinduliuojant įvairias daleles. Radioaktyvumo reiškinį 1896 m. atrado prancūzų mokslininkas Anri Bekerelis, atlikdamas bandymus su urano druskomis. Jis atsitiktinai aptiko, kad urano druska paveikė gerai supakuotą fotografinę plokštelę. A.Bekerelis spėjo, kad urano druskos savaime, be išorinių veiksnių įtakos, skleidžia kažkokius nežinomus spindulius, kurie lengvai praeina pro neskaidrius kūnus.

Šie spinduliai buvo pavadinti radioaktyviaisiais, o pats reiškinys – radioaktyvumu. Išbandęs įvairius cheminius urano junginius, A.Bekerelis nustatė, kad radioaktyvumas būdingas ne junginiams, o cheminiam elementui uranui, jo atomų branduoliams.

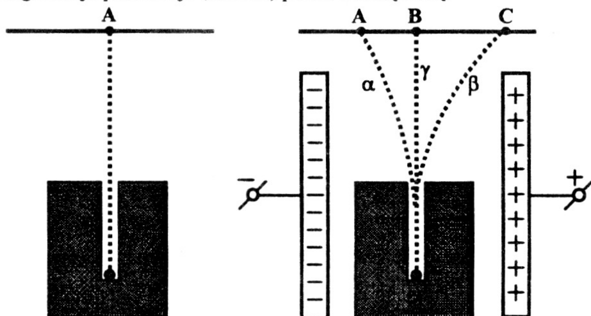
Tirdami radioaktyvumą, ypač daug nusipelnė Marija Sklodovska-Kiuri su savo vyru Pjeru Kiuri. 1898 m. jie pastebėjo torio (Th) radioaktyvumą ir tais pačiais metais atrado du naujus radioaktyvius elementus – radį (Ra) ir polonį (Po). 1903 m. už radioaktyvumo reiškinio tyrimus sutuoktiniai Pjeras ir Marija Kiuri (kartu su A.Bekereliu) gavo Nobelio premiją.

Vėliau buvo nustatyta, kad visi cheminiai elementai, kurių eilės numeris periodinėje D.Mendelejevo cheminių elementų sistemoje

didesnis už 83, – polonis, radis, toris, uranas ir kiti – yra radioaktyvūs, t.y. savaime, be išorinių veiksnių įtakos, skleidžia radioaktyvius spindulius.

Radioaktyvūs taip pat yra ir kai kurie lengvesni branduoliai: ${}^{40}_{19}K$, ${}^{14}_{6}C$, ${}^{87}_{37}Rb$ ir kt.

Radioaktyviųjų spindulių prigimtį pavyko išaiškinti atliekant tokį bandymą. Švino gabale buvo išgręžtas siauras kanalas, o jo dugne padėtas nedidelis gabalėlis radioaktyvios medžiagos. Jos skleidžiami spinduliai iš kanalo ėjo siauru pluoštu ir priešais kanalą pastatytoje fotografinėje plokštelėje (taške A) paliko tamsią dėmę.




Radioaktyvios medžiagos skleidžiamas siauras spindulių pluoštelis, praleistas tarp dviejų stipriai įelektrintų plokščių, suskildavo į tris pluoštelius ir palikdavo dėmes trijose fotografinės plokštelės vietose: A, B ir C.

Vadinasi, tarp įelektrintų plokščių esantis elektrinis laukas radioaktyvius spindulius veikia nevienodai ir jie suskyla į tris pluoštelius. Dalis spindulių elektriniame lauke nukrypsta link neigiamojo poliaus (jie buvo pavadinti α (alfa) spinduliais), kita dalis – link teigiamo poliaus (jie buvo pavadinti β (beta) spinduliais), o trečio pluošto elektrinis laukas neveikia ir jis nenukrypsta (šio tipo spinduliai pavadinti γ (gama) spinduliais).

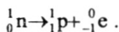
Magnetiniame lauke radioaktyvių spindulių pluoštas taip pat suskildavo į tris pluoštelius.

1) $\alpha$ spinduliai (alfa spinduliai) yra teigiamą krūvį turinčių, greitai skriejančių helio atomų branduolių $^4_2He$ srautas ( $\alpha$ dalelių srautas).

2) $\beta$ spinduliai (beta spinduliai) – elektronų, judančių greičiais, artimais šviesos greičiui, srautas.

3) $\gamma$ spinduliai (gama spinduliai) – labai trumpos elektromagnetinės bangos ( $\lambda = 10^{-8} - 10^{-11}$ cm ). Elektromagnetinių bangų skalėje jie yra šalia Rentgeno spindulių.

Drauge buvo nustatyta, kad $\alpha$, $\beta$ ir $\gamma$ spinduliai prasiskverbia pro įvairias medžiagas nevienodai. Šie spinduliai skiriasi ir kitomis savybėmis. $\alpha$ spinduliai yra mažai skvarbūs. Pavyzdžiui, juos sulaiko plonos metalinės folijos lapas ir netgi 0,1 mm storio popieriaus lapas. $\alpha$ dalelės praeina tik 3-7 cm oro sluoksnį. Išmestos iš radioaktyvios medžiagos branduolių, $\alpha$ dalelės (jų pradinis greitis yra apie $2 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$) jonizuoja savo kelyje pasitaikiusius medžiagos atomus ir, netekusios energijos, sustoja. $\alpha$ spinduliai mažai nukrypsta elektriniame ir magnetiniame laukuose. Pavyzdžiui, $\alpha$ dalelė sukuria 1 cm oro kelyje apie 500 000 jonų porų. $\beta$ spinduliai – beveik šviesos greičiu lekiančių elektronų srautas – atsiranda branduolio neutronams virstant protonais:



$$^1_0n \rightarrow ^1_1p + ^0_{-1}e\ .$$

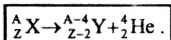
$\beta$ spinduliai yra skvarbesni už $\alpha$ daleles (kelių milimetrų storio metalo sluoksnis $\beta$ spindulius visiškai sulaiko). Tačiau jie silpniau jonizuoja dujas (50 jonų porų 1 cm oro kelyje).

$\beta$ spinduliai stipriai nukrypsta tiek elektriniame, tiek magnetiniame lauke. Skvarbiausi iš visų spindulių yra $\gamma$ spinduliai.

Kaip minėjome, tai trumpos elektromagnetinės bangos. Jų ilgis yra $10^{-8}-10^{-11}$ cm, t.y. mažesnis negu Rentgeno spindulių. Todėl elektromagnetinių bangų skalėje jie yra šalia Rentgeno spindulių. $\gamma$ spindulius sulaiko tiktai storesnis negu 20 cm švino sluoksnis ar kelių metrų storio betonas. Šie spinduliai dažniausiai skleidžiami po $\alpha$ ir $\beta$ spindulių. Taip yra todėl, kad išspinduliavęs $\alpha$ ir $\beta$ dalelę, branduolys dažnai būna sužadintoje būsenoje. Grįždamas į normaliąją būseną, jis ir išspinduliuoja $\gamma$ kvantus. Išspinduliavęs $\alpha$ arba $\beta$ dalelę kurio nors radioaktyvaus cheminio elemento atomo branduolys virsta kito cheminio elemento atomo branduoliu. Atomų branduolių virsmai, susiję su $\alpha$ arba $\beta$ dalelių išspinduliavimu, vadinami atitinkamai **alfa ($\alpha$)** arba **beta ($\beta$) skilimu**. Radioaktyviojo skilimo metu susidarę nauji branduoliai užima kitas vietas D.Mendelejevo periodinėje elementų sistemoje. Radioaktyviesiems virsmams galioja **poslinkio taisyklė**, kurią 1913 m. suformulavo anglų mokslininkas F.Sodi.

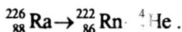
**Radioaktyviųjų virsmų poslinkio taisyklė.**

$\alpha$ skilimo metu (išspinduliavęs $\alpha$ dalelę) branduolys netenka 2e teigiamojo krūvio ir masės, apytiksliai lygios keturiems atominės masės vienetams. Dėl to cheminis elementas pasislenka į periodinės sistemos lentelės pradžią per du langelius. Simboliškai ši $\alpha$ skilimo taisyklė užrašoma taip:



$$^{A}_{Z}X \to ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He.$$

**Pavyzdžiui,** nestabilus radžio $^{226}_{88}Ra$ branduolys (jame yra 88 protonai ir 138 neutronai), išspinduliavęs alfa dalelę $^{4}_{2}He$, virsta naujo cheminio elemento radono atomo branduoliu $^{222}_{86}Rn$ (jame yra 86 protonai ir 136 neutronai):

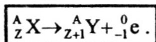


$$^{226}_{88}Ra \to ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He.$$

Kartu su α dalele radžio branduolys išspinduliuoja ir γ spindulius.

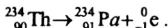
α skilimas būdingas pagrinde sunkiesiems branduoliams, kurių A > 200.

Po β skilimo (išspinduliavęs β dalelę) cheminis elementas pasislenka per vieną langelį į Mendelejevo periodinės elementų sistemos pabaigą. Simboliškai β skilimo taisyklė užrašoma taip:



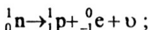
$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e\,.$$

**Pavyzdžiui**, vykstant β skilimui torio atomo branduolys ${}_{90}^{234}Th$ virsta naujo elemento – protaktinio – atomo branduoliu ${}_{91}^{234}Pa$ :



$${}_{90}^{234}Th \rightarrow {}_{91}^{234}Pa + {}_{-1}^{0}e\,.$$

Pastebėkime, kad vykstant β skilimui išspinduliuotoji beta dalelė (elektronas) nėra sudedamoji branduolio dalis. Įrodyta, kad šis elektronas nepriklauso ir atomo apvalkalui. Jis susidaro vykstant radioaktyviajam skilimui – pakintant neutronų ir protonų skaičiui branduolyje. Neutronui virstant protonu, atsiranda elektronas ${}_{-1}^{0}e$, kuris išspinduliuojamas kaip β dalelė:



$${}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e + \tilde{\upsilon}\,;$$

čia $\tilde{\nu}$ – antineutrinas – elektriškai neutrali elementarioji dalelė, neturinti rimties masės.

Poslinkio taisyklė parodo, kad radioaktyviojo skilimo metu išlieka visas krūvis ir apytiksliai išlieka atominė masė.

Radioaktyviųjų virsmų metu susidarę antriniai branduoliai dažnai taip pat būna radioaktyvūs ir vėl virsta kitais branduoliais, kol susidaro stabilus izotopas.

**Pavyzdžiui,** per milijonus metų radioaktyvaus urano izotopas $^{238}_{92}U$, turintis 92 protonus ir 146 neutronus ilgiau ar trumpiau užsibūdamas kitų branduolių (radžio, polonio ir t.t.) pavidalu, tampa stabiliu švino izotopu $^{206}_{82}Pb$ (su 82 protonais ir 124 neutronais); galutinis torio $^{232}_{90}Th$ radioaktyviųjų virsmų rezultatas – stabilus švino izotopas $^{208}_{82}Pb$; galutinis aktinio $^{227}_{89}Ac$ radioaktyviųjų virsmų rezultatas – stabilus švino izotopas – $^{207}_{82}Pb$.

Radioaktyvusis spinduliavimas turi daug įdomių savybių.

1) Radioaktyvumas būdingas ne kurio nors cheminio elemento junginiams, o konkrečiam cheminiam elementui (tiksliau sakant, to elemento atomų branduoliams). Vadinasi, radioaktyviojo spinduliavimo intensyvumas nepriklauso nuo to, ar radioaktyvieji virsmai vyksta chemiškai grynoje medžiagoje, ar jos cheminiuose junginiuose su kitomis medžiagomis.

2) kai kurių radioaktyviųjų elementų spinduliavimo intensyvumas praktiškai nepakinta ištisomis paromis, mėnesiais ir net metais.

3) radioaktyviajam spinduliavimui neturi įtakos išorinės sąlygos – temperatūra, slėgis, cheminė sąveika.

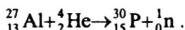
4) radioaktyviojo spinduliavimo metu išsiskiria milžiniškas energijos kiekis. Pavyzdžiui, 1 g radžio per 1 h išskiria 582 J energijos.

5) radioaktyviojo spinduliavimo metu kinta patys atomai.

Kadangi radioaktyvumas nepriklauso nuo išorinių sąlygų, tai iš švino kiekio Žemės plutoje galima spręsti apie jos amžių (maždaug 4 mlrd. m.).

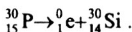
* * *

Irena ir Frederikas Žolio-Kiuri, apšaudydami $\alpha$ dalelėmis aliuminį, 1934 m. sukėlė **dirbtinį radioaktyvumą**:



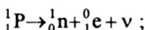
$$ {}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}n . $$

Šios branduolinės reakcijos metu susidaręs fosforo izotopas ${}^{30}_{15}P$ yra radioaktyvus ir savaime virsta siliciu, išspinduliuodamas pozitroną ${}^{0}_{1}e$ – teigiamai įelektrintą dalelę, kurios krūvio modulis lygus elektrono krūviui, o masė lygi elektrono masei:



$$ {}^{30}_{15}P \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{30}_{14}Si . $$

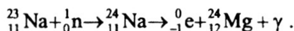
Pozitronas atsiranda perteklinio protono virsmo metu:



$$ {}^{1}_{1}P \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{1}e + \nu ; $$

čia $\nu$ – neutrinas.

Taip pat radioaktyvūs ir nestabilūs yra branduoliai, kuriuose dirbtinai sudaroma neutronų persvara. Pavyzdžiui:



$$ {}^{23}_{11}Na + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{24}_{12}Mg + \gamma . $$

Elektronas ${}^{0}_{-1}e$ atsiranda neutrono virsmo metu.

* * *

Įvairūs radioaktyvieji elementai skiriasi skilimo greičiu. Kiekvieną radioaktyviąją medžiagą galima apibūdinti laiko tarpu, per kurį medžiagos radioaktyviojo spinduliavimo intensyvumas sumažėja perpus.

Laikas, per kurį suskyla pusė turimų branduolių, vadinamas **puskiekio periodu**, arba **pusamžiu.** Jis žymimas raide T. Juo mažesnis pusamžis, tuo trumpiau gyvuoja atomai. Įvairių radioaktyviųjų izotopų pusamžis T kinta nuo $10^{-3}$ s iki $10^{9}$ metų. Pavyzdžiui, urano ${}^{238}_{92}U$ pusamžis $T \approx 4{,}5$ mlrd. metų, radžio ${}^{226}_{88}Ra$ –

$T = 1600$ metų, jodo $^{131}_{53}J$ – $T = 8{,}14$ paros, bromo – 36 val., kurčatovio – 0,3 s, vieno iš polonio izotopų – $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ s. Kai kurių dirbtinio radioaktyvumo branduolių pusamžis tesudaro milijonąsias sekundės dalis.

Sakykime, $N_0$ – nesuskilusių radioaktyviųjų branduolių (atomų) skaičius radioaktyvios medžiagos stebėjimo pradžioje (pradiniu laiko momentu $t = 0$). Tada, praėjus puskiekio periodui ($t = T$) nesuskilusių radioaktyviųjų branduolių skaičius lygus $\frac{N_0}{2}$. Praėjus dar vienam tokiam laiko tarpui, t.y. laikui $t = 2T$, nesuskilusių branduolių skaičius bus lygus $\frac{1}{2} \cdot \frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2}$. Praėjus laikui, lygiam trims puskiekio periodams, t.y. kai $t = 3T$, tai nesuskilusių branduolių skaičius lygus $\frac{1}{2} \cdot \frac{N_0}{2^2} = \frac{N_0}{2^3}$. Praėjus laikui $t = nT$, nesuskilusių branduolių skaičius yra $\frac{N_0}{2^n} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$. Taigi galime užrašyti **radioaktyviojo skilimo dėsnį**:

$$\boxed{N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}};} \quad (2)$$

čia $N_0$ – radioaktyvios medžiagos branduolių (atomų) skaičius stebėjimo pradžioje (pradiniu laiko momentu $t = 0$);

$N$ – nesuskilusių branduolių skaičius, praėjus laikui $t$;

$T$ – puskiekio periodas (pusamžis).

Radioaktyviojo skilimo dėsnis dažnai užrašomas taip:

$$\boxed{N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t};}$$

čia $\lambda$ – **radioaktyviojo skilimo konstanta**, parodanti, kokia dalis branduolių suskyla per laiko vienetą, arba, kitaip sakant, santykinį branduolių skaičiaus sumažėjimą per sekundę. Jos matavimo

vienetas yra $s^{-1}$ : $[\lambda] = s^{-1}$. Įveskime dar vieną dydį – radioaktyvaus atomo (branduolio) **vidutinę gyvavimo trukmę** $\tau$. Skilimo konstanta $\lambda$ ir radioaktyvaus atomo vidutinė gyvavimo trukmė $\tau$ susijusios taip:

$$\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda};}$$

Skilimo konstantos $\lambda$ ir radioaktyvaus atomo vidutinės gyvavimo trukmės $\tau$ skaitinės reikšmės priklauso tik nuo atomų branduolių savybių ir nepriklauso nuo išorinių sąlygų. Taigi kiekvienai medžiagai šių konstantų reikšmės yra skirtingos.

Vidutinė atskiro branduolio gyvavimo trukmė $\tau$ tiesiog proporcinga puskiekio periodui T. Iš tikrųjų, jei $N = \frac{N_0}{2}$ ir $t = T$, tai, taikydami (2) formulę, gauname:

$$\boxed{T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0{,}693}{\lambda} = 0{,}693\,\tau,}$$ arba

$$\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda} \approx \frac{1}{0{,}693} \cdot T \approx 1{,}44 \cdot T.}$$

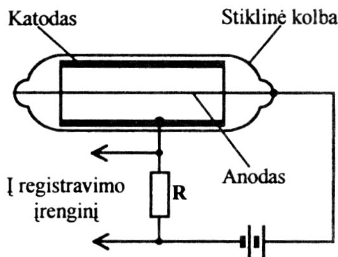
Pateiksime dar vieną formulę (be įrodymo), pagal kurią galima apskaičiuoti suskilusių radioaktyvios medžiagos branduolių skaičių $\Delta N = N_0 - N$ per laiką t, jeigu žinomas pradinis nesuskilusių branduolių skaičius $N_0$:

$$\boxed{\Delta N = 0{,}693 \cdot N_0 \cdot \frac{t}{T}.}$$

## 2.5. ELEMENTARIŲJŲ DALELIŲ STEBĖJIMO PRIETAISAI

Radioaktyviosios spinduliuotės sudaromosioms dalims stebėti yra sukurta nemažai įvairių prietaisų. Daugelio jų veikimas pagrįstas $\alpha$ ir $\beta$ dalelių ir gama spindulių jonizuojančiu bei fotocheminiu poveikiu.

1) **Geigerio ir Miulerio skaitiklis**. Šis dalelių automatinio skaičiavimo prietaisas buvo sukonstruotas 1928 m. Jį sudaro stiklinis vamzdelis, kuris iš vidaus yra padengtas metalo sluoksniu (katodas) ir vamzdelio viduje išilgai ašies ištemptas plonas metalinis siūlas (anodas). Vamzdelis pripildomas dujų (dažniausiai – argono). Tarp vamzdelio vidinio paviršiaus ir metalinio siūlo (t.y. tarp katodo ir anodo) įjungiamas aukštosios įtampos srovės šaltinis stipriam elektriniam laukui sukurti (žr. paveikslą).




Skaitiklio veikimas pagrįstas smūgine jonizacija. Į skaitiklį patekusi elektringoji dalelė (elektronas arba $\alpha$ – dalelė), jonizuoja dujas – atplėšia nuo jų atomų elektronus. Taip susidaro teigiamieji jonai ir elektronai. Stiprus elektrinis laukas, esantis tarp katodo ir anodo, suteikia elektronams tokią kinetinę energiją, kurios jiems pakanka kitiems dujų atomams jonizuoti. Susidaro jonų, judančių link katodo, lavina ir dujomis tekančios elektros srovės stipris ryškiai padidėja. Taip pat padidėja ir įtampa rezistoriaus R galuose. Šis

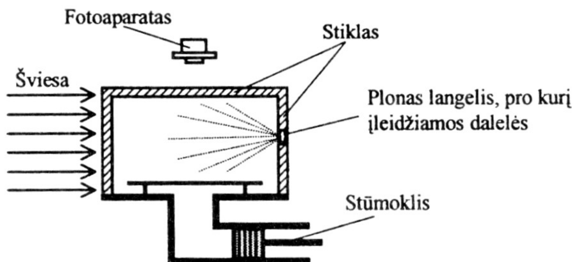
įtampos impulsas perduodamas į specialų skaičiavimo įrenginį. Tokiu būdu galima tiksliai užregistruoti į skaitiklį patenkančias daleles, kurios gali jonizuoti dujas.

2) **Burbulinė kamera**. Čia dalelių judėjimo trajektorijoms (trekams) stebėti naudojamas perkaitintas skystis (skystas vandenilis, skystas helis, eteris ir kt.).

Ryškiai sumažinus slėgį, prasideda skysčio virimo procesas, garų burbuliukai pirmiausia atsiranda tose skysčio vietose, kur yra elektringųjų dalelių. Elektringosios dalelės trajektoriją (treką) sudaro skysčio burbuliukų grandinė, kuri yra fotografuojama.

3) **Vilsono kamera.** Anglų fizikas Čarlzas Vilsonas 1912 m. sukonstravo vadinamąją **Vilsono kamerą** – prietaisą elektringųjų dalelių pėdsakams stebėti ir fotografuoti.

Vilsono kamera – tai hermetiškai uždarytas indas su stiklinėmis šoninėmis sienelėmis ir dangčiu. Šiame inde yra įtaisytas stūmoklis, kuriuo galima keisti kameros tūrį. Kamera pripildyta sočiųjų vandens ar alkoholio garų.




Stūmoklį staiga patraukus į dešinę, kameros tūris padidėja, o garų slėgis ir temperatūra sumažėja.

Garai atvėsta ir pasidaro persotintieji. Jeigu tuo metu į kamerą patenka elektringoji dalelė, tai ji jonizuoja kameroje esančių garų atomus (molekules). Susidarę jonai tampa kondensacijos centrais, ir

dalelės kelyje atsiranda smulkių rūko lašelių ruožas – **trekas**. Treką galima stebėti ir fotografuoti. Dalelių pėdsakai Vilsono kameroje teikia daugiau informacijos negu skaitikliai. Pagal trekų pobūdį galima apskaičiuoti dalelių masę, energiją, greitį ir kt.

Už Vilsono kameros išradimą Č.Vilsonui 1927 m. paskirta Nobelio premija.

4) **Storasluoksnių fotoemulsijų metodas.** Fotoemulsija turi didelį kiekį mikroskopinių sidabro bromido kristalėlių. Greitos elektringosios dalelės, patekusios į storą fotografinės emulsijos sluoksnį, išplėšia elektronus iš atskirų emulsiją sudarančių atomų (Br) ir palieka paslėptą pėdsaką (atvaizdą). Ryškinant iš jo atkuriamas dalelės trekas. Iš treko ilgio ir storio galima nustatyti dalelės masę bei energiją. Kadangi fotoemulsijos tankis yra didelis, tai dalelių trekai būna labai trumpi ($\alpha$ dalelėms – $10^{-3}$ cm). Fotografuojant juos galima padidinti.

## 2.6. BRANDUOLIŲ DALIJIMASIS. GRANDININĖ REAKCIJA. BRANDUOLINIS REAKTORIUS

1937 m., netrukus prieš mirtį, Rezerfordas tvirtino: „Perspektyvos gauti naudingą energiją, dirbtinai keičiant atomus, nėra didelės“. Nors Rezerfordo intuicija moksliniais klausimais beveik niekada neapvildavo, bet daugelis mokslinių ir techninių pasiekimų parodė, kad šiuo klausimu jis suklydo ir netgi labai. 1938 m. vokiečių mokslininkai Otas Hanas ir Fricas Štrasmanas, apšaudydami neutronais urano branduolius, atrado naujo tipo branduolinę reakciją – urano branduolių dalijimąsi. Jie apšaudė uraną neutronais ir atliko labai kruopščius susidariusios radioaktyvios medžiagos cheminius tyrimus. Tyrinėtojai pastebėjo, kad tarp produktų, atsiradusių uranui absorbavus neutronus, buvo ir Mendelejevo periodinės elementų sistemos vidurinės dalies elementai: baris, kriptonas ir kiti. Šių elementų masė yra daug mažesnė už urano masę. Kaip galėjo iš urano

susidaryti tokie lengvi elementai? Šią mįslę neužilgo 1939 m. įminė Lizė Meitner ir Otas Frišas – vokiečių fizikai, dirbę kaip emigrantai Švedijoje; jie pareiškė mintį, kad uranui absorbuojant neutronus, vyksta branduolio dalijimasis į dvi lengvas skeveldras (lengvuosius branduolius). Pavyzdžiui, švitinant urano $^{235}_{92}U$ branduolius lėtaisiais (šiluminiais) neutronais, branduoliai pasidalija į dvi beveik vienodas dalis – jodą ir itrį arba barį ir kriptoną, arba ksenoną ir stroncį, arba lontaną ir bromą, arba cezį ir rubidį ir panašiai. Be to, atsiranda vienas, du arba trys neutronai, išspinduliuojami $\gamma$ kvantai ir išsiskiria apie 200 MeV energija, kuri pasiskirsto tarp dalijimosi produktų.

Urano izotopo $^{235}_{92}U$ branduolių dalijimosi reakcija gali vykti taip:

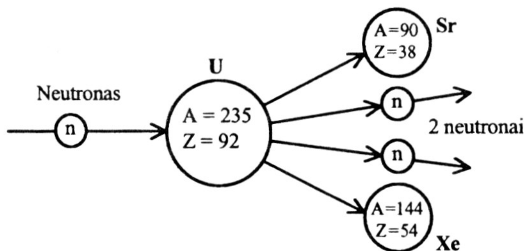
1) $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n \rightarrow ^{139}_{53}I+^{96}_{39}Y+^{1}_{0}n+\Delta E$ arba

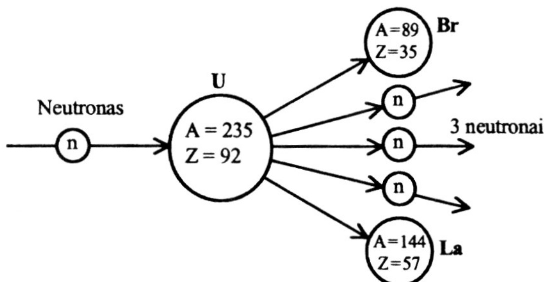
2) $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n \rightarrow ^{139}_{56}Ba+^{95}_{36}Kr+2^{1}_{0}n+\Delta E$, arba

3) $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n \rightarrow ^{144}_{54}Xe+^{90}_{38}Sr+2^{1}_{0}n+\Delta E$, arba

4) $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n \rightarrow ^{144}_{57}La+^{89}_{35}Br+3^{1}_{0}n+\Delta E$ ir t.t.

Pavyzdžiui, trečiąją ir ketvirtąją reakcijas schematiškai galima pavaizduoti taip:






Pastebėkime, kad $^{235}_{92}U$ izotopo branduoliai dalijasi veikiami tiek greitųjų, tiek lėtųjų neutronų. Dalijasi ir $^{238}_{92}U$ izotopo branduoliai, kai jie absorbuoja greituosius neutronus, t.y. neutronus, kurių energija viršija 1,1 MeV. Panašiai dalijasi ir kitų sunkiųjų elementų branduoliai, kai jie „pagauna" neutroną.

Sunkiųjų branduolių dalijimasis įmanomas tik todėl, kad jų rimties masė yra didesnė už dalijantis susidariusių skeveldrų (lengvesnių branduolių) rimties masių sumą. Dėl šio rimties masių skirtumo, dalijantis branduoliams išsiskiria milžiniška energija, vadinama **branduoline**. Ši energija proporcinga pirminių ir antrinių dalelių masių skirtumui ir randama remiantis Einšteino formule

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 .$$

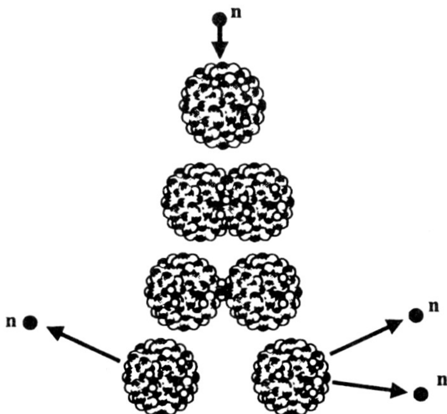
Šioje formulėje šviesos greičio kvadratas yra labai didelis skaičius ($c^2 \approx 9 \cdot 10^{16} \frac{m^2}{s^2}$), todėl su mažais masės pokyčiais $\Delta m$ susiję dideli energijos pokyčiai $\Delta E$.

**Pavyzdys**. Dalijantis 1 kg urano, susidaro produktai, kurių rimties masė lygi 999 g. Vadinasi, masės sumažėjimas lygus $\Delta m = 1\ g$. Pagal Einšteino formulę šį masės sumažėjimą atitinka energija $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$, t.y. $\Delta E \approx 10^{-3}\ kg \cdot 3 \cdot 10^{16}\ \frac{m^2}{s^2} \approx 9 \cdot 10^{13}\ J$.

Jei dalijimosi procesas vyksta medžiagoje, kurios tūris yra pakankamai didelis, ir visi dalijimosi produktai lieka toje medžiagoje, tai didžiausią branduolinės energijos dalį sudaranti skeveldrų kinetinė energija (apie 90 %) virsta šilumine energija jas sulaikančioje medžiagoje. Jau minėjome, kad dalijantis urano branduoliui išsiskiria energija, apytiksliai lygi 200 MeV. Vadinasi, apie 190 MeV branduolinės energijos virsta šilumine energija. Tai milžiniškas energijos kiekis. Pavyzdžiui, dalijantis 1 kg urano izotopo $^{235}U$ išsiskiria $8{,}2 \cdot 10^{13}$ J, arba $5{,}1 \cdot 10^{26}$ MeV energijos. Tai milžiniškas energijos kiekis. Palyginimui pasakysime, kad tokį pat energijos kiekį išskiria sudegdamos $2{,}8 \cdot 10^{6}$ t akmens anglies, arba tokio energijos kiekio reikia 750000000 $\ell$ vandens pašildyti nuo kambario temperatūros iki virimo.

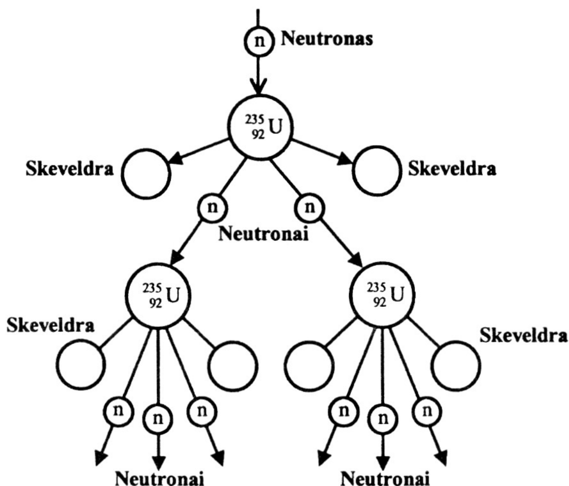
Branduolio dalijimosi procesą galima paaiškinti branduolio **lašeliniu modeliu**, kurį 1939 m. pasiūlė Nilsas Boras ir Džonas Uileris. Pagal šį modelį branduolio skilimas šiek tiek panašus į virpančio skysčio lašo pasidalijimą. Sugėręs neutroną, branduolys susižadina ir virpėdamas deformuojasi (ištįsta). Jeigu sužadinimo energija didelė, elektrostatinės stūmos jėgos viršija branduolines traukos jėgas, ir branduolys suskyla į dvi dalis, kurios skrieja į priešingas puses greičiu, apytiksliai lygiu $\frac{c}{30}$.

susižadina ir virpėdamas deformuojasi (ištįsta). Jeigu sužadinimo energija didelė, elektrostatinės stūmos jėgos viršija branduolines traukos jėgas, ir branduolys suskyla į dvi dalis, kurios skrieja į priešingas puses greičiu, apytiksliai lygiu $\frac{c}{30}$.



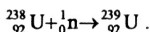

Kaip rodo bandymai, dalijantis urano izotopo $^{235}_{92}U$ branduoliui, absorbavusiam neutroną, išsiskiria du-trys neutronai. Dalijantis branduoliams atsiradę centriniai neutronai gali suskaidyti kitus branduolius, kurie vėl išlaisvina 2-3 neutronus ir t.t. Neutronų kiekis, o kartu su juo ir skylančių branduolių kiekis didės. Tokio tipo branduolių dalijimosi reakcija vadinama **grandinine**. Vykstant grandininei reakcijai, ją sukeliančios dalelės (neutronai) susidaro kaip šios reakcijos produktai.

Praktiškai sukelti tokią reakciją ne taip paprasta. Tam tinka tik $^{233}_{92}U$, $^{235}_{92}U$ ir $^{239}_{94}Pu$ izotopai. Šių izotopų branduolių dalijimąsi



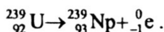

Tokio jo kiekio nepakanka reikiamam neutronų skaičiui sukurti ir grandininei reakcijai palaikyti. Didžiausią dalį gamtiniame urane sudaro urano izotopas $^{238}_{92}U$ (99,3 %). Urano izotopo $^{238}_{92}U$ branduoliai skyla, veikiami tik labai greitų neutronų, kurių energija lygi 1 MeV. Be to, tik vienas neutronas iš penkių sukelia urano izotopo $^{238}_{92}U$ branduolio dalijimąsi. Kitus neutronus branduolys taip pat „pagauna“, tačiau jie nesukelia branduolio dalijimosi. Kam tinka paplitęs urano $^{238}_{92}U$ izotopas? Pasirodo, kad iš šio urano izotopo galima dirbtinai gauti jau minėtą plutonio $^{239}_{94}Pu$ izotopą. Švitinant

$^{238}_{92}U$ branduolius lėtaisiais neutronais, vyksta jų pagavimo (absorbavimo) reakcijos ir susidaro urano izotopo $^{239}_{92}U$ branduoliai:



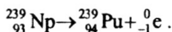
$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U .$$

Urano izotopas $^{239}_{92}U$ radioaktyvus (jo puskiekio periodas $T = 23{,}5$ minutės). Iš šio izotopo branduolių , įvykus $\beta$ skilimui, susidaro naujas transuraninis elementas – neptūnis:



$$^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + ^{0}_{-1}e .$$

$^{239}_{93}Np$ izotopas taip pat yra radioaktyvus (jo puskiekio periodas $T = 2{,}35$ paros) ir po jo $\beta$ skilimo susidaro plutonio izotopas $^{239}_{94}Pu$ :



$$^{239}_{93}Np \rightarrow ^{239}_{94}Pu + ^{0}_{-1}e .$$

Plutonis $^{239}_{94}Pu$ irgi radioaktyvus, irdamas jis netenka $\alpha$ dalelės ir virsta stabiliu $^{235}_{92}U$ izotopu. Tačiau plutonio izotopo $^{239}_{94}Pu$ pusamžis ilgas ( $2{,}44 \cdot 10^4$ metų), todėl jį galima išskirti iš urano ir sukaupti didelius kiekius. Svarbi $^{239}_{94}Pu$ savybė yra ta, kad jis lengvai dalijasi, veikiamas lėtų neutronų – dar lengviau nei $^{235}_{92}U$ . Taigi abu nurodytuosius urano izotopus galima naudoti dalijimosi procesams su lėtaisiais neutronais: $^{235}_{92}U$ galima naudoti tiesiogiai, o $^{238}_{92}U$ galima paversti $^{239}_{94}Pu$ .

Analogiškai iš torio gaunamas urano – 233 izotopas. Šie virsmai vyksta branduoliniuose reaktoriuose. Izotopai $^{232}_{90}Th$ ir $^{238}_{92}U$ , naudojami **branduoliniam kurui** ( $^{233}_{92}U$ ir $^{239}_{94}Pu$ ) gauti, vadinami **branduoline žaliava.**

Grandininės reakcijos eigą apibūdina taip vadinamas **neutronų daugėjimo koeficientas**. Jis žymimas raide k.

**Neutronų daugėjimo koeficientas k** lygus kurios nors „kartos“ neutronų skaičiaus ir juos išlaisvinusios „kartos“ neutronų skaičiaus santykiui. Šis koeficientas rodo, kiek kartų esamos „kartos“ neutronų skaičius didesnis už prieš tai buvusios „kartos“ neutronų skaičių. Jei laikui bėgant neutronų daugėjimo koeficientas $k \geq 1$, tai grandininė reakcija vyksta. Kad vyktų stabili (valdoma) grandininė reakcija, neutronų daugėjimo koeficientas k turi būti lygus vienetui ($k = 1$).

Kiekvienos rūšies branduoliniam kurui egzistuoja taip vadinama **krizinė masė**. Krizinė masė – tai mažiausia skylančios medžiagos masė, kai dar gali vykti grandininė branduolinė reakcija. Mažinant skylančios medžiagos tūrį ir masę, t.y. besidalijančios medžiagos matmenis, mažėja skaičius neutronų, galinčių sukelti medžiagos branduolių dalijimąsi. Taigi kritinės masės dydis iš dalies priklauso nuo skylančios medžiagos formos. Pavyzdžiui, mažiausią paviršiaus plotą, o tuo pačiu ir mažiausią neutronų nutekėjimą išorėn, turi rutulio formos urano gabalas. Rutulio formos gryno urano $^{235}_{92}U$ kritinė masė lygi 50 kg, kai spindulys apytiksliai lygus 9 cm. Kai gryno urano $^{235}_{92}U$ masė viršija krizinę masę (keliasdešimt kilogramų), įvyksta branduolinis sprogimas. Šiuo principu pagrįstas atominės bombos veikimas. Atominė bomba sudaryta iš dviejų dalių, kurių kiekvienos masė mažesnė už krizinę.

Dalis suartinus ir sujungus specialiu sprogdikliu, bomba sprogsta. Pirmoji atominė bomba buvo susprogdinta 1945 m. liepos 16 d. JAV dykumoje esančiame Alamogordo poligone. Pirmosios atominės bombos turėjo apie 2 kg daliosios medžiagos ir veikė minėtu būdu.

Neutronų nutekėjimą iš daliosios medžiagos galima sumažinti naudojant neutronų lėtiklius ir juos atspindinčius gaubtus (nedalios medžiagos sluoksnius, atspindinčius neutronus). Dažniausiai

neutronus atspindinčios medžiagos yra kartu ir neutronų lėtikliai: grafitas, sunkusis vanduo $D_2O$, berilio junginiai. Naudojant šias medžiagas, urano $^{235}_{92}U$ krizinę masę pavyko sumažinti iki 250 g.

Stabiliai grandininės reakcijos tėkmei (tada neutronų daugėjimo koeficientas $k = 1$) užtikrinti naudojamos medžiagos, kurios stipriai sugeria (absorbuoja) šiluminius neutronus, – pavyzdžiui, boras arba kadmis. Naudojant šias medžiagas, grandininę reakciją galima valdyti, t.y. palaikyti neutronų daugėjimo koeficientą $k = 1$.

Pirmoji valdoma grandininė reakcija įvykdyta 1942 m. JAV, vadovaujant E.Fermiui, ir 1946 m. Rusijoje, vadovaujant I. Kurčiatovui.

Tokia reakcija vykdoma įrenginiuose, vadinamuose **branduoliniais reaktoriais.** Jie gali būti įvairios konstrukcijos, tačiau turi tuos pačius pagrindinius elementus:

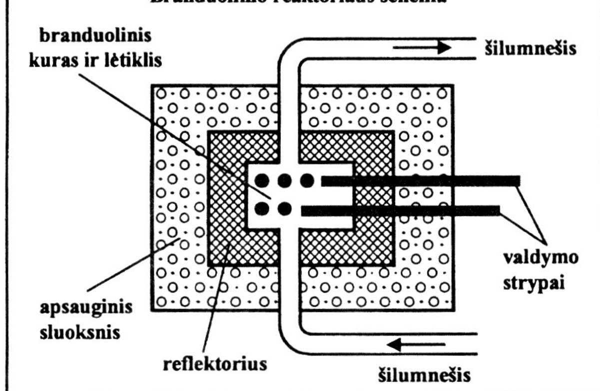
1) **branduolinio kuro strypus**, sudarytus iš galinčių skilti elementų $^{235}_{92}U$, $^{233}_{92}U$, $^{239}_{94}Pu$ ir neskylančio $^{238}_{92}U$ mišinio;

2) **neutronų lėtiklį** – sunkųjį arba paprastą vandenį, grafitą; jis reikalingas branduolinių skilimų metu atsirandantiems greitiesiems neutronams lėtinti, kad jie galėtų skaldyti uraną $^{235}_{92}U$ ;

3) **neutronų reflektorių** (lot. reflecto – atspindžiu) – aplink branduolinio kuro strypus įtaisytą įrenginį (dažniausiai grafito plokštes), trukdantį neutronams išlėkti iš reaktoriaus;

4) **reakcijos greičio reguliatorių** – šiluminius neutronus sugeriančius kadmio arba boro strypus (ištraukiant arba giliau įleidžiant šiuos strypus, galima reguliuoti dalijimosi reakcijų skaičių). Krizinis reakcijos rėžimas ($k = 1$) palaikomas automatiškai.

5) **šilumnešį**– cirkuliuojantis vanduo, skystas natris ir kt.




Grandininių branduolinių reakcijų metu išsiskyrusi energija virsta šilumine energija, kuri naudojama kaitinti vėsinimo sistemos vandeniui – šilumnešiui. Pavirtęs aukšto slėgio garais, jis suka garo turbiną, o ši – elektros energiją gaminantį generatorių.

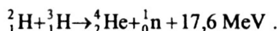
1983 m. prie Drūkšių ežero pradėjo veikti galingiausias tuo metu pasaulyje (1500 MW galios) Ignalinos atominės elektrinės branduolinis reaktorius. Dabar veikia du Ignalinos atominės elektrinės blokai. Po Černobylio atominės elektrinės avarijos Ignalinos atominės elektrinės galia buvo sumažinta iki 2300 MW.

## 2.7. TERMOBRANDUOLINĖS REAKCIJOS

Bet kokiai dalelių grupei persitvarkant į sistemą su didesne ryšio energija, išsiskiria energija. Vienas tokio proceso pavyzdys yra branduolių dalijimasis: pilnutinė dviejų branduolių (pavyzdžiui, bario ir kriptono) ryšio energija yra didesnė už urano branduolio ryšio

energiją, taigi dalijimosi metu išsiskiria energija. Prisiminkime, kad dalijantis vienam urano branduoliui išsiskiria apie 200 MeV (200 milijonų elektrovoltų) energijos), t.y. dalijantis urano branduoliui savitoji ryšio energija 1 nukleonui padidėja apytiksliai 1 MeV. Suskilusio vieno gramo urano energija prilygsta energijai, kuri išsiskiria sudeginus 2,8 tonų akmens anglies! Dar didesni energijos kiekiai išsiskiria dviem lengviesiems branduoliams jungiantis į tvirtai surištą branduolį, kurio masės skaičius A vidutinis. Susijungus lengviesiems branduoliams, rimties masė sumažėja, ir turi išsiskirti daug energijos. Toks procesas vadinamas **branduolių sinteze**.

**Termobranduolinė reakcija** – lengvųjų branduolių susijungimas (sintezė) į sunkesnius branduolius, vykstanti labai aukštoje temperatūroje. Pavyzdžiui, jungiantis deuteriui ir tričiui, atsiranda helio branduolys ir išsiskiria energija:



$$^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^4_2He + ^1_0n + 17{,}6\ \text{MeV}.$$

Šios reakcijos metu išsiskiria apytiksliai 3,5 MeV ( $\frac{17{,}6}{5} \approx 3{,}5$ ) energijos vienam nukleonui, t.y. beveik 4 kartus daugiau, negu urano branduolių dalijimosi reakcijos metu. Jungiantis deuteriui ir tričiui, iš viso išsiskiria 17,6 MeV energijos. Tai paaiškinama savitųjų ryšio energijų skirtumu. Toks pat rezultatas gaunamas apskaičiavus reakcijos energiją:

$$Q = c^2\left[(m_D + m_T) - (m_{He} + m_n)\right] = 17{,}6\ \text{MeV}.$$

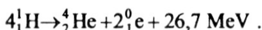
Vandenilio izotopų – deuterio ir tričio – sintezė yra labai perspektyvi termobranduolinė reakcija. Kadangi deuterį gana lengva atskirti nuo paprasto vandenilio, tai milžiniškas prieinamas deuterio šaltinis Žemėje yra, pavyzdžiui, vandenynai (6000 vandenilio atomų tenka 1 deuterio atomas).

Tritis gamtoje nerandamas, bet jį galima gauti branduoliniuose reaktoriuose, apšvitinant ličio branduolius neutronais.

Branduoliai gali susijungti tik suartėję iki $10^{-14}$ m. Tarp teigiamą krūvį turinčių branduolių veikia elektrostatinės stūmos jėgos (Kulono jėgos). Todėl, norint juos suartinti minėtu atstumu, reikia lengviesiems branduoliams suteikti didelę kinetinę energiją, t.y. pagreitinti juos tiek, kad nugalėtų elektrostatinės stūmos jėgos. Paprastai tai pasiekiama, įkaitinus mišinį iki keliasdešimt milijonų kelvinų temperatūros ($T \approx 10^7$ K). Todėl ir pačios branduolių sintezės reakcijos vadinamos termobranduolinėmis (nuo graikų kalbos žodžio thermos – šiltas).

Tokios sąlygos egzistuoja Saulėje ir kitose žvaigždėse. Saulės ir žvaigždžių spinduliuojama energija – ten vykstančių termobranduolinių reakcijų išdava. Saulės centre temperatūra siekia 13 mln. kelvinų.

Tokioje temperatūroje dujų atomai yra pilnai jonizuoti ir medžiaga yra virtusi plazma. Čia vyksta termobranduolinės reakcijos, kurių metu vandenilio branduoliai virsta helio branduoliais ir išsiskiria milžiniškas kiekis energijos:



$$4\,{}_1^1\mathrm{H} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + 2\,{}_1^0\mathrm{e} + 26{,}7\ \mathrm{MeV}\ .$$

Dėl to helio kiekis Saulės centrinėje dalyje didėja, o vandenilio – mažėja (kas sekundę sumažėja 564 milijonais tonų). Šis procesas vyksta jau beveik 6 milijardus metų, tačiau iki šiol išeikvota tik menka dalis Saulės vandenilio. Jo dar turėtų užtekti maždaug 5 milijardams metų.

Žemėje kol kas įvykdoma tik nevaldoma branduolių sintezės reakcija **vandenilinėje bomboje**. Aukšta temperatūra pasiekiama sprogus atominei bombai joje. Deuterio ir tričio mišinys patalpinamas viename apvalkale su atomine bomba. Sprogus atominei bombai,

temperatūra pakyla iki keletos dešimčių milijonų laipsnių. Tokioje temperatūroje prasideda deuterio ir tričio branduolių sintezės į helio branduolius termobranduolinė reakcija.

Termobranduolinės energijos panaudojimą taikiems tikslams kol kas riboja termobranduolinės reakcijos valdymo sunkumai.

## 2.8. RADIOAKTYVIOJO SPINDULIAVIMO BIOLOGINIS POVEIKIS

Radioaktyviųjų medžiagų skleidžiami $\alpha$, $\beta$ ir $\gamma$ spinduliai, patekę į žmogaus organizmą, jonizuoja ląstelių atomus ir molekules, nutraukia jų ryšius, o taip pat sukelia ląstelių, audinių ir viso organizmo funkcinius ir morfologinius pakitimus. Dėl to ląstelėse prasideda įvairūs cheminiai ir biocheminiai procesai, kurie jas naikina. Ypač sparčiai pažeidžiamos ląstelės, kurios greitai dalijasi.

Didžiausia yra $\alpha$ dalelių jonizacinė geba. Tačiau organizmą iš išorės veikiantys $\alpha$ spinduliai mažai pavojingi – nuo jų saugo oda. $\alpha$ dalelių skvarbumas menkas – žmogaus drabužiai visiškai jas sugeria. Tačiau patekusių į organizmo vidų pro kvėpavimo takus, burną ar sužeistą odą radioaktyviųjų medžiagų skleidžiami $\alpha$ spinduliai (vidiniai spinduliai) labai kenkia, nes mažame tūryje sukuria daug jonų. Šiuo požiūriu pavojingiausios medžiagos yra radis ir polonis. Radis kaupiasi kauluose, todėl sutrinka baltųjų ir raudonųjų kraujo kūnelių gamyba. Žmogus suserga mažakraujyste.

$\beta$ dalelių greitis daug didesnis už $\alpha$ dalelių greitį. Todėl jų jonizacinė geba menka – šimtus kartų mažesnė už $\alpha$ dalelių jonizacinę gebą. Užtat jų skvarbumas tiek pat kartų didesnis už $\alpha$ dalelių skvarbumą: ore $\beta$ dalelės nuskrieja iki 2000 m, įsiskverbia 3 mm į šviną, keliolika milimetrų į žmogaus kūną ir pan. $\beta$ spinduliai prasiskverbia pro suragėjusį odos sluoksnį į gyvus audinius ir gali smarkiai nudeginti odą.

Ji pasidaro sausa, o nagai trapūs. Spinduliai kartais sukelia net odos vėžį. Jiems labai jautrios akys.

$\gamma$ spindulių skvarbumas gana didelis. Todėl jie gali paveikti giliai organizme esančius audinius ir sukelti kraujo sudėties pakitimus, mažakraujystę, kataraktą (akies lęšiuko drumstį), viduriavimą ir kt.

Gama spindulių intensyvumas medžiagoje mažėja eksponentiškai:

$$\boxed{I = I_0 e^{-\mu x};}$$

čia $I_0$ – kritusių spindulių intensyvumas, $\mu$ – absorbcijos koeficientas, x – storis sluoksnio, kurį perėjo $\gamma$ spinduliai, I – $\gamma$ spindulių intensyvumas jiems praėjus sluoksnį, kurio storis lygus x.

$\gamma$ spinduliai tiesiogiai nesukelia jonizacijos – ją sukelia antrinės dalelės.

Tačiau ne visada radioaktyvumo poveikis žalingas. Radioaktyviųjų medžiagų skleidžiamais spinduliais medicinoje diagnozuojamos ir gydomos įvairios ligos. Pavyzdžiui, nedideliais radioaktyvaus natrio kiekiais tiriama kraujo apytaka, radioaktyvaus jodo preparatais diagnozuojami skydliaukės veiklos sutrikimai (Bazedovo liga). Radioaktyviaisiais spinduliais švitinami piktybiniai augliai, nes greitai besidalijančias supiktybėjusias vėžio ląsteles šie spinduliai ardo sparčiau negu normaliąsias. Taip $\gamma$ spinduliais stabdomas piktybinių auglių (vėžio) greitas plitimas.

Radioaktyvieji spinduliai naudojami ne tik medicinoje, bet ir pramonėje, žemės ūkyje, archeologijoje ir kitur. Pavyzdžiui, pramonėje tais spinduliais tiriama metalo liejinių sandara – nustatoma, ar juose nėra defektų; žemės ūkyje švitinimu paspartinamas augalų ir gyvulių augimas, apšvitintos sėklos greičiau sudygsta, vynuogės sukaupia daugiau cukraus ir pan.; archeologams šie spinduliai padeda

apskaičiuoti senovinių organinės kilmės daiktų (pavyzdžiui, Egipto mumijų) amžių.

Radioaktyviosios medžiagos branduolių aktyvumas SI sistemoje matuojamas **bekereliais** (sutrumpintai žymima Bq). Kai per 1 s suskyla vienas branduolys, medžiagos aktyvumas lygus 1 Bq.

Milijoną kartų didesnis vienetas yra **megabekerelis:**

$$1\ \text{MBq} = 10^6\ \text{Bq}\ .$$

Medžiagos aktyvumą dar galima matuoti ir kitais vienetais, pavyzdžiui, **kiuriais** (sutrumpintai Ci):

$$1\ \text{Ci} = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ \text{Bq}\ .$$

Tokio pat kiekio skirtingų radioaktyviųjų medžiagų aktyvumas yra nevienodas Pavyzdžiui, 1 g radžio (Ra) aktyvumas lygus 37 000 000 000 Bq = 37 000 MBq = 1 Ci (per 1 s suskyla 37 milijardai radžio atomų branduolių); 1 g urano (U) aktyvumas lygus 12 000 Bq (per 1 s suskyla 12 000 atomų branduolių); 1 g natūralaus kalio (K) aktyvumas lygus 28 Bq (per 1 s suskyla 28 atomų branduoliai).

Aktyvumas dažnai išreiškiamas rezerfordais (Rd):

$$1\ \text{Rd} = 10^6\ \text{skilimų per sekundę.}$$

Radioaktyviųjų spindulių poveikį gyviesiems organizmams apibūdina **sugertoji spindulių dozė.**

**Sugertąja spindulių doze D** vadinamas sugertos jonizuojančių spindulių energijos E ir švitinamo kūno masės m santykis:

$$\boxed{D = \frac{E}{m}\ .}$$

Taigi sugertoji spindulių dozė lygi švitinamos medžiagos masės vieneto sugertai jonizuojančio spinduliavimo energijai.

Sugertosios radioaktyviųjų spindulių dozės SI vienetas yra **grėjus** (sutrumpintai – Gy). 1Gy – tokia sugertoji spindulių dozė, kai apšvitintam 1 kg masės kūnui perduota 1 J jonizuojančių spindulių energijos: $1\,Gy = 1\,\frac{J}{kg}$. Žmogaus organizmą nuolat veikia natūralus gamtinis radiacinis fonas – 0,001 Gy per metus. Tarptautinė radiologinės apsaugos komisija žmonėms dirbantiems padidinto spinduliavimo aplinkoje, yra nustačiusi leistinąją dozės galią 0,05 Gy.

3-10 Gy dozė per trumpą laiką – dažniausiai mirtina dozė.

**Sugertosios dozės galia D** – tai per laiko vienetą sugertos energijos kiekis:

$$\boxed{\dot{D} = \frac{D}{t}.}$$

Dozės galios SI vienetas yra **grėjus per sekundę** (Gy / s).

Rentgeno ir $\gamma$ spindulių sugertoji dozė dar vadinama **ekspozicine spinduliavimo doze**. Jos matavimo vienetas yra kulonas kilogramui $\left(\frac{C}{kg}\right)$. $1\,\frac{C}{kg}$ – tai tokia Rentgeno arba $\gamma$ spindulių dozė, kai veikiant šiems spinduliams 1 kg oro susidariusių vieno ženklo krūvių suma lygi 1 C.

Praktikoje plačiai naudojamas ekspozicinės spinduliavimo dozės nesisteminis vienetas – rentgenas (R). 1 R dozė sukuria 1 $cm^3$ sauso oro (temperatūra 0° C, slėgis 760 mmHg) $2{,}08 \cdot 10^9$ jonų porų. $1\,R = 2{,}58 \cdot 10^{-4}\,\frac{C}{kg}$.

Žmogui pavojinga vienkartinė ekspozicinė dozė yra 500 ir daugiau rentgenų. Spindulių dozė tik kiekybiškai nusako sugertų spindulių energiją. Jos poveikis organizmui priklauso ir nuo spindulių

rūšies. Taigi įvairios spinduliavimo rūšys pasižymi skirtingomis jonizacinėmis savybėmis, t.y. esant tai pačiai sugertajai dozei spindulių poveikis gyviesiems organizmams yra nevienodas. Pavyzdžiui, tokia pat į organizmą prasiskverbusi $\alpha$ spindulių dozė yra 20 kartų pavojingesnė negu $\beta$ ir $\gamma$ spindulių. Todėl įvedama taip vadinama **biologinė spindulių dozė ($D_b$)**:

$$\boxed{D_b = K \cdot D\,;}$$

čia K – santykinio biologinio aktyvumo koeficientas, D – sugertoji spindulių dozė.

Rentgeno spindulių, gama spindulių ir elektronų $K = 1$, lėtųjų neutronų $K = 5$, greitųjų neutronų ir $\alpha$ dalelių $K = 10$. Natūraliosios radiacijos fonas per metus $D_b = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,\frac{C}{kg}$; staigus apšvitinimas, kai $D_b = 0{,}15\,\frac{C}{kg}$ – mirtina dozė.

Nedidelis absorbuotos dozės tik laikinai nuslopina gyvo organizmo dalijimąsi. Kai dozės didelės, ląstelės nesidalija, jose atsiranda fizikinių, cheminių ir morfologinių pakitimų, mutacijų (išsigimimų). Biologinis radioaktyviosios spinduliuotės poveikis nuo kitų aplinkos poveikių skiriasi pirmiausiai tuo, kad jis nejuntamas ir pasireiškia ne iš karto. Dėl to galima susirgti **spinduline liga.** Spindulinė liga būna ūminė ir lėtinė. Jos metu sutrinka centrinė nervų ir kraujotakos sistemos, dėl to kraujyje sumažėja leukocitų ir trombocitų, ima slinkti plaukai, moterys ir vyrai kurį laiką būna nevaisingi. Ligos laipsnis priklauso ir nuo organizmo radiacinio jautrumo. Jo matu laikoma tokia sugertoji dozė, nuo kurios žūva 50 % ląstelių arba organizmų. Pavyzdžiui, augalams ji yra 10 – 1500 Gy, žmogui 2,5 – 3 Gy. Kuo mažiau ląstelės subrendusios, tuo jos jautresnės.

## 2.9. ELEMENTARIOSIOS DALELĖS IR JŲ SAVYBĖS. ANTIDALELĖS

Elementariosiomis detalėmis vadinama didelė grupė smulkiausių materijos dalelių, kurios nėra nei atomai, nei atomų branduoliai (išimtis – vandenilio atomo branduolys protonas). Su pagrindinėmis elementariosiomis dalelėmis – elektronu, protonu, neutronu ir fotonu jau susipažinome. Prisiminkime, kad joms pažymėti naudojami šie simboliai:

${}_{-1}^{0}e$ – elektronas (jo krūvis lygus –1, o masė laikoma lygia nuliui);

${}_{1}^{1}p$ – protonas, arba vandenilio ${}_{1}^{1}H$ atomo branduolys (krūvis lygus 1, masė lygi 1);

${}_{0}^{1}n$ – neutronas (krūvis lygus nuliui, t.y. elektriškai neutrali dalelė; masė lygi 1).

$\gamma$ – fotonas, arba $\gamma$ kvantas (rimties masė lygi nuliui)

1932 m. anglų fizikas Džeimsas Čedvikas, apšaudydamas berilį (lengvus branduolius) $\alpha$ dalelėmis, atrado elektriškai neutralią dalelę – neutroną, įeinantį į visų atomų branduolių sudėtį (išskyrus vandenilio ${}_{1}^{1}H$ branduolį): ${}_{4}^{9}Be+{}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{6}^{12}C+{}_{0}^{1}n$ .

Nepraėjus nė metams nuo neutrono atradimo buvo atrastas pozitronas (žymimas simboliu ${}_{1}^{0}e$). Pozitrono egzistavimą 1931 m. teoriškai numatė P.Dirakas, o eksperimentiškai 1932 m. atrado Karlas Andersonas Vilsono kameroje stebėdamas kosminių spindulių dalelių pėdsakus. Jis pastebėjo, kad vienas iš elektronų pėdsakų magnetiniame lauke, kuriame buvo Vilsono kamera, išlinkęs taip, lyg elektrono krūvis būtų ne neigiamas, o teigiamas. Taigi Andersonui pasisekė pirmą kartą stebėti teigiamąjį elektroną (arba pozitroną), ir Dirako pranašystė išsipildė. Už pozitrono atradimą K.Andersonas

1936 m. gavo Nobelio premiją. Pozitronas ${}^{0}_{1}e$ yra elektrono ${}^{0}_{-1}e$ **antidalelė**. Pozitrono masė lygi elektrono masei, o krūvio modulis – elektrono krūviui. Netrukus po Andersono atradimo buvo nustatyta, kad pozitronai gali atsirasti, sąveikaujant su medžiaga didelės energijos fotonams ( $\gamma$ kvantams). Pavyzdžiui, elektrono ir pozitrono pora atsiranda išnykstant $\gamma$ kvantui, švino plokštelėje. Tačiau tokiame procese visuomet atsiranda **pozitrono ir elektrono pora**, todėl bendras elektrinio krūvio tvermės dėsnis nepažeidžiamas. Susidūrę elektronas ir pozitronas dažniausiai virsta dviem 0,51 MeV energijos $\gamma$ kvantais, kurie persiskiria ir skrieja priešingomis kryptimis: ${}^{0}_{-1}e+{}^{0}_{1}e \rightarrow 2\gamma$ .

Kartais atsiranda ir trys $\gamma$ kvantai, kurių suminė energija lygi 1,02 MeV. Ir atvirkščiai, $\gamma$ kvantas gali virsti elektronu ir pozitronu. Tokios poros išnykimas ir atsiradimas – tai dalelės ir antidalelės abipusiai virsmai. Elektronus ir pozitronus vadiname vienas kito **antidalelėmis**. Dažnai jie žymimi taip: $e^-$ ir $e^+$.

Po to, kai eksperimentais buvo patvirtinta, jog teoriškai numatytas pozitronas egzistuoja iš tikrųjų, kilo klausimas, ar egzistuoja **antiprotonai** ir **antineutronai**. Šios dalelės, kaip ir pozitronai, gali atsirasti tik poromis – kartu su savo antidalelėmis, t.y. protonais ir neutronais. Norint sukurti elektrono ir pozitrono porą, reikia išeikvoti 1,02 MeV energijos; norint sukurti protono ir antiprotono porą, tenka išeikvoti 1876 MeV energijos, o neutrono ir antineutrono porą – 1879 MeV energijos. Sukoncentruoti tokį milžinišką energijos kiekį vienoje elementarioje dalelėje, kad galėtų atsirasti pora, įmanoma tik galingiausiuose greitintuvuose, paleistuose tik šeštąjį dešimtmetį. 1955 m. grupei mokslininkų, dirbančių su 6 GeV Kalifornijos greitintuvu, pavyko sukurti ir atpažinti antiprotonus $\overline{p}$ ; sekančiais metais buvo atrastas antineutronas $\overline{n}$ .

Tarp elektronų ir pozitronų veikia elektromagnetinės jėgos ir , jiems anihiliuojant (išnykstant), atsiranda elektromagnetinio lauko kvantai – fotonai. Nukleonai tarpusavyje sąveikauja branduolinėmis jėgomis, ir, vykstant protono ir antiprotono arba neutrono ir antineutrono anihiliacijai (išnykimui), atsiranda **pionai** – branduolinių jėgų lauko kvantai. Jau mokslininkas Jukava teigė, jog būtinai turi egzistuoti tarpinės masės dalelė, perduodanti traukos jėgą tarp nukleonų. Nors Jukava šią prielaidą pareiškė 1935 m., bet pionas buvo atrastas tik 1947 m., kai kosminiuose spinduliuose eksperimentiškai buvo atrasti visi mezonai. Sekančiais metais pionai buvo pirmąkart dirbtinai gauti greitintuve, ir nuo tada buvo galima nuodugniai tirti jų pluoštelių savybes ir sąveikas. Yra dvejopi elektringi pionai: $\pi^+$ ir $\pi^-$ (dalelė ir antidalelė ) ir neutralus pionas $\pi^0$ (sutampantis su savo antidalele). Susidūrus nukleonams su nukleonais, kai jų energija pakankamai didelė, atsiranda daugybė pionų. Gali atsirasti ir vienas pionas, ir keletas jų (pastaruoju atveju, aišku, reikia didesnės energijos); pavyzdžiui:

$$p+p \to p+n+\pi^+,$$

$$n+p \to n+p+\pi^0,$$

$$p+p \to p+p+\pi^+ +\pi^- +\pi^0.$$

Pionus galima gauti ir nukleonus švitinant $\gamma$ kvantais, vykstant fotogeneracijos procesui: $\gamma+p \to p+\pi^0$ arba $\gamma+p \to p+\pi^+$. Elektringieji pionai gyvuoja maždaug $10^{-8}$ s, tuo tarpu neutralieji pionai – iš viso tik apie $10^{-16}$ s. Vadinasi, pionai yra nestabilios elementariosios dalelės. Pionams skylant, susidaro naujos elementariosios dalelės **miuonai** ir išspinduliuojamos elementariosios dalelės – **miuoniniai neutrinai** arba **miuoniniai antineutrinai**:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \upsilon_\mu;$$

$$\pi^- \to \mu^- + \widetilde{\upsilon}_\mu.$$

Skilimo metu susidarę miuonai taip pat nestabilūs ir skyla. Vykstant $p - \tilde{p}$ anihiliacijai, gali atsirasti bet koks pionų skaičius, atitinkantis energijos ir krūvio tvermės dėsnius, bet ne mažesnis kaip du, kad būtų išlaikytas judesio kiekio tvermės dėsnis. Pavyzdžiui, vykstant protono ir antiprotono anihiliacijai atsiranda $\pi^+$, $\pi^-$ ir $\pi^0$ pionai: $\bar{p} + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$.

Antiprotonai – stabilios dalelės, o laisvas antineutronas, jeigu neanihiliuoja, ilgainiui suskyla į antiprotoną ir pozitroną. Tačiau antineutrono anihiliacija paprastai įvyksta prieš jam suskylant; niekad nebuvo pastebėta antineutrono savaiminio skilimo.

Nustatyta, kad kiekviena dalelė turi antidalelę. Dalelės ir antidalelės masė, gyvavimo trukmė, sukiniai vienodi, tačiau krūvio, jeigu jį dalelė turi, ženklas yra priešingas. Vadinasi, yra ir **antimedžiaga**, kurios atomų branduoliai sudaryti iš antiprotonų ir antineutronų, o apvalkalas iš pozitronų. 1969 m. Rusijoje pirmą kartą gautas antihelis.

Susidūrusi medžiaga ir antimedžiaga anihiliuoja (išnyksta), o jų rimties energija virsta atsirandančių dalelių kinetine energija. Jeigu pavyktų sukaupti antimedžiagą, tai žmonija turėtų neribotus energijos kiekius. Tačiau tai padaryti nepaprastai sunku.

Per 10 metų, praėjusių nuo piono atradimo (1947 m.), tiriant kosminių spindulių sąveikas ir reakcijas, kuriose dalyvauja naujuose greitintuvuose gautos didelių energijų dalelės, buvo atrasta daugiau nei 30 elementariųjų dalelių. Daugelio tais metais atrastų dalelių savybės buvo neįprastos, ir jos buvo pavadintos **keistosiomis dalelėmis**.

Pirmosios iš atrastųjų keistųjų dalelių buvo **K mezonai**, arba **kaonai**. Žinomos keturios kaonų rūšys – teigiamas elektringas kaonas ($K^+$), neutralus kaonas ($K^0$) ir jų antidalelės ($K^-$ ir $\tilde{K}^0$). Kaonai atsiranda, susidūrus stipriai sąveikaujančioms didelių energijų dalelėms, pavyzdžiui, protonams su protonais arba pionams su

protonais. Elektringieji kaonai įvairiais būdais suskyla į leptonus ir pionus, pavyzdžiui:

$$K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu ,$$

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^0 ,$$

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^- ,$$

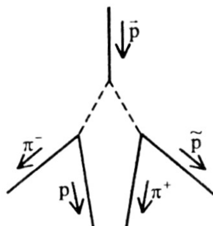
$$K^+ \to e^+ + \upsilon_e + \pi^0 .$$

Pirmosios elementariosios dalelės, kurių masė didesnė už protono masę, buvo pavadintos **lambda dalelėmis**. Šios keistosios dalelės ( $\Lambda^0$ ir $\widetilde{\Lambda}^0$ ) elektriškai neutralios, bet jas lengva atpažinti iš raidės V pavidalo pėdsakų, kuriuos fotografinėje emulsijoje arba burbulinėse kamerose palieka jų skilimo produktai, turintys elektros krūvius. Kiekviena lambda dalelė kameroje nueina trumpą kelią iki tol, kol suskyla:

$$\Lambda^0 \to \pi^- + p ; \qquad \widetilde{\Lambda}^0 \to \pi^+ + \widetilde{p} .$$

**Dviejų protonų susidūrimo metu burbulinėje kameroje susidaro $\Lambda^0$ – $\widetilde{\Lambda}^0$ pora.**

**$\Lambda^0$ suskyla į protoną ir $\pi^-$ mezoną, o $\widetilde{\Lambda}^0$ – į antiprotoną ir $\pi^+$ mezoną.**



Netrukus po lambda dalelių buvo atrastos ir kitos masyvios keistosios dalelės; jos buvo pavadintos $\sum$ (sigma dalelės), $\Xi$ (ksi dalelės) ir $\Omega$ (omega dalelės). Šios grupės keistosios dalelės kartu su lambda dalelėmis buvo pavadintos **hiperonais**.

Visi hiperonai suskyla į nukleonus. Todėl hiperonai ir nukleonai turi bendrą pavadinimą – **barionai**.

Užrašysime būdingiausius barionų skilimus:

$\sum^{+} \rightarrow p+\pi^{o}$, $\Xi^{-} \rightarrow \Lambda^{o}+\pi^{-}$,

$\sum^{o} \rightarrow \Lambda^{o}+\gamma$, $\Omega^{-} \rightarrow \Lambda^{o}+K^{-}$.

Ypač svarbus yra $\Omega^{-}$ hiperonas, nes apie jo egzistavimą buvo sužinota anksčiau negu jis buvo atrastas. 1961 m. fizikai teoretikai M.Gel-Manas ir J.Noimanas nepriklausomai vienas nuo kito pasiūlė stipriai sąveikaujančių elementariųjų dalelių klasifikacijos schemą. Visos tuo metu žinomos dalelės sutilpo į šią schemą, bet liko dar viena neužimta vieta. Tai turėjo būti neigiamai įelektrinta dalelė $\Omega^{-}$ (ir teigiamai elektringa antidalelė $\tilde{\Omega}^{-}$ ).

Buvo spėjama, kad $\Omega^{-}$ hiperono masė turi būti maždaug 3284 $m_e$ . Atlikus specialų eksperimentą, 1964 m $\Omega^{-}$ hiperonas iš tikrųjų buvo atrastas. Jo masė, nustatyta iš nuotraukos, gautos burbulinėje kameroje, pasirodė esanti lygi 3272 $m_e$ (tik su 2$m_e$ paklaida). Taigi M.Gel-Mano ir J.Noimano teorija puikiai pasitvirtino. M.Gel-Manas 1969 m. gavo Nobelio premiją už elementariųjų dalelių klasifikavimo darbas, kuriais remiantis buvo iš anksto numatyta, jog egzistuoja $\Omega^{-}$ hiperonas.

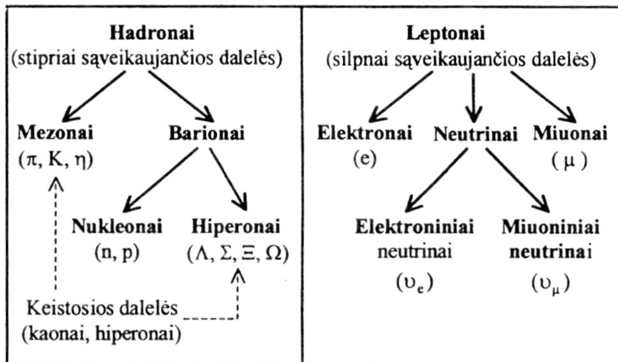
Bendra elementariųjų dalelių savybė yra ta, kad jos gali virsti vienos kitomis, o atsiradusiųjų dalelių nebuvo pirminės dalelės

sudėtyje. Pavyzdžiui, neutronas virsta protonu, elektronu ir **antineutrinu:** ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^{0}e + {}_0^0\tilde{\upsilon}$. Tai labai svarbus neutrono virsmas. Jis paaiškina, iš kur radioaktyvių medžiagų atomų branduolių skleidžiamuose spinduliuose atsiranda elektronai ${}_{-1}^{0}e$ (β spinduliai). Prisiminkime, kad atomų branduoliai sudaryti iš nukleonų (protonų ir neutronų), o elektronų ten visiškai nėra.

Antineutrinas yra elementariosios dalelės – neutrino $\upsilon$ – antidalelė. Abi dalelės (neutrinas $\upsilon$ ir antineutrinas $\tilde{\upsilon}$) neturi nei rimties masės, nei krūvio, visada juda šviesos greičiu ( $C = 300000\frac{km}{s}$ ), labai silpnai sąveikauja su medžiaga ir todėl labai skvarbios (perveria net Žemės rutulį). 1953 m. Kouenas (Cowen) ir Reinsas (Reines), sukėlė reakciją $p + \tilde{\upsilon} \rightarrow n + e^+$, pirmą kartą eksperimentiškai pademonstravo, kad neutrinas egzistuoja. Rūpestingai atlikę seriją eksperimentų Kouenas su Reinsu nenuginčijamai įrodė, jog įvyksta antineutrinų sukelti procesai ir galutinai nustatė, kad neutrinas $\upsilon$ ir antineutrinas $\tilde{\upsilon}$ – realios dalelės, o ne fiktyvios sąvokos, įvestos tam, kad būtų išgelbėti tvermės dėsniai, aiškinant branduolių β skilimą.

Atradus daug elementariųjų dalelių, reikėjo jas suklasifikuoti. Jau esame kalbėję apie atskiras elementariąsias daleles; patogumo dėlei pateiksime bendrą klasifikaciją. Dvi pagrindinės elementariųjų dalelių grupės – tai stipriai sąveikaujančios (hadronai) ir silpnai sąveikaujančios (leptonai) dalelės. Hadronai skirstomi į mezonus ir barionus, o pastarieji savo ruožtu – į nukleonus ir hiperonus. (Prie keistųjų dalelių priklauso kaonai ir hiperonai). Leptonams priskiriami elektronai, miuonai ir neutrinai. Šiuo metu žinoma virš 350

elementariųjų dalelių. Taigi elementariąsias daleles galima sugrupuoti šitaip:




Pagal elektros krūvį elementariosios dalelės skirstomos į teigiamas, neigiamas ir neutralias. Galimos trupmeninio krūvio skaičiaus dalelės – **kvarkai**, iš kurių, kaip teigia M.Gel-Manas ir Dž.Cveigas, sudaryti mezonai ir barionai.

Pagal gyvavimo trukmę dalelės yra stabilios ir nestabilios. Tik keturios dalelės – protonas, elektronas, neutrinas ir fotonas – gyvuotų amžinai, jei bet kuri būtų tik viena. Pavyzdžiui, neutrono gyvavimo trukmė yra maždaug 15,4 min.

* * *

# VIII. FIZIKINĖS LENTELĖS

## 1. PAGRINDINIAI FIZIKINIAI DYDŽIAI

| *Žymėjimas* | *Fizikinis dydis* | *Vienetas SI sistemoje* | *Vieneto pavadinimas* |
|---|---|---|---|
| $\ell$ | ilgis | m | metras |
| t | laikas | s | sekundė |
| m | masė | kg | kilogramas |
| T | temperatūra | K | kelvinas |
| ν | medžiagos kiekis | mol | molis |
| I | srovės stipris | A | amperas |
| I | šviesos stipris | cd | kandela |

## 2. PAGALBINIAI DYDŽIAI

| *Žymėjimas* | *Fizikinis dydis* | *Vienetas* | *Vieneto pavadinimas* |
|---|---|---|---|
| φ | plokščias kampas | rad | radianas |
| Ω | erdvinis kampas | sr | steradianas |

## 3. IŠVESTINIAI DYDŽIAI

| *Žymė-jimas* | *Fizikinis dydis* | *Formulė* | *Vienetas* | *Vieneto pavadinimas* |
|---|---|---|---|---|
| A | darbas | $A = F \cdot s$ | $J = N \cdot m$ | džaulis |
| $a$ | pagreitis | $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ | $\frac{m}{s^2}$ | metras per sekundę kvadratu |

| *Žymė-jimas* | *Fizikinis dydis* | *Formulė* | *Vienetas* | *Vieneto pavadinimas* |
|---|---|---|---|---|
| B | magnetinė indukcija | $B = \frac{F_{max}}{I\Delta\ell}$ | $T = \frac{N}{A \cdot m}$ | tesla |
| B | šviesos šaltinio ryškumas | $B = \frac{I}{S}$ | $\frac{cd}{m^2}$ | kandela kvadratiniam metrui |
| C | elektrinė talpa | $C = \frac{q}{\varphi}$ | $F = \frac{C}{V}$ | faradas |
| C | šiluminė talpa | $C = \frac{Q}{\Delta T}$ | $\frac{J}{K}$ | džaulis kelvinui |
| c | savitoji šiluma | $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$ | $\frac{J}{kg \cdot K}$ | džaulis kilogramui kelvinui |
| D | lęšio optinė galia | $D = \frac{1}{F}$ | $D = \frac{1}{m}$ | dioptrija |
| D | sugertoji radiacijos dozė | $D = \frac{E}{m}$ | $G_y = \frac{J}{kg}$ | grėjus |
| $\dot{D}$ | dozės galia | $\dot{D} = \frac{D}{t}$ | $\frac{G_y}{s}$ | grėjus per sekundę |
| E | apšviestu-mas | $E = \frac{\Phi}{S}$ | $\ell x = \frac{\ell m}{m^2}$ | liuksas |
| E | elektrinio lauko stipris | $E = \frac{F}{q}$ | $\frac{N}{C}$ | niutonas kulonui |

| *Žymė-jimas* | *Fizikinis dydis* | *Formulė* | *Vienetas* | *Vieneto pavadinimas* |
|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon$ | kampinis pagreitis | $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ | $\frac{rad}{s^2}$ | radianas per sekundę kvadratu |
| F | jėga | $F = ma$ | $N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$ | niutonas |
| $\Phi$ | magnetinis srautas | $\Phi = B \cdot S$ | $Wb = T \cdot m$ | vėberis |
| $\Phi$ | šviesos srautas | $\Phi = I \cdot \Omega$ | $\ell m = cd \cdot sr$ | liumenas |
| $\varphi$ | potencialas | $\varphi = \frac{A}{q}$ | $V = \frac{J}{C}$ | voltas |
| J | inercijos momentas | $J = m \cdot r^2$ | $kg \cdot m^2$ | kilogramas iš metro kvadratu |
| j | elektros srovės tankis | $j = \frac{I}{S}$ | $\frac{A}{m^2}$ | amperas kvadratiniam metrui |
| $k_o$ | grąžinimo koeficientas | $k_o = \frac{I}{\Delta\ell}$ | $\frac{N}{m}$ | niutonas metrui |
| L | induktyvumas | $L = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}$ | $H = \frac{V \cdot S}{A}$ | henris |
| L | impulso momentas | $L = I \cdot \omega$ | $\frac{kg \cdot m^2}{s}$ | kilogramas iš metro kvadratu sekundei |

| *Žymė-jimas* | *Fizikinis dydis* | *Formulė* | *Vienetas* | *Vieneto pavadinimas* |
|---|---|---|---|---|
| L | savitoji garavimo šiluma | $L = \frac{Q}{m}$ | $\frac{J}{kg}$ | džaulis kilogramui |
| λ | savitoji skystėjimo šiluma | $\lambda = \frac{Q}{m}$ | $\frac{J}{kg}$ | džaulis kilogramui |
| M | jėgos momentas | $M = F \cdot d$ | $N \cdot m$ | niutonmetras |
| M | molio masė | $M = \frac{m}{\nu}$ | $\frac{kg}{mol}$ | kilogramas moliui |
| N | galia | $N = \frac{A}{t}$<br>$N = F \cdot v$ | $W = \frac{J}{s}$<br>$W = \frac{N \cdot m}{s}$ | vatas |
| n | molekulių koncentracija | $n = \frac{N}{V}$ | $\frac{1}{m^3}$ | vienetas kubiniam metrui |
| ν | dažnis | $\nu = \frac{n}{t}$ | Hz | hercas |
| p | impulsas | $p = m \cdot v$ | $\frac{kg \cdot m}{s}$ | kilogramas iš metro per sekundę |
| p | slėgis | $p = \frac{F}{S}$ | $\frac{N}{m^2}$ | niutonas kvadratiniam metrui |
| q | elektros krūvis | $q = I \cdot t$ | $C = A \cdot s$ | kulonas |

| *Žymėjimas* | *Fizikinis dydis* | *Formulė* | *Vienetas* | *Vieneto pavadinimas* |
|---|---|---|---|---|
| q | kuro šilumingum as | $q = \frac{Q}{m}$ | $\frac{J}{kg}$ | džaulis kilogramui |
| R | varža | $R = \frac{U}{I}$ | $\Omega = \frac{V}{A}$ | omas |
| ρ | savitoji varža | $\rho = \frac{R \cdot S}{\ell}$ | $\Omega \cdot m$ | omas iš metro |
| ρ | tankis | $\rho = \frac{m}{V}$ | $\frac{kg}{m^3}$ | kilogramas kubiniam metrui |
| σ | krūvio paviršinis tankis | $\sigma = \frac{q}{S}$ | $\frac{C}{m^2}$ | kulonas kvadratiniam metrui |
| σ | paviršiaus įtempimas | $\sigma = \frac{F}{\ell}$ | $\frac{N}{m}$ | niutonas metrui |
| T | periodas | $T = \frac{t}{n}$ | s | sekundė |
| t° | temperatūra (°C) | $t° = T - 273$ | °C | Celsijaus laipsniai |
| v | greitis | $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ | $\frac{m}{s}$ | metras per sekundę |
| ω | kampinis greitis | $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ | $\frac{rad}{s}$ | radianas per sekundę |

## 4. METRINĖS IR ANGLIŠKOSIOS SISTEMŲ ILGIO VIENETŲ PERSKAIČIAVIMO LENTELĖ

| | |
|---|---|
| 1 m = 3,281 pėdos | 1 cm = 0,3937 colio |
| 1 km = 0,6214 mylios = 3281 pėdos | |
| 1 colis = 2,54 cm | 1 jardas = 91,44 cm |
| 1 pėda = 30,48 cm | 1 mylia = 5280 pėdų = 1,609 km |

## 5. FIZIKINĖS KONSTANTOS

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Laisvojo kritimo pagreitis | $g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$ |
| 2. | Gravitacijos konstanta | $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ |
| 3. | Avogadro skaičius | $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$ |
| 4. | Lošmidto skaičius | $N_L = 2{,}69 \cdot 10^{25}\ m^{-3}$ |
| 5. | Universalioji dujų konstanta | $R = 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K}$ |
| 6. | Idealiųjų dujų vieno molio tūris normaliomis sąlygomis ( $p_o = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa, $T_o = 273{,}16$ K ) | $V_m = 22{,}4 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{mol}$ |
| 7. | Bolcmano konstanta | $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ |
| 8. | Faradėjaus skaičius | $F = 9{,}65 \cdot 10^4 \frac{C}{mol}$ |
| 9. | Elementarusis elektros krūvis | $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C |

| | | |
|---|---|---|
| **10.** | Atominės masės vienetas | $1\ a.m.v. = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg =$<br>$= 931{,}5\ MeV$<br>$1\ MeV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ J$ |
| **11.** | Elektrono rimties masė | $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg$<br>$m_e = 5{,}49 \cdot 10^{-4}\ a.\ m.\ v.$ |
| **12.** | Protono rimties masė | $m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}\ kg$<br>$m_p = 1{,}007276470\ a.\ m.\ v.$ |
| **13.** | Neutrono rimties masė | $m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}\ kg$<br>$m_n = 1{,}008665012\ a.m.\ v.$ |
| **14.** | Elektrono krūvio ir masės santykis | $\frac{\lvert e \rvert}{m_e} = 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \frac{C}{kg}$ |
| **15.** | Elektrono rimties energija | $E_{oe} = 8{,}187 \cdot 10^{-14}\ J = 0{,}511\ MeV$ |
| **16.** | Protono rimties energija | $E_{op} = 1{,}503 \cdot 10^{-10} J = 938{,}26\ MeV$ |
| **17.** | Neutrono rimties energija | $E_{on} = 1{,}505 \cdot 10^{-10}\ J = 939{,}55\ MeV$ |
| **14.** | Elektrinė konstanta | $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N \cdot m^2}$ |
| **15.** | Magnetinė konstanta | $\mu_o = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\ \frac{H}{m}$ |
| **16.** | Šviesos greitis vakuume | $c = 2{,}9979 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$ |
| **17.** | Planko konstanta | $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$ |
| **18.** | Mažoji Planko konstanta | $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$ |
| **19.** | Rydbergo konstanta | $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}\ s^{-1}$ |

# 6. ASTRONOMINĖS KONSTANTOS

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | 1 šviesmetis (šm) | $9{,}46 \cdot 10^{15}$ m |
| **2.** | 1 parsekas (pc) | $3{,}08 \cdot 10^{16}$ m |
| **3.** | 1 astronominis vienetas (a. v.) (atstumas nuo Žemės iki Saulės) | $1{,}496 \cdot 10^{6}$ km |
| **4.** | Atstumas nuo Žemės iki Mėnulio | $3{,}844 \cdot 10^{5}$ km |
| **5.** | Saulės spindulys | $6{,}95 \cdot 10^{8}$ m |
| **6.** | Žemės spindulys | $6{,}37 \cdot 10^{6}$ m |
| **7.** | Mėnulio spindulys | $1{,}74 \cdot 10^{6}$ m |
| **8.** | Vidutinis Saulės tankis | $1{,}40 \cdot 10^{3}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
| **9.** | Vidutinis Žemės tankis | $5{,}52 \cdot 10^{3}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
| **10.** | Vidutinis Mėnulio tankis | $3{,}35 \cdot 10^{3}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
| **11.** | Saulės masė | $1{,}97 \cdot 10^{30}$ kg |
| **12.** | Žemės masė | $5{,}96 \cdot 10^{24}$ kg |
| **13.** | Mėnulio masė | $7{,}33 \cdot 10^{22}$ kg |
| **14.** | Vidutinis orbitinis Žemės greitis | $2{,}98 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ |

# 7. KARTOTINIAI DYDŽIAI

| Žymėjimas | Pavadinimas | Daugiklis | San-trumpa |
|---|---|---|---|
| E | eksa | 1 000 000 000 000 000 000 | $10^{18}$ |
| P | peta | 1 000 000 000 000 000 | $10^{15}$ |
| T | tera | 1 000 000 000 000 | $10^{12}$ |
| G | giga | 1 000 000 000 | $10^{9}$ |
| M | mega | 1 000 000 | $10^{6}$ |
| k | kilo | 1000 | $10^{3}$ |
| h | hekto | 100 | $10^{2}$ |
| D | deka | 10 | $10^{1}$ |
| d | deci | 0,1 | $10^{-1}$ |
| c | centi | 0,01 | $10^{-2}$ |
| m | mili | 0,001 | $10^{-3}$ |
| μ | mikro | 0, 000 001 | $10^{-6}$ |
| n | nano | 0, 000 000 001 | $10^{-9}$ |
| p | piko | 0,000 000 000 001 | $10^{-12}$ |
| f | femto | 0,000 000 000 000 001 | $10^{-15}$ |
| a | ato | 0,000 000 000 000 000 001 | $10^{-18}$ |

# 8. GRAIKŲ KALBOS ABĖCĖLĖ

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Αα | alfa | Ιι | jota | Ρρ | ro |
| Ββ | beta | Κκ | kapa | Σσ | sigma |
| Γγ | gama | Λλ | lambda | Ττ | tau |
| Δδ | delta | Μμ | mi | Υυ | ipsilon |
| Εε | epsilon | Νν | ni | Φφ | fi |
| Ζς | dzeta | Ξξ | ksi | Χχ | chi |
| Ηη | eta | Οο | omikron | Ψψ | psi |
| Θθ | teta | Ππ | pi | Ωω | omega |

# 9. METRINĖ MATŲ SISTEMA

## Ilgio matavimo vienetai

1 kilometras (km) = 1000 metrų (m),

1 metras (m) = 10 decimetrų (dm) = 100 centimetrų (cm),

1 decimetras (dm) = 10 centimetrų (cm),

1 centimetras (cm) = 10 milimetrų (mm).

## Ploto matavimo vienetai

1 kvadratinis kilometras ($km^2$) = 1000000 kvadratinių metrų ($m^2$), 1 kvadratinis metras ($m^2$) = 100 kvadratinių decimetrų ($dm^2$) = 10000 kvadratinių centimetrų ($cm^2$),

1 hektaras (ha) = 100 arų (a) = 10000 kvadratinių metrų ($m^2$),

1 aras (a) = 100 kvadratinių metrų ($m^2$).

## Tūrio matavimo vienetai

1 kubinis metras ($m^3$) = 1000 kubinių decimetrų ($dm^3$) = = 1000000 kubinių centimetrų ($cm^3$),

1 kubinis decimetras ($dm^3$) = 1000 kubinių centimetrų ($cm^3$),

1 litras ( $\ell$ ) = 1 kubiniam decimetrui ($dm^3$),

1 hektolitras (h $\ell$ ) = 100 litrų ( $\ell$ ).

## Masės matavimo vienetai

1 tona (t) = 1000 kilogramų (kg),

1 centneris (cnt) = 100 kilogramų (kg),

1 kilogramas (kg) = 1000 gramų (g),

1 gramas (g) = 1000 miligramų (mg).

## Laiko matavimo vienetai

1 sekundė (s) = $\frac{1}{60}$ min = $\frac{1}{3600}$ h,

1 minutė (min) = $\frac{1}{60}$ h,

1 valanda (h) = $\frac{1}{24}$ paros,

1 para = 24 h,

1 metai = 365 (366) paros (dienos),

1 amžius = 100 metų.

## 10. NATŪRALIŲJŲ SKAIČIŲ NUO 10 IKI 99 KVADRATŲ LENTELĖ

| *Dešimtys* | *Vienetai* | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5 | 2500 | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6 | 3600 | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7 | 4900 | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8 | 6400 | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9 | 8100 | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

## 11. KAMPŲ NUO 0° IKI 90° SINUSŲ, KOSINUSŲ IR TANGENTŲ REIKŠMĖS

| ***Laipsniai*** | ***sin*** | ***cos*** | ***tg*** |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,0000 | 1,0000 | 0,0000 |
| 1 | 0,0175 | 0,9998 | 0,0175 |
| 2 | 0,0349 | 0,9994 | 0,0349 |
| 3 | 0,0523 | 0,9986 | 0,0524 |
| 4 | 0,0698 | 0,9976 | 0,0699 |
| 5 | 0,0872 | 0,9962 | 0,0875 |
| 6 | 0,1045 | 0,9945 | 0,1051 |
| 7 | 0,1219 | 0,9925 | 0,1228 |
| 8 | 0,1392 | 0,9903 | 0,1405 |
| 9 | 0,1564 | 0,9877 | 0,1584 |

| *Laipsniai* | *sin* | *cos* | *tg* |
|---|---|---|---|
| 10 | 0,1736 | 0,9848 | 0,1763 |
| 11 | 0,1908 | 0,9816 | 0,1944 |
| 12 | 0,2079 | 0,9781 | 0,2126 |
| 13 | 0,2250 | 0,9744 | 0,2309 |
| 14 | 0,2419 | 0,9703 | 0,2493 |
| 15 | 0,2588 | 0,9659, | 0,2679 |
| 16 | 0,2756 | 0,9613 | 0,2867 |
| 17 | 0,2924 | 0,9563 | 0,3057 |
| 18 | 0,3090 | 0,9511 | 0,3249 |
| 19 | 0,3256 | 0,9455 | 0,3443 |
| 20 | 0,3420 | 0,9397 | 0,3640 |
| 21 | 0,3584 | 0,9336 | 0,3839 |
| 22 | 0,3746 | 0,9272 | 0,4040 |
| 23 | 0,3907 | 0,9205 | 0,4245 |
| 24 | 0,4067 | 0,9135 | 0,4452 |
| 25 | 0,4226 | 0,9063 | 0,4663 |
| 26 | 0,4384 | 0,8988 | 0,4877 |
| 27 | 0,4540 | 0,8910 | 0,5095 |
| 28 | 0,4695 | 0,8829 | 0,5317 |
| 29 | 0,4848 | 0,8746 | 0,5543 |
| 30 | 0,5000 | 0,8660 | 0,5774 |
| 31 | 0,5150 | 0,8572 | 0,6009 |
| 32 | 0,5299 | 0,8480 | 0,6249 |
| 33 | 0,5446 | 0,8387 | 0,6494 |
| 34 | 0,5592 | 0,8290 | 0,6745 |
| 35 | 0,5736 | 0,8192 | 0,7002 |
| 36 | 0,5878 | 0,8090 | 0,7265 |
| 37 | 0,6018 | 0,7986 | 0,7536 |

| *Laipsniai* | *sin* | *cos* | *tg* |
|---|---|---|---|
| 38 | 0,6157 | 0,7880 | 0,7813 |
| 39 | 0,6293 | 0,7771 | 0,8098 |
| 40 | 0,6428 | 0,7660 | 0,8391 |
| 41 | 0,6561 | 0,7547 | 0,8693 |
| 42 | 0,6691 | 0,7431 | 0,9004 |
| 43 | 0,6820 | 0,7314 | 0,9325 |
| 44 | 0,6947 | 0,7193 | 0,9657 |
| 45 | 0,7071 | 0,7071 | 1,0000 |
| 46 | 0,7193 | 0,6947 | 1,036 |
| 47 | 0,7314 | 0,6820 | 1,072 |
| 48 | 0,7431 | 0,6691 | 1,111 |
| 49 | 0,7547 | 0,6561 | 1,150 |
| 50 | 0,7660 | 0,6428 | 1,192 |
| 51 | 0,7771 | 0,6293 | 1,235 |
| 52 | 0,7880 | 0,6157 | 1,280 |
| 53 | 0,7986 | 0,6018 | 1,327 |
| 54 | 0,8090 | 0,5878 | 1,376 |
| 55 | 0,8192 | 0,5736 | 1,428 |
| 56 | 0,8290 | 0,5592 | 1,483 |
| 57 | 0,8387 | 0,5446 | 1,540 |
| 58 | 0,8480 | 0,5299 | 1,600 |
| 59 | 0,8572 | 0,5150 | 1,664 |
| 60 | 0,8660 | 0,5000 | 1,732 |
| 61 | 0,8746 | 0,4848 | 1,804 |
| 62 | 0,8829 | 0,4695 | 1,881 |
| 63 | 0,8910 | 0,4540 | 1,963 |
| 64 | 0,8988 | 0,4384 | 2,050 |
| 65 | 0,9063 | 0,4226 | 2,145 |

| *Laipsniai* | *sin* | *cos* | *tg* |
|---|---|---|---|
| 66 | 0,9135 | 0,4067 | 2,246 |
| 67 | 0,9205 | 0,3907 | 2,356 |
| 68 | 0,9272 | 0,3746 | 2,475 |
| 69 | 0,9336 | 0,3584 | 2,605 |
| 70 | 0,9397 | 0,3420 | 2,747 |
| 71 | 0,9455 | 0,3256 | 2,904 |
| 72 | 0,9511 | 0,3090 | 3,078 |
| 73 | 0,9563 | 0,2924 | 3,271 |
| 74 | 0,9613 | 0,2756 | 3,487 |
| 75 | 0,9659 | 0,2588 | 3,732 |
| 76 | 0,9703 | 0,2419 | 4,011 |
| 77 | 0,9744 | 0,2250 | 4,331 |
| 78 | 0,9781 | 0,2079 | 4,705 |
| 79 | 0,9816 | 0,1908 | 5,145 |
| 80 | 0,9848 | 0,1736 | 5,671 |
| 81 | 0,9877 | 0,1564 | 6,314 |
| 82 | 0,9903 | 0,1392 | 7,115 |
| 83 | 0,9925 | 0,1219 | 8,144 |
| 84 | 0,9945 | 0,1045 | 9,514 |
| 85 | 0,9962 | 0,0872 | 11,43 |
| 86 | 0,9976 | 0,0698 | 14,30 |
| 87 | 0,9987 | 0,0523 | 19,08 |
| 88 | 0,9994 | 0,0349 | 28,64 |
| 89 | 0,9998 | 0,0175 | 57,29 |
| 90 | 1,0000 | 0,0000 | |

# 12. MEDŽIAGŲ TANKIS

| *Medžiaga* | *Tankis* ρ, $\frac{kg}{m^3}$ |
|---|---|
| **Dujos (normaliomis sąlygomis)** | |
| Acetilenas | 1,17 |
| Amoniakas | 0,77 |
| Anglies dioksidas | 1,98 |
| Anglies monoksidas | 1,25 |
| Azotas | 1,25 |
| Chloras | 3,21 |
| Deguonis | 1,43 |
| Helis | 0,18 |
| Metanas | 0,71 |
| Neonas | 0,90 |
| Oras | 1,29 |
| Ozonas | 2,14 |
| Vandenilis | 0,09 |
| Vandens garai (100 °C) | 0,88 |
| **Skysčiai (15–20° C temperatūros)** | |
| Acetonas | 800 |
| Alyva (tepimo) | 900 |
| Azotas, skystas (-196° C) | 790 |
| Benzinas | 700 |
| Benzolas | 880 |
| Deguonis, skystas (-182° C) | 1140 |

| *Medžiaga* | *Tankis* ρ, $\frac{kg}{m^3}$ |
|---|---|
| Dyzelinis kuras | 1000 |
| Eteris | 710 |
| Gyvsidabris (0° C) | 13600 |
| Glicerinas | 1260 |
| Kraujas | 1050 |
| Mazutas | 900 |
| Nafta | 800 |
| Oras, skystas (-194° C) | 860 |
| Pienas | 1030 |
| Sieros rūgštis | 1840 |
| Spiritas | 800 |
| Terpentinas | 870 |
| Sidabras | 9300 |
| Vanduo (+4° C) | 1000 |
| Jūros vanduo | 1030 |
| Vario sulfato tirpalas (prisotintas) | 1150 |
| Žibalas | 800 |
| **Kietieji kūnai (15–20° C temperatūros)** | |
| Akmens anglis | 1300 |
| Alavas | 7300 |
| Aliuminis | 2700 |
| Auksas | 19300 |
| Betonas | 2200 |

| ***Medžiaga*** | ***Tankis*** ρ, $\frac{kg}{m^3}$ |
|---|---|
| Cementas | 1400 |
| Cinkas | 7100 |
| Deimantas | 3500 |
| Ebonitas | 1200 |
| Ledas | 900 |
| Magnis | 1740 |
| Marmuras | 2700 |
| Mediena, sausa: | |
| ąžuolo | 800 |
| beržo | 700 |
| pušies | 500 |
| eglės | 600 |
| Medus | 2400 |
| Nikelinas | 8500 |
| Nikelis | 8800 |
| Parafinas | 900 |
| Platina | 21500 |
| Pleksiglasas (organinis stiklas) | 1200 |
| Geležis (plienas) | 7880 |
| Germanis | 5400 |
| Granitas | 2600 |
| Grafitas | 2100 |
| Iridis | 22400 |

| ***Medžiaga*** | ***Tankis*** $\rho$, $\frac{kg}{m^3}$ |
|---|---|
| Kamštis | 200 |
| Ketus | 7000–7800 |
| Kreida | 2400 |
| Platina | 21500 |
| Plyta | 1800 |
| Polietilenas | 900 |
| Porcelianas | 2300 |
| Putų plastmasė | 20–100 |
| Sidabras | 10500 |
| Silicis | 2300 |
| Smėlis (sausas) | 1500 |
| Stiklas (butelių) | 2700 |
| Stiklas (langų) | 2500 |
| Špižius | 700 |
| Švinas | 11300 |
| Titanas | 4500 |
| Uranas | 19100 |
| Valgomoji druska | 2100 |
| Varis | 8900 |
| Volframas | 19300 |
| Žalvaris | 8500 |

## 13. SLYDIMO TRINTIES KOEFICIENTAI

Anglis į varį ........................................ 0,25

Bronza į bronzą ........................................ 0,20

Bronza į ketų, šiek tiek ištepus ........................................ 0,19

Ketus į ketų, esant šiek tiek tepalo ........................................ 0,15

Medis į medį (ąžuolas) ........................................ 0,50

Medis į sausą žemę ........................................ 0,71

Odinis diržas į ketinį skriemulį ........................................ 0,56

Plienas į ledą ........................................ 0,02

Plienas į plieną ........................................ 0,13

Plyta į plytą ........................................ 0,65

## 14. TEMPIMO STIPRUMO RIBA $\sigma_{st}$ IR TAMPRUMO MODULIS E

| ***Medžiaga*** | ***$\sigma_{st}$, MPa*** | ***E, GPA*** |
|---|---|---|
| Alavas | 20 | 50 |
| Aliuminis | 100 | 70 |
| Plienas | 300 | 210 |
| Sidabras | 140 | 80 |
| Švinas | 18 | 17 |
| Varis | 200 | 100 |
| Žalvaris | 400 | 11,5 |

# 15. MEDŽIAGŲ ŠILUMINĖS SAVYBĖS

## Kietieji kūnai

| *Medžiaga* | *Savitoji šiluma c, kJ/(kg · K)* | *Lydymosi temperatūra t, °C* | *Savitoji lydymosi šiluma λ, kJ/kg* |
|---|---|---|---|
| Alavas | 0,23 | 232 | 59 |
| Aliuminis | 0,88 | 660 | 380 |
| Bismutas | 0,13 | - | - |
| Cinkas | 0,38 | 420 | 120 |
| Geležis | 0,46 | 1535 | 270 |
| Gyvsidabris | 0,1 | -39 | 12 |
| Ketus | 0,54 | 1150 | 96 |
| Ledas | 2,1 | 0 | 330 |
| Naftalinas | 1,3 | 80 | 150 |
| Parafinas | 3,2 | 54 | 150 |
| Žalvaris | 0,386 | 1000 | - |
| Plienas | 0,46 | 1400 | 82 |
| Volframas | 0,195 | 3410 | 26 |
| Sidabras | 0,23 | 960 | 87 |
| Švinas | 0,131 | 327 | 25 |
| Varis | 0,38 | 1083 | 180 |

## Skysčiai

| *Medžiaga* | *Savitoji šiluma c, kJ/(kg · K)* | *Virimo temperatūra t, °C (Kai slėgis normalus)* | *Savitoji garavimo šiluma L, kJ/kg* |
|---|---|---|---|
| Alkoholis | 2,4 | 78 | 850 |
| Benzinas | 2,095 | 140 | - |
| Eteris | 2,3 | 35 | 350 |
| Glicerinas | 2,4 | 290,5 | - |
| Gyvsidabris | 0,12 | 357 | 290 |
| Spiritas | 2,4 | 78 | 850 |
| Vanduo | 4,2 | 100 | 2300 |
| Žibalas | 2,1 | 150 | - |

## Dujos

| *Medžiaga* | *Savitoji šiluma c, kJ/(kg · K)* | *Kondensacijos temperatūra, °C* |
|---|---|---|
| Azotas | 1,0 | -196 |
| Deguonis | 0,92 | -183 |
| Oras | 1,0 | - |
| Vandenilis | 14,0 | -253 |
| Helis | 5,21 | -269 |
| Anglies dioksidas | 0,83 | -56,6 |

## 16. SAVITOJI KURO DEGIMO ŠILUMA q, MJ/kg

Akmens anglis....................30
Alkoholis............................22
Benzinas.............................46,2
Durpės................................15
Dyzelinis kuras...................42,7
Koksas................................30
Kuras, sąlyginis..................29
Medis.........................10
Mazutas.....................42,0
Nafta..........................43
Parakas.......................3,8
Spiritas.......................30
Žibalas.......................46,2

## 17. ATOMŲ IR MOLEKULIŲ SKERSMUO d, nm

| *Atomas, molekulė* | *Skersmuo nm* |
|---|---|
| Helis | 0,19 |
| Vandenilis | 0,23 |
| Vandens garai | 0,26 |
| Deguonis | 0,29 |
| Anglies dioksidas | 0,33 |
| Chloras | 0,37 |

## 18. SOČIŲJŲ VANDENS GARŲ SLĖGIO $p_s$ IR TANKIO $\rho_s$ PRIKLAUSOMYBĖ NUO TEMPERATŪROS $t_n$

| *Temperatūra t, °C* | *Slėgis $p_s$, kPa* | *Tankis $\rho_s$, $\frac{g}{m^3}$* |
|---|---|---|
| -30 | 0,0373 | 0,33 |
| -20 | 0,103 | 0,85 |
| -10 | 0,26 | 2,14 |

| *Temperatūra* $t$, °C | *Slėgis* $p_s$, kPa | *Tankis* $\rho_s$, $\frac{g}{m^3}$ |
|---|---|---|
| -5 | 0,401 | 3,24 |
| -4 | 0,437 | 3,53 |
| -3 | 0,463 | 3,83 |
| -2 | 0,517 | 4,14 |
| -1 | 0,563 | 4,49 |
| 0 | 0,611 | 4,84 |
| 1 | 0,656 | 5,20 |
| 2 | 0,705 | 5,57 |
| 3 | 0,757 | 5,95 |
| 4 | 0,813 | 6,37 |
| 5 | 0,872 | 6,80 |
| 6 | 0,935 | 7,27 |
| 7 | 1,005 | 7,79 |
| 8 | 1,072 | 8,28 |
| 9 | 1,148 | 8,83 |
| 10 | 1,227 | 9,41 |
| 11 | 1,312 | 10,02 |
| 12 | 1,401 | 10,67 |
| 13 | 1,497 | 11,36 |
| 14 | 1,597 | 12,08 |
| 15 | 1,704 | 12,84 |

| *Temperatūra* $t$, °C | *Slėgis* $p_s$, kPa | *Tankis* $\rho_s$, $\frac{g}{m^3}$ |
|---|---|---|
| 16 | 1,817 | 13,65 |
| 17 | 1,937 | 14,50 |
| 18 | 2,062 | 15,39 |
| 19 | 2,196 | 16,32 |
| 20 | 2,337 | 17,32 |
| 21 | 2,486 | 18,35 |
| 22 | 2,642 | 19,44 |
| 23 | 2,809 | 20,60 |
| 24 | 2,984 | 21,81 |
| 25 | 3,168 | 23,07 |
| 26 | 3,361 | 24,40 |
| 27 | 3,565 | 25,79 |
| 28 | 3,780 | 27,26 |
| 30 | 4,242 | 30,3 |
| 35 | 5,623 | 39,6 |
| 40 | 7,374 | 51,2 |
| 50 | 12,330 | 83,0 |

# 19. PSICHROMETRINĖ LENTELĖ

| *t (sausojo termometro parodymai, °C)* | *Sausojo ir drėgnojo termometro parodymų skirtumai, °C* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| | *santykinė drėgmė, %* | | | | | | | | | | | |
| 0 | 100 | 81 | 63 | 45 | 28 | 11 | | | | | | |
| 1 | 100 | 83 | 65 | 48 | 32 | 16 | | | | | | |
| 2 | 100 | 84 | 68 | 51 | 35 | 20 | | | | | | |
| 3 | 100 | 84 | 69 | 54 | 39 | 24 | 10 | | | | | |
| 4 | 100 | 85 | 70 | 56 | 42 | 28 | 14 | | | | | |
| 5 | 100 | 86 | 72 | 58 | 45 | 32 | 19 | 6 | | | | |
| 6 | 100 | 86 | 73 | 60 | 47 | 35 | 23 | 10 | | | | |
| 7 | 100 | 87 | 74 | 61 | 49 | 37 | 26 | 14 | | | | |
| 8 | 100 | 87 | 75 | 63 | 51 | 40 | 29 | 18 | 7 | | | |
| 9 | 100 | 88 | 76 | 64 | 53 | 42 | 31 | 21 | 11 | | | |
| 10 | 100 | 88 | 76 | 65 | 54 | 44 | 34 | 24 | 14 | 5 | | |
| 11 | 100 | 88 | 77 | 66 | 56 | 46 | 36 | 26 | 17 | 8 | | |
| 12 | 100 | 89 | 78 | 68 | 57 | 48 | 38 | 29 | 20 | 11 | | |
| 13 | 100 | 89 | 79 | 69 | 59 | 49 | 40 | 31 | 23 | 14 | 6 | |
| 14 | 100 | 89 | 79 | 70 | 60 | 51 | 42 | 34 | 25 | 17 | 9 | |
| 15 | 100 | 90 | 80 | 71 | 61 | 52 | 44 | 36 | 27 | 20 | 12 | 5 |
| 16 | 100 | 90 | 81 | 71 | 62 | 54 | 46 | 37 | 30 | 22 | 15 | 8 |
| 17 | 100 | 90 | 81 | 72 | 64 | 55 | 47 | 39 | 32 | 24 | 17 | 10 |
| 18 | 100 | 91 | 82 | 73 | 65 | 56 | 49 | 41 | 34 | 27 | 20 | 13 |
| 19 | 100 | 91 | 82 | 74 | 65 | 58 | 50 | 43 | 35 | 29 | 22 | 15 |
| 20 | 100 | 91 | 83 | 74 | 666 | 59 | 51 | 44 | 37 | 30 | 24 | 18 |
| 21 | 100 | 91 | 83 | 74 | 67 | 60 | 52 | 46 | 39 | 32 | 26 | 20 |
| 22 | 100 | 92 | 83 | 76 | 68 | 61 | 54 | 47 | 40 | 34 | 28 | 22 |
| 23 | 100 | 92 | 84 | 76 | 69 | 61 | 55 | 48 | 42 | 36 | 30 | 24 |
| 24 | 100 | 92 | 84 | 77 | 69 | 62 | 56 | 49 | 43 | 37 | 31 | 26 |
| 25 | 100 | 92 | 84 | 77 | 70 | 63 | 57 | 50 | 44 | 38 | 33 | 27 |
| 26 | 100 | 92 | 85 | 76 | 71 | 64 | 58 | 51 | 46 | 40 | 34 | 29 |
| 27 | 100 | 92 | 85 | 78 | 71 | 65 | 59 | 52 | 47 | 41 | 36 | 30 |
| 28 | 100 | 93 | 85 | 78 | 72 | 65 | 59 | 53 | 48 | 42 | 37 | 32 |
| 29 | 100 | 93 | 86 | 79 | 72 | 66 | 60 | 54 | 49 | 43 | 38 | 33 |
| 30 | 100 | 93 | 86 | 79 | 73 | 67 | 61 | 55 | 50 | 44 | 39 | 34 |

## 20. KAI KURIŲ MEDŽIAGŲ KRITINĖ TEMPERATŪRA $t_k$ IR KRITINIS SLĖGIS $p_k$

| *Medžiaga* | *Kritinė temperatūra* $t_k$, °C | *Kritinis slėgis* $p_k$, *MPa* |
|---|---|---|
| Azotas | -146,9 | 3,39 |
| Anglies dioksidas | 31,0 | 7,39 |
| Amoniakas | 132,4 | 3,39 |
| Acetonas | 235,6 | 4,72 |
| Acetilenas | 35,94 | 6,26 |
| Chloras | 144 | 7,7 |
| Deguonis | -118,38 | 5,08 |
| Eteris | 194 | 3,59 |
| Helis | -267,95 | 0,229 |
| Oras | -140,73 | 3,78 |
| Metanas | -82,3 | 4,64 |
| Propanas | 96,8 | 4,26 |
| Spiritas | 243 | 6,38 |
| Vandens garai | 374,2 | 22,11 |
| Vandenilis | -239,91 | 1,30 |

## 21. PAVIRŠIAUS ĮTEMPIMO KOEFICIENTAI

$\sigma$, $\frac{mN}{m}$ **(kai temperatūra 20° C)**

Acetonas............................23,3

Acto rūgštis ........................28

Alkoholis ...........................22

Benzolas ............................28,9

Eteris ................................17

Glicerinas ..........................64

Gyvsidabris ................510

Muilo tirpalas (1 %)...40

Nafta .........................30

Spiritas.......................21

Vanduo ......................73

Žibalas .......................24

## 22. TEMPERATŪRINIAI KIETŲJŲ KŪNŲ ILGĖJIMO KOEFICIENTAI α, $K^{-1}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alavas | 0,000027 | Nikelis | 0,000013 |
| Aliuminis | 0,000024 | Platina | 0,000009 |
| Betonas | 0,000012 | Organinis stiklas | 0,0001 |
| Cementas | 0,000014 | Plienas (geležis) | 0,000012 |
| Cinkas | 0,000029 | Sidabras | 0,000019 |
| Invaras | 0,0000015 | Stiklas | 0,000009 |
| Ketus | 0,000010 | Švinas | 0,000029 |
| Konstantanas | 0,000015 | Varis | 0,000017 |
| Medis | | Žalvaris | 0,000018 |
| išilgai pluošto | 0,000006 | | |
| skersai pluošto | 0,00005 | | |

## 23. TEMPERATŪRINIAI SKYSČIŲ TŪRIO PLĖTIMOSI KOEFICIENTAI β, $K^{-1}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| Acetonas | 0,00143 | Gyvsidabris | 0,000181 |
| Azoto rūgštis | 0,00124 | Nafta | 0,001 |
| Alyva | 0,00072 | Sieros rūgštis | 0,00055 |
| Benzinas | 0,001 | Spiritas | 0,0011 |
| Eteris | 0,00162 | Vanduo (20° C) | 0,00015 |
| Glicerinas | 0,00059 | Žibalas | 0,00096 |

## 24. DIELEKTRINĖ MEDŽIAGŲ SKVARBA ε

Alyva ............................ 2,5

Ebonitas ........................ 4,3

Gintaras ........................ 2,8

Oras ............................. 1,0006

Parafinas ....................... 2,1

Parafinuotas popierius .. 2,2

Organinis stiklas ........ 3,3

Spiritas ....................... 33

Stiklas ........................ 7

Vanduo ....................... 81

Žėrutis ........................ 6

Žibalas ....................... 2,1

## 25. METALŲ IR LYDINIŲ SAVITOJI VARŽA ρ (kai temperatūra 20° C) IR TEMPERATŪRINIS VARŽOS KOEFICIENTAS α

| *Medžiaga* | *Savitoji varža* $\rho, \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m$ arba $\times 10^{-2}\ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ | *Temperatūrinis varžos koeficientas* $\alpha, K^{-1}$ |
|---|---|---|
| **Anglis** | **40** | **-0,0008** |
| **Aliuminis** | **2,8** | **0,0042** |
| **Auksas** | **2,2** | **0,0039** |
| **Alavas** | **12** | **0,0044** |
| **Cinkas** | **6,1** | **0,0042** |
| **Gyvsidabris** | **96** | **0,0009** |
| **Konstantanas** | **48** | **0,00002** |
| **Manganinas** | **45** | **0,00003** |
| **Nichromas** | **110** | **0,0001** |

| *Medžiaga* | *Savitoji varža* $\rho, \times 10^{-8}$ $\Omega \cdot m$ arba $\times 10^{-2}$ $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ | *Temperatūrinis varžos koeficientas* $\alpha, K^{-1}$ |
|---|---|---|
| **Nikelinas** | **42** | **0,0001** |
| **Platina** | **10,7** | **0,0039** |
| **Plienas** | **12** | **0,006** |
| **Sidabras** | **1,6** | **0,004** |
| **Švinas** | **21** | **0,0037** |
| **Varis** | **1,7** | **0,0043** |
| **Volframas** | **5,5** | **0,0048** |
| **Žalvaris** | **7,1** | **0,001** |

## 26. PUSLAIDININKIŲ SAVITOSIOS VARŽOS, ESANT 20° C (Ω·m)

Boras ............................ $6{,}0 \cdot 10^3$

Germanis ...................... $5{,}0 \cdot 10^2$

Selenas............. $1{,}0 \cdot 10^2$-$1{,}0 \cdot 10^4$

Silicis......................... $1{,}0 \cdot 10^4$

Telūras...................... $2{,}5 \cdot 10^{-3}$

Vario oksidas ............ $1{,}0 \cdot 10^7$

## 27. PROCENTINIŲ TIRPALŲ SAVITOSIOS VARŽOS (Ω·cm arba $10^{-2}$ Ω·m)

$CuSO_4$.......................... 31,3

$H_2SO_4$ .......................... 2,60

KOH ............................ 3,20

NaCl .......................... 8,30

$ZnSO_4$ ........................ 21,30

## 28. REGIMOSIOS ŠVIESOS LŪŽIO RODIKLIS

Aliejus (kedrų) ............. 1,52

Etilo alkoholis ............... 1,36

Anglies disulfidas ......... 1,63

Deimantas ..................... 2,42

Akmens druska ............. 1,54

Glicerinas ...................... 1,47

Gintaras ......................... 1,55

Kvarcas .......................... 1,54

Ledas ......................... 1,31

Oras ........................... 1,00029

Organinis stiklas ........ 1,5

Rubinas ..................... 1,76

Spiritas (etilo) ........... 1,36

Stiklas ........................ 1,5

Terpentinas ................ 1,47

Vanduo ...................... 1,33

## 29. GARSO GREITIS ĮVAIRIOSE MEDŽIAGOSE

| **Medžiaga** | **Garso greitis v,** $\frac{m}{s}$ |
|---|---|
| Oras (0° C) | 331,8 |
| Granitas | 3950 |
| Medis | 4000 |
| Guma | 54 |
| Stiklas | 5000 |
| Švinas | 1300 |
| Aliuminis | 5100 |
| Vanduo (0° C) | 1485 |
| Vandenilis (0° C) | 1286 |

# 30. ELEKTROCHEMINIAI EKVIVALENTAI k

| *Medžiaga* | *Valentingumas* | ***Elektrocheminis ekvivalentas k,*** $\frac{mg}{C}$ arba $10^{-6}\ \frac{kg}{C}$ |
|---|---|---|
| Aliuminis | 3 | 0,093 |
| Bromas | 1 | 0,828 |
| Auksas | 3 | 0,681 |
| Cinkas | 2 | 0,339 |
| Chloras | 1 | 0,367 |
| Chromas | 3 | 0,18 |
| Deguonis | 2 | 0,0829 |
| Geležis | 2 | 0,289 |
| Geležis | 3 | 0,193 |
| Natris | 1 | 0,238 |
| Nikelis | 3 | 0,304 |
| Sidabras | 1 | 1,118 |
| Vandenilis | 1 | 0,0104 |
| Švinas | 2 | 1,074 |
| Siera | 2 | 0,166 |
| Varis | 2 | 0,33 |
| Varis | 2 | 0,329 |

# 31. ELEKTRONŲ IŠLAISVINIMO DARBAS A

| *Medžiaga* | *Išlaisvinimo darbas A, eV* | *Išlaisvinimo darbas A, J* |
|---|---|---|
| Aliuminis | 3,74 | $5{,}98 \cdot 10^{-19}$ |
| Auksas | 4,58 | $7{,}3 \cdot 10^{-19}$ |
| Bismutas | 4,62 | $7{,}39 \cdot 10^{-19}$ |
| Bario oksidas | 1,0 | $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ |
| Baris | 2,29 | $3{,}66 \cdot 10^{-19}$ |
| Cezis | 1,89 | $3{,}02 \cdot 10^{-19}$ |
| Cinkas | 3,74 | $5{,}98 \cdot 10^{-19}$ |
| Geležis | 4,36 | $6{,}98 \cdot 10^{-19}$ |
| Germanis | 4,8 | $7{,}7 \cdot 10^{-19}$ |
| Kalis | 2,15 | $3{,}44 \cdot 10^{-19}$ |
| Kobaltas | 4,25 | $6{,}8 \cdot 10^{-19}$ |
| Litis | 2,39 | $3{,}82 \cdot 10^{-19}$ |
| Molibdenas | 4,27 | $6{,}83 \cdot 10^{-19}$ |
| Natris | 2,27 | $3{,}63 \cdot 10^{-19}$ |
| Nikelis | 4,84 | $7{,}74 \cdot 10^{-19}$ |
| Platina | 5,29 | $8{,}46 \cdot 10^{-19}$ |
| Sidabras | 4,28 | $6{,}85 \cdot 10^{-19}$ |
| Varis | 4,47 | $7{,}15 \cdot 10^{-19}$ |
| Vario oksidas (I) | 5,2 | $8{,}3 \cdot 10^{-19}$ |
| Volframas padengtas toriu | 2,63 | $4{,}2 \cdot 10^{-19}$ |
| Volframas | 4,5 | $7{,}2 \cdot 10^{-19}$ |

***Įsidėmėkite:** $1\ eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$*

# 32. KAI KURIŲ IZOTOPŲ SANTYKINĖ ATOMINĖ MASĖ

| *Izotopas* | *Masė, a.m.v.* |
|---|---|
| $^{1}_{1}H$ Vandenilis | 1,00783 |
| $^{2}_{1}H$ $\left(^{2}_{1}D\right)$ Deuteris | 2,01410 |
| $^{3}_{1}H$ $\left(^{3}_{1}T\right)$ Tritis | 3,01605 |
| $^{3}_{2}He$ Helis | 3,01602 |
| $^{4}_{2}He$ Helis | 4,00260 |
| $^{6}_{3}Li$ Litis | 6,01513 |
| $^{7}_{3}Li$ Litis | 7,01601 |
| $^{7}_{4}Be$ Berilis | 7,01693 |
| $^{8}_{4}Be$ Berilis | 8,00531 |
| $^{9}_{4}Be$ Berilis | 9,01505 |
| $^{10}_{5}B$ Boras | 10,01294 |
| $^{11}_{5}B$ Boras | 11,00931 |
| $^{12}_{6}C$ Anglis | 12,00000 |
| $^{13}_{6}C$ Anglis | 13,00335 |
| $^{13}_{7}N$ Azotas | 13,00987 |

| *Izotopas* | *Masė, a.m.v.* |
|---|---|
| $^{14}_{7}N$ Azotas | 14,00307 |
| $^{15}_{7}N$ Azotas | 15,00011 |
| $^{16}_{8}O$ Deguonis | 15,99491 |
| $^{17}_{8}O$ Deguonis | 16,99913 |
| $^{23}_{12}Mg$ Magnis | 23,00145 |
| $^{24}_{12}Mg$ Magnis | 23,99267 |
| $^{27}_{13}Al$ Aliuminis | 26,98146 |
| $^{30}_{14}Si$ Silicis | 29,98325 |
| $^{40}_{20}Ca$ Kalcis | 39,97542 |
| $^{54}_{26}Fe$ Geležis | 53,95600 |
| $^{56}_{27}Co$ Kobaltas | 55,95769 |
| $^{63}_{29}Cu$ Varis | 62,94962 |
| $^{113}_{48}Cd$ Kadmis | 112,94206 |
| $^{200}_{80}Hg$ Gyvsidabris | 200,02800 |
| $^{235}_{92}U$ Uranas | 235,0493 |
| $^{238}_{92}U$ Uranas | 238,05353 |

## 33. RADIOAKTYVIŲJŲ ELEMENTŲ PUSĖJIMO TRUKMĖ T

| *Elementas* | *Skilimo tipas* | *Pusėjimo trukmė T* |
|---|---|---|
| Radis | $^{219}_{88}Ra \rightarrow \alpha$ | $10^{-3}$ s |
| Magnis | $^{27}_{12}Mg \rightarrow \beta$ | 10 min |
| Jodas | $^{131}_{53}J \rightarrow \beta, \gamma$ | 8 paros |
| Fosforas | $^{32}_{15}P \rightarrow \beta$ | 14,3 paros |
| Kobaltas | $^{60}_{27}Co \rightarrow \beta, \gamma$ | 5,3 metų |
| Stroncis | $^{90}_{38}Sr \rightarrow \beta$ | 28 metai |
| Radis | $^{226}_{88}Ra \rightarrow \alpha, \gamma$ | $1{,}62 \cdot 10^3$ metų |
| Toris | $^{229}_{90}Th \rightarrow \alpha, \gamma$ | $7 \cdot 10^3$ metų |
| Uranas | $^{238}_{92}U$ | 4,5 mlrd. metų |
| Kurčiatovis | $^{260}_{104}K$ | 0,3 s |
| Radis | $^{226}_{88}Ra \rightarrow \alpha$ | 1600 metų |
| Toris | $^{232}_{90}Th \rightarrow \alpha$ | $1{,}4 \cdot 10^{10}$ metų |
| Plutonis | $^{239}_{94}Pu \rightarrow \alpha$ | 100 metų |
| Uranas | $^{229}_{92}U \rightarrow \alpha$ | 58 min |
| Anglis | $^{14}_{6}C \rightarrow \beta$ | 5568 metai |
| Varis | $^{66}_{29}Cu \rightarrow \beta$ | 5 min |
| Kriptonas | $^{94}_{36}Kr \rightarrow \beta$ | 1,4 s |

# 34. PAKLAIDŲ LENTELĖ

Absoliutinių ir santykinių paklaidų nustatymo formulės pateiktos lentelėje, kur a, b – apytiksliai skaičiai, $\Delta a$, $\Delta b$ – atitinkamos absoliutinės paklaidos.

| *Eil. Nr.* | *Algebrinis reiškinys* | *Absoliutinė paklaida* | *Santykinė paklaida* |
|---|---|---|---|
| 1 | $a + b$ | $\Delta a + \Delta b$ | $\frac{\Delta a + \Delta b}{a + b}$ |
| 2 | $a - b$ | $\Delta a + \Delta b$ | $\frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}$ |
| 3 | $a \cdot b$ | $a\,\Delta b + b\Delta a$ | $\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$ |
| 4 | $\frac{a}{b}$ | $\frac{a\Delta b + b\Delta a}{b^2}$ | $\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$ |
| 5 | $a^2$ | $2a\,\Delta a$ | $\frac{\Delta a}{a} \cdot 2$ |
| 6 | $a^3$ | $3a^2\Delta a$ | $\frac{\Delta a}{a} \cdot 3$ |
| 7 | $\sqrt{a}$ | $\frac{\Delta a}{2\sqrt{a}}$ | $\frac{\Delta a}{a} : 2$ |
| 8 | $\sqrt[3]{a}$ | $\frac{\Delta a}{3\sqrt[3]{a^2}}$ | $\frac{\Delta a}{a} : 3$ |

# 35. CHEMINIŲ ELEMENTŲ PAVADINIMAI IR SIMBOLIAI

| Elementas | Simbolis | Z | Elementas | Simbolis | Z |
|---|---|---|---|---|---|
| Aktinis | **Ac** | 89 | Fluoras | **F** | 9 |
| Alavas | **Sn** | 50 | Fosforas | **P** | 15 |
| Aliuminis | **Al** | 13 | Francis | **Fr** | 87 |
| Americis | **Am** | 95 | Gadolinis | **Gd** | 64 |
| Anglis | **C** | 6 | Galis | **Ga** | 31 |
| Argonas | **Ar** | 18 | Geležis | **Fe** | 26 |
| Arsenas | **As** | 33 | Germanis | **Ge** | 32 |
| Astatis | **At** | 85 | Gyvsidabris | **Hg** | 80 |
| Auksas | **Au** | 79 | Hafnis | **Hf** | 72 |
| Azotas | **N** | 7 | Hasis | **Hs** | 108 |
| Baris | **Ba** | 56 | Helis | **He** | 2 |
| Berilis | **Be** | 4 | Holmis | **Ho** | 67 |
| Berklis | **Bk** | 97 | Indis | **In** | 49 |
| Boras | **B** | 5 | Iridis | **Ir** | 77 |
| Boris | **Bh** | 107 | Iterbis | **Yb** | 70 |
| Bromas | **Br** | 35 | Itris | **Y** | 39 |
| Ceris | **Ce** | 58 | Jodas | **I** | 53 |
| Cezis | **Cs** | 55 | Kadmis | **Cd** | 48 |
| Chloras | **Cl** | 17 | Kalcis | **Ca** | 20 |
| Cinkas | **Zn** | 30 | Kalifornis | **Cf** | 98 |
| Cirkonis | **Zr** | 40 | Kalis | **K** | 19 |
| Deguonis | **O** | 8 | Kiuris | **Cm** | 96 |
| Disprozis | **Dy** | 66 | Kobaltas | **Co** | 27 |
| Dubnis | **Db** | 105 | Kriptonas | **Kr** | 36 |
| Einšteinis | **Es** | 99 | Ksenonas | **Xe** | 54 |
| Erbis | **Er** | 68 | Lantanas | **La** | 57 |
| Europis | **Eu** | 63 | Laurencis | **Lr** | 103 |

| Elementas | Simbolis | Z | Elementas | Simbolis | Z |
|---|---|---|---|---|---|
| Fermis | **Fm** | 100 | Litis | **Li** | 3 |
| Liutecis | **Lu** | 71 | Rubidis | **Rb** | 37 |
| Magnis | **Mg** | 12 | Rutenis | **Ru** | 44 |
| Manganas | **Mn** | 25 | Samaris | **Sm** | 62 |
| Meitneris | **Mt** | 109 | Syborgis | **Sg** | 106 |
| Mendelevis | **Md** | 101 | Selenas | **Se** | 34 |
| Molibdenas | **Mo** | 42 | Sidabras | **Ag** | 47 |
| Natris | **Na** | 11 | Siera | **S** | 16 |
| Neodimis | **Nd** | 60 | Silicis | **Si** | 14 |
| Neonas | **Ne** | 10 | Skandis | **Sc** | 21 |
| Neptūnis | **Np** | 93 | Stibis | **Sb** | 51 |
| Nikelis | **Ni** | 28 | Stroncis | **Sr** | 38 |
| Niobis | **Nb** | 41 | Švinas | **Pb** | 82 |
| Nobelis | **No** | 102 | Talis | **Tl** | 81 |
| Osmis | **Os** | 76 | Tantalas | **Ta** | 73 |
| Paladis | **Pd** | 46 | Technecis | **Tc** | 43 |
| Platina | **Pt** | 78 | Telūras | **Te** | 52 |
| Plutonis | **Pu** | 94 | Terbis | **Tb** | 65 |
| Polonis | **Po** | 84 | Titanas | **Ti** | 22 |
| Prazeodimis | **Pr** | 59 | Toris | **Th** | 90 |
| Prometis | **Pm** | 61 | Tulis | **Tm** | 69 |
| Protaktinis | **Pa** | 91 | Uranas | **U** | 92 |
| Radis | **Ra** | 88 | Vanadis | **V** | 23 |
| Radonas | **Rn** | 86 | Vandenilis | **H** | 1 |
| Renis | **Re** | 75 | Varis | **Cu** | 29 |
| Rezerfordis | **Rf** | 104 | Volframas | **W** | 74 |
| Rodis | **Rh** | 45 | | | |

# 36. RADIOAKTYVIOSIOS ŠEIMOS

| Urano-radžio šeima | Torio šeima | Urano-aktinio šeima | Neptūnio šeima |
|---|---|---|---|
| $^{238}_{92}\mathrm{U}$ | $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ | $^{235}_{92}\mathrm{U}$ | $^{241}_{94}\mathrm{Pu}$ |
| ↓ α | ↓ α | ↓ α | ↓ β |
| $^{234}_{90}\mathrm{Th}$ | $^{228}_{88}\mathrm{Ra}$ | $^{231}_{90}\mathrm{Th}$ | $^{241}_{95}\mathrm{Am}$ |
| ↓ β | ↓ β | ↓ β | ↓ α |
| $^{234}_{91}\mathrm{Pa}$ | $^{228}_{89}\mathrm{Ac}$ | $^{231}_{91}\mathrm{Pa}$ | $^{237}_{93}\mathrm{Np}$ |
| ↓ β | ↓ β | ↓ α | ↓ α |
| $^{234}_{92}\mathrm{U}$ | $^{228}_{90}\mathrm{Th}$ | $^{227}_{89}\mathrm{Ac}$ | $^{233}_{91}\mathrm{Pa}$ |
| ↓ α | ↓ α | β ↙ ↘ α | ↓ β |
| $^{230}_{90}\mathrm{Th}$ | $^{224}_{88}\mathrm{Ra}$ | $^{227}_{90}\mathrm{Th}$ $^{223}_{87}\mathrm{Fr}$ | $^{233}_{92}\mathrm{U}$ |
| ↓ α | ↓ α | α ↘ ↙ β | ↓ α |
| $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ | $^{216}_{86}\mathrm{Rn}$ | $^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ | $^{229}_{90}\mathrm{Th}$ |
| ↓ α | ↓ α | ↓ α | ↓ α |
| $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$ | $^{216}_{84}\mathrm{Po}$ | $^{219}_{86}\mathrm{Rn}$ | $^{225}_{88}\mathrm{Ra}$ |
| ↓ α | α ↙ ↘ β | ↓ α | ↓ β |
| $^{218}_{84}\mathrm{Po}$ | $^{212}_{82}\mathrm{Pb}$ $^{216}_{85}\mathrm{At}$ | $^{215}_{84}\mathrm{Po}$ | $^{225}_{89}\mathrm{Ac}$ |
| α ↙ ↘ β | β ↘ ↙ α | α ↙ ↘ β | ↓ α |
| $^{214}_{82}\mathrm{Pb}$ $^{218}_{85}\mathrm{At}$ | $^{212}_{83}\mathrm{Bi}$ | $^{211}_{82}\mathrm{Pb}$ $^{215}_{85}\mathrm{At}$ | $^{221}_{87}\mathrm{Fr}$ |
| β ↘ ↙ α | β ↙ ↘ α | β ↘ ↙ α | ↓ α |
| $^{214}_{83}\mathrm{Bi}$ | $^{212}_{84}\mathrm{Po}$ $^{208}_{81}\mathrm{Tl}$ | $^{211}_{83}\mathrm{Bi}$ | $^{217}_{85}\mathrm{At}$ |
| β ↙ ↘ α | α ↘ ↙ β | β ↙ ↘ α | ↓ α |
| $^{214}_{84}\mathrm{Po}$ $^{210}_{81}\mathrm{Tl}$ | $^{208}_{82}\mathrm{Pb}$ | $^{211}_{84}\mathrm{Po}$ $^{207}_{81}\mathrm{Tl}$ | $^{213}_{83}\mathrm{Bi}$ |
| α ↘ ↙ β | | α ↘ ↙ β | β ↙ ↘ α |
| $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ | | $^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ | $^{213}_{84}\mathrm{Po}$ $^{209}_{81}\mathrm{Tl}$ |
| ↓ β | | | α ↘ ↙ β |
| $^{210}_{83}\mathrm{Bi}$ | | | $^{209}_{82}\mathrm{Pb}$ |
| β ↙ ↘ α | | | ↓ β |
| $^{210}_{84}\mathrm{Po}$ $^{206}_{81}\mathrm{Tl}$ | | | $^{209}_{83}\mathrm{Bi}$ |
| α ↘ ↙ β | | | |
| $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ | | | |